

Analiza cantitativă a piețelor de energie

Cursul 3: Volatilitatea prețurilor energiei

Prof. dr. Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București, Departamentul de Statistică și Econometrie
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
IDA Institute Digital Assets ▪ AI4EFin ▪ MSCA Digital Finance

Obiectivele cursului

- **Măsurarea corectă a volatilității**
  - Variații procentuale sau în EUR/MWh ale prețului pentru ziua următoare; mai întîi se elimină efectul zilei din săptămînă
  - Ce facem cînd prețurile se apropie de zero sau devin negative
- **Modelarea volatilității**
  - Modele cu heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată (GARCH), cu șocuri de tip Student
  - Persistența, timpul de înjumătățire al unui șoc, asimetria dintre creșterile și scăderile de preț
- **Regimuri de volatilitate și riscul din cursul zilei**
  - Regimuri calme și agitate; criza energetică din 2021–2022; anul 2026
  - Variația prețurilor orare în cursul zilei și rolul producției solare
- **Prognoza și evaluarea**
  - Pentru ziua următoare și pentru următoarele săptămîni; compararea prognozelor cu o funcție de pierdere robustă și cu un test de semnificație
  - Răspunsul promis în cursul 1: cît timp trebuie menținute limite de risc mai largi după un șoc

Abrevieri (1/2)

AIC	criteriul informațional Akaike
ARCH	heteroscedasticitate condiționată autoregresivă
ARCH-LM	testul multiplicatorului Lagrange pentru efecte ARCH
BIC	criteriul informațional bayesian (Schwarz)
BVB	Bursa de Valori București
CET	ora Europei Centrale
DCC	corelație condiționată dinamică
DE-LU	zona de ofertare Germania–Luxemburg
DM	testul Diebold–Mariano
ECE	Europa Centrală și de Est
EGARCH	GARCH exponențial (Nelson)
ENTSO-E	Rețeaua europeană a operatorilor de transport și de sistem pentru energie electrică
EODHD	furnizorul de date de piață eodhd.com
ES	pierderea medie în coada distribuției (expected shortfall)
ETC	titlu tranzacționat la bursă, garantat cu mărfuri (exchange-traded commodity)
EUA	certificat de emisii al UE (1 t CO_2)
EUR	euro
EWMA	medie mobilă cu ponderi exponențiale
GARCH	heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată
GJR	modelul GARCH asimetric Glosten–Jagannathan–Runkle
H2O	Hidroelectrica (simbolul bursier BVB)
HAR	modelul autoregresiv eterogen (Corsi)

Abrevieri (2/2)

HU	Ungaria (zonă de ofertare)
HUPX	bursa de energie din Ungaria
ISE	Institutul Fraunhofer pentru Sisteme de Energie Solară
MAE	eroarea absolută medie
MSE	eroarea pătratică medie
MW	megawatt
MWh	megawatt-oră
OLS	metoda celor mai mici pătrate
OPCOM	operatorul pieței de energie electrică și de gaze naturale din România
PZU	piața pentru ziua următoare
QLIKE	funcția de pierdere de tip cvasi-verosimilitate
RO	România (zonă de ofertare)
RON	leu românesc
RV	variația intrazilnică realizată a prețului
SNG	Romgaz (simbolul bursier BVB)
SNN	Nuclearelectrica (simbolul bursier BVB)
SNP	OMV Petrom (simbolul bursier BVB)
TTF	Title Transfer Facility (hub olandez de gaze)
UE	Uniunea Europeană
USD	dolar american
VaR	valoarea expusă la risc (value at risk)

Sursele datelor: energie electrică, combustibili, carbon și acțiuni energetice

Seria	Frecvența	Sursa
Prețul pe piața pentru ziua următoare (PZU) din România (RO); pentru comparație, Ungaria (HU) și Germania–Luxemburg (DE-LU)	zilnică, orară	operatorul pieței de energie din România (OPCOM), bursa din Ungaria (HUPX), EPEX SPOT; prin energy-charts.info (Fraunhofer ISE) și Rețeaua europeană a operatorilor de transport și de sistem (ENTSO-E)
Producția solară din România	zilnică	ENTSO-E (date Transelectrica), prin energy-charts.info
Țițeiul Brent, contractul futures cel mai apropiat, în dolari americani (USD) pe baril	zilnică	Yahoo Finance (BZ=F)
Certificatul de emisii al Uniunii Europene (UE), EU Allowance (EUA), aproximat printr-un titlu bursier garantat cu certificate (ETC)	zilnică	Yahoo Finance (SparkChange, CO2.L)
Gaze naturale: hubul olandez Title Transfer Facility (TTF), media lunară	lunară	Banca Mondială, Pink Sheet (fără serie zilnică gratuită)
Acțiuni listate la Bursa de Valori București (BVB): OMV Petrom (SNP), Hidroelectrica (H2O)	zilnică	furnizorul eodhd.com (EODHD), ajustate cu dividendele

- **Perioada**
  - Energie electrică: 1 ianuarie 2019 – 31 octombrie 2026 (ultima lună completă), 2 861 de zile de livrare, după ora Europei Centrale (CET), fără zile lipsă
  - Brent: fără prima zi de tranzacționare a fiecărei luni (95 de zile, schimbarea contractului); EUA din 19 octombrie 2021

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 1

Cuprins

- Măsurarea volatilității
  - Volatilitatea în procente și în EUR/MWh
  - Faptele stilizate
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Definiția volatilității

- **Pe scurt:** Volatilitatea arată cît de departe de prețul de azi ajunge, de obicei, prețul de mîine.

$$\underbrace{r_t = 100 \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}}_{\text{variația în \%}} \qquad \underbrace{\Delta P_t = P_t - P_{t-1}}_{\text{variația în EUR/MWh}}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\tfrac{1}{T-1} \textstyle\sum_{t=1}^{T} (r_t - \bar{r})^2}, \qquad \sigma_{\text{an}} = \hat{\sigma}\sqrt{A}$$

- **unde**
  - P_t = prețul zilnic de bază (media prețurilor orare ale zilei), EUR/MWh
  - T = numărul de zile
  - $A = 365$ pentru energie (licitație zilnică), 252 pentru activele bursiere.

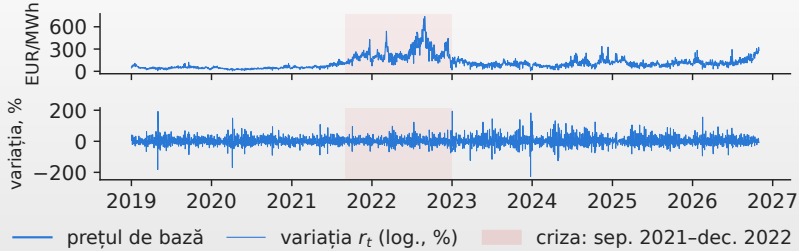
- **Pe datele din România**, 2019–2026
  - $\hat{\sigma}$ pentru r_t: 28,3% pe zi; pentru ΔP_t: 30,9 EUR/MWh
  - Anualizată, fără efectul calendarului: 382%; Brent 42%, EUA 38%
- **Nu este randamentul unui activ**
  - Energia nu se poate stoca: zilele t și $t-1$ sînt produse diferite

- **În practică:** un furnizor care cumpără zilnic energie de pe PZU este expus exact acestei surprize zilnice.

(Weron, 2006; Weron, 2014, IJF)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 1

Variațiile zilnice alternează perioade calme și perioade agitate



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: date zilnice, 2019-01-01 - 2026-10-31, zile de livrare CET.

⊡ Zilele extreme
- Creșterea maximă: +194%, la 2 ianuarie 2023; scăderea maximă: −227%, la 25 decembrie 2023 (Crăciunul)
- 189 de zile cu $|r_t| > 50\%$, din 2 860

⊡ **În practică:** o lună calmă spune puțin despre luna următoare: riscul apare grupat.

(prețurile PZU publicate de OPCOM)

EMQA_L3_returns_ro

Variațiile procentuale la prețuri apropiate de zero sau negative

- **Pe scurt:** Logaritmul cere prețuri pozitive; lîngă zero, variații obișnuite devin procente uriașe.

$$\operatorname{asinh}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

$$\Delta \operatorname{asinh} P_t \approx \Delta \ln P_t \quad \text{dacă } P_t \gg 1$$

- **unde**
  - asinh = sinusul hiperbolic invers, definit pentru orice semn
  - De la 100 la 120 EUR/MWh ambele formule dau 18,2%
  - Lîngă zero ambele explodează.

- **Pe datele noastre**, 2019–2026
  - România: prețul de bază a fost mereu pozitiv (minimum 3,97 EUR/MWh)
  - Dar 485 de ore cu prețuri negative, în 117 zile
  - DE-LU: 20 de zile cu prețul de bază ≤ 0; de la 0,95 la 92,91 EUR/MWh: $r_t = 458\%$
- **Alegerea din acest curs**
  - Prețul de bază: r_t (%) și ΔP_t (EUR/MWh); prețurile orare: EUR/MWh

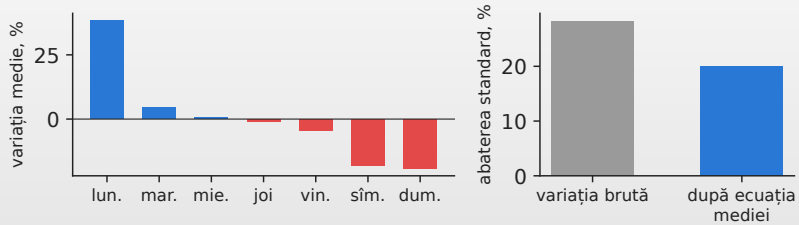
- **În practică:** o poziție se măsoară în MWh, deci riscul ei este în EUR/MWh
  - Procentele au sens doar departe de zero.

(Uniejewski, Weron & Ziel, 2018, IEEE TPWRS)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 1

Jumătate din variația zilnică vine din calendarul săptămînal

$$r_t = c + \sum_{k=1}^{7} \phi_k r_{t-k} + \sum_{j=2}^{7} \delta_j D_{j,t} + \varepsilon_t$$



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: date zilnice, 2019-01-01 - 2026-10-31.

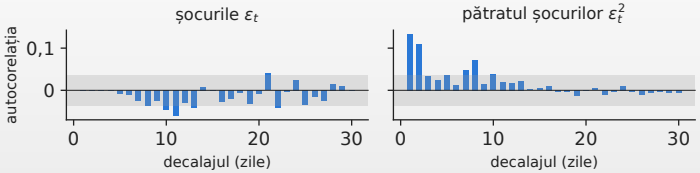
- Ecuația mediei: ϕ_k = ponderea variației de acum k zile; $D_{j,t} = 1$ în ziua j a săptămînii; $R^2 = 0{,}50$
  - Abaterea standard scade de la 28,3% la 20,0%; modelele folosesc ε_t și, în EUR/MWh, u_t

- **În practică:** creșterea prețului de luni nu este un semnal de risc: ea trebuie prognozată, nu acoperită.

(estimare proprie; Weron, 2014, IJF)

EMQA_L3_dow_effect

Gruparea volatilității: autocorelația șocurilor și a pătratelor lor



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: reziduurile ecuației mediei, 2019-01-01 - 2026-10-31.

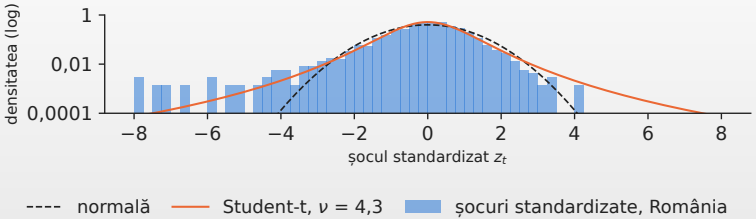
- Testul Ljung–Box $Q(10) = T(T+2)\sum_{k\leq 10}\hat{\rho}_k^2/(T-k)$, $\hat{\rho}_k$ = autocorelația de ordin k: 13,8 pentru ε_t ($p = 0{,}18$), 120,0 pentru ε_t^2 (valoarea critică: 18,31)
  - Testul multiplicatorului Lagrange pentru heteroscedasticitate condiționată autoregresivă (ARCH-LM), 10 decalaje: 93,7, $p < 0{,}001$

În practică: un șoc mare astăzi anunță șocuri mari și în zilele următoare: acesta este subiectul cursului.

(Ljung & Box, 1978; Engle, 1982, Econometrica)

EMQA_L3_acf_clust

Zilele extreme sînt mult mai frecvente decît prevede legea normală



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: GARCH(1,1)-t pe variațiile procentuale, 2019-01-01 - 2026-10-31.

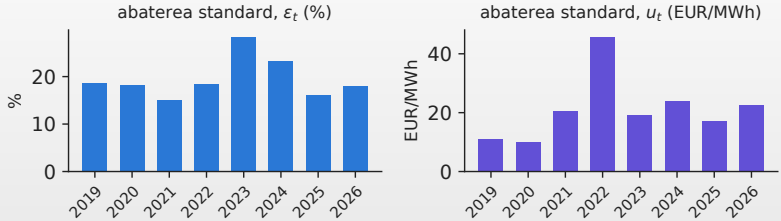
- Șocurile ε_t: excesul de aplatizare (kurtosis) 20,0, asimetria $-1{,}69$ (scăderi mari: sărbători, zile cu vînt puternic)
  - 15 șocuri dincolo de 4 abateri standard, față de 0,18 așteptate în ipoteza normalității; distribuția Student, cu $\nu = 4{,}3$ grade de libertate

- **În practică:** o limită calculată cu distribuția normală este depășită mult mai des decît s-a planificat (cursul 4).

(estimare proprie; Bollerslev, 1987, RESTAT)

EMQA_L3_tails

Volatilitatea din 2022: similară în procente, de 4 ori mai mare în EUR/MWh



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: reziduurile ecuației mediei, 2019-01-01 - 2026-10-31.

- Abaterea standard a șocurilor, 2019 față de 2022
  - În procente: 18,7% față de 18,5% (raport 0,99)
  - În EUR/MWh: 11,2 față de 45,8 (raport 4,1); prețul mediu: 50, respectiv 265 EUR/MWh

- **În practică:** apelurile în marjă se plătesc în euro: garanțiile au crescut odată cu nivelul prețului, deși volatilitatea procentuală nu a crescut.

(estimare proprie)

EMQA_L3_vol_units

Energia electrică este de circa 9 ori mai volatilă decît petrolul

Volatilitatea anualizată, %	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
Energie electrică, România	358	349	287	354	543	444	310	346
Energie electrică, Ungaria	247	329	289	335	566	547	358	339
EUA	–	–	–	53	32	37	24	28
Brent	30	71	32	46	31	25	29	56
Gaze TTF (lunar)	42	82	58	100	78	38	28	63
OMV Petrom (SNP)	24	35	22	22	18	17	20	21
Hidroelectrica (H2O)	–	–	–	–	13	14	14	30

- **Cum se citește tabelul**
  - Abaterea standard a șocurilor zilnice $\times\sqrt{365}$ pentru energie, $\times\sqrt{252}$ pentru activele bursiere; TTF: medii lunare $\times\sqrt{12}$ (subestimează riscul)
  - Brent are vîrfuri în 2020 și 2026, carbonul în 2022; – = seria nu era încă disponibilă

- **În practică:** nu comparați limitele unui birou de tranzacționare a energiei electrice cu cele ale unui birou de petrol, exprimate în același procent.

(estimare proprie; Banca Mondială, Pink Sheet)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 2

Cuprins

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
  - Modelul GARCH(1,1) și estimarea lui
  - Persistența și timpul de înjumătățire
  - Asimetria
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

GARCH actualizează varianța de mîine pe baza șocului de azi

⊡ **Pe scurt:** Un șoc mare ieri mărește varianța de azi; efectul se stinge apoi treptat, de la o zi la alta.

$$\sigma_t^2 = \underbrace{\omega}_{\text{constanta}} + \underbrace{\alpha\,\varepsilon_{t-1}^2}_{\text{reacția la șoc}} + \underbrace{\beta\,\sigma_{t-1}^2}_{\text{memoria}}$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, \qquad \bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$$

⊡ **unde**

- σ_t^2 = varianța condiționată, cunoscută în seara zilei $t-1$
- z_t = șocul standardizat (media 0, varianța 1)
- $\omega > 0$, $\alpha, \beta \geq 0$, persistența $\alpha + \beta < 1$, varianța de lungă durată $\bar{\sigma}^2$
- $\beta = 0$: modelul ARCH (Engle, 1982).

⊡ **România, șocuri în %**

- $\hat{\alpha} = 0{,}308$, $\hat{\beta} = 0{,}438$, $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 0{,}746$
- $\bar{\sigma}$ de lungă durată: 20,4% pe zi

⊡ **România, șocuri în EUR/MWh**

- $\hat{\alpha} = 0{,}102$, $\hat{\beta} = 0{,}892$, $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 0{,}994$
- $\bar{\sigma}$ de lungă durată: 27,6 EUR/MWh pe zi

⊡ **În practică:** în fiecare seară, GARCH dă departamentului de risc valoarea σ pentru ziua următoare.

(Engle, 1982, Econometrica; Bollerslev, 1986, JOE)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 3

Parametrii se estimează prin verosimilitate maximă, cu șocuri Student

- **Pe scurt:** Alegem parametrii care fac cel mai probabile șocurile observate; legea Student lasă loc zilelor extreme.

$$\ell(\omega, \alpha, \beta, \nu) = \sum_{t=1}^{T} \left[\ln f_\nu \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \right) - \ln \sigma_t \right]$$

- **unde**
  - f_ν = densitatea Student cu varianța 1 și $\nu > 2$ grade de libertate
  - ν mic = cozi groase, $\nu \to \infty$ = distribuția normală
  - Criteriul informațional bayesian (BIC) $= k \ln T - 2\hat{\ell}$, k = numărul de parametri (mai mic = mai bun)
  - Anexa A.

GARCH(1,1), șocuri în %	normală	Student
log-verosimilitatea	−12 360,3	−12 094,5
BIC	24 744,5	24 220,8
$\hat{\alpha} + \hat{\beta}$	0,927	0,746
înjumătățire, zile	9,2	2,4
$\hat{\nu}$	–	4,27

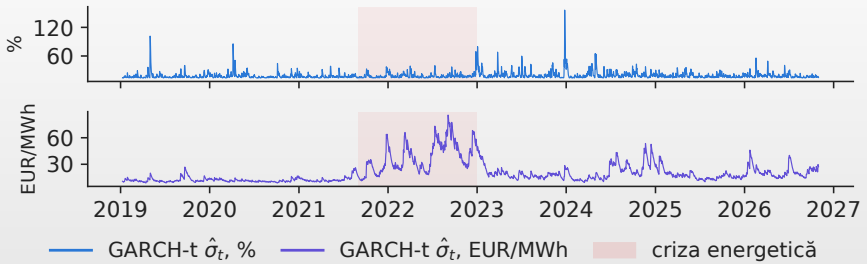
- **Interpretare**
  - Modelul Student câștigă (BIC mai mic); cel normal tratează fiecare sărbătoare ca volatilitate durabilă

- **În practică:** folosiți șocuri de tip Student
  - Cu șocuri normale, limitele rămîn largi prea mult timp.

(Bollerslev, 1987, RESTAT)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 3

GARCH: salturi scurte în procente, creștere persistentă în EUR/MWh



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: GARCH(1,1)-t, 2019-01-01 - 2026-10-31.

- Valorile maxime
  - În procente: 156% pe zi, la 26 decembrie 2023, dispărute în cîteva zile
  - În EUR/MWh: 85,7, la 4 septembrie 2022, față de un minim de 8,8, la 6 iulie 2019; 27,4 la sfîrșitul perioadei

- **În practică:** garanțiile unui furnizor urmează curba în EUR/MWh, nu pe cea procentuală.

(estimare proprie, GARCH(1,1)-t)

EMQA_L3_cond_vol

Timpul de înjumătățire arată în cîte zile dispare jumătate din șoc

- **Pe scurt:** Varianța suplimentară creată de un șoc se reduce în fiecare zi cu factorul $\alpha + \beta$.

$$\mathbb{E}_t\left[\sigma^2_{t+h}\right] - \bar{\sigma}^2 = (\alpha+\beta)^{h-1}\left(\sigma^2_{t+1} - \bar{\sigma}^2\right)$$

$$h_{1/2} = \frac{\ln 0{,}5}{\ln(\alpha+\beta)}$$

- **unde**
  - $\mathbb{E}_t$ = media condiționată de datele pînă în ziua t
  - h = numărul de zile
  - $h_{1/2}$ = timpul de înjumătățire
  - Deducerea formulei: anexa B.

GARCH(1,1)-t	$\hat{\alpha}+\hat{\beta}$	$h_{1/2}$	unitatea
România, %	0,746	2,4	zile
România, EUR/MWh	0,994	113,5	zile
Ungaria, %	0,881	5,5	zile
Brent	0,973	25,6	zile lucrătoare
EUA	0,992	82,8	zile lucrătoare
OMV Petrom	0,934	10,2	zile lucrătoare

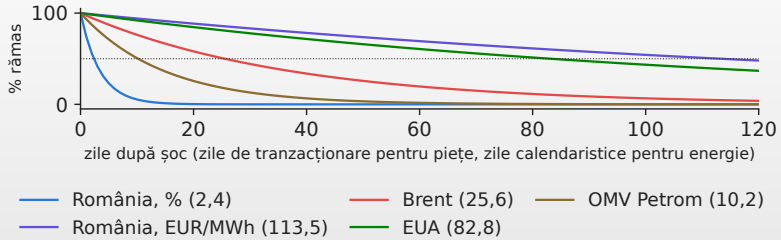
- Eșantioane: energie electrică și Brent din 2019, EUA din 19 octombrie 2021, OMV Petrom din 2019.

- **În practică:** după un șoc pe piața petrolului, mențineți limite mai largi circa 5 săptămîni
  - După un șoc procentual al prețului energiei electrice, doar cîteva zile.

(Engle, 2001, JEP)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 3

Timpul de înjumătățire al șocurilor de volatilitate, pe piețe



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); Yahoo Finance (Brent BZ=F, titlul SparkChange EUA ETC); EODHD (acțiuni BVB). Date: GARCH(1,1)-t, fiecare serie pe propriul eșantion (tabelul de pe diapozitiv).

- Curbele: $100(\hat{\alpha}+\hat{\beta})^h$ = varianța suplimentară rămasă (%) după h zile; în paranteze: $h_{1/2}$
  - Brent: 26 de zile lucrătoare, circa 5 săptămîni; EUA: 83, circa 17 săptămîni
  - România: 2,4 zile în procente, dar 114 de zile în EUR/MWh, unde volatilitatea urmează nivelul prețului

- **În practică:** după un șoc, limitele rămîn mai largi săptămîni, nu zile, cum anunța cursul 1.

(estimare proprie)

EMQA_L3_halflife

GARCH asimetric: creșterile și scăderile nu au același efect

- **Pe scurt:** Două extensii permit ca o creștere și o scădere de aceeași mărime să aibă efecte diferite asupra varianței de mîine.

$$\text{GJR:}\quad \sigma_t^2 = \omega + (\alpha + \gamma I_{t-1})\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

$$\text{EGARCH:}\quad \ln\sigma_t^2 = \omega + \alpha\left(|z_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}\right) + \gamma z_{t-1} + \beta \ln\sigma_{t-1}^2$$

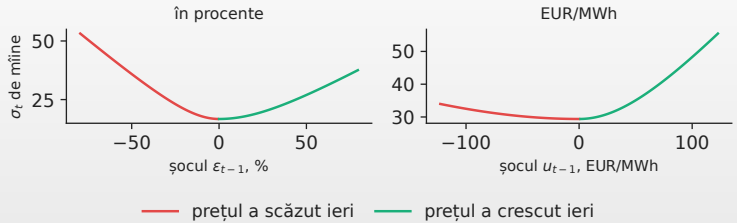
- **unde**
  - $I_{t-1} = 1$ dacă $\varepsilon_{t-1} < 0$, altfel 0
  - Modelul Glosten–Jagannathan–Runkle (GJR): $\gamma > 0$ = scăderile cresc mai mult volatilitatea (efectul de levier al acțiunilor), $\gamma < 0$ = creșterile
  - GARCH exponențial (EGARCH): convenția de semn pentru γ este inversă.

- **România, șocuri în %**
  - GJR: $\hat{\gamma} = 0{,}225$ ($t = 2{,}9$); EGARCH: $\hat{\gamma} = -0{,}083$ ($t = -3{,}9$)
  - Scăderile cresc mai mult volatilitatea (revenire după scădere)
- **România, șocuri în EUR/MWh**
  - GJR: $\hat{\gamma} = -0{,}127$ ($t = -6{,}4$); EGARCH: $\hat{\gamma} = 0{,}104$ ($t = 7{,}2$)
  - Creșterile cresc mai mult volatilitatea: efectul de levier invers

- **În practică:** pentru un cumpărător, direcția periculoasă este în sus: după un salt de preț, lărgiți limitele mai mult decît după o scădere.

(Glosten et al., 1993, JFIN; Nelson, 1991; Knittel & Roberts, 2005, ENEECO) **Exercițiu practic:** notebook-ul Jupyter, secțiunea 4

În EUR/MWh, creșterile de preț măresc mai mult volatilitatea



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: GJR(1,1)-t, 2019-01-01 - 2026-10-31.

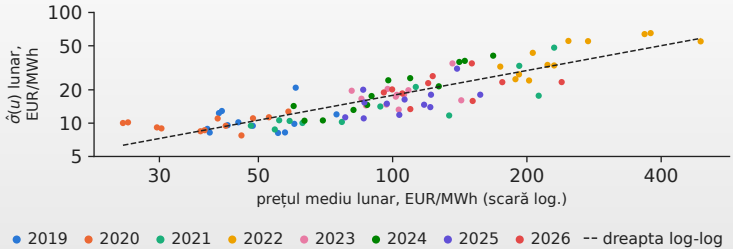
- Curba de impact a șocurilor: σ de mîine în funcție de șocul de azi (GJR); pentru un șoc de 61 EUR/MWh
  - σ în ziua următoare: 37,6 EUR/MWh după o creștere, 30,6 după o scădere
  - În procente (șoc de 40%), ordinea se inversează: 30,3% după o scădere, 23,7% după o creștere

- **În practică:** un consumator industrial care cumpără la prețul spot trebuie să reacționeze mai repede la creșteri decît la scăderi.

(Engle & Ng, 1993, JFIN; estimare proprie, GJR(1,1)-t)

EMQA_L3_nic

Volatilitatea în EUR/MWh crește odată cu nivelul prețului



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: date lunare, 2019-01-01 - 2026-10-31.

- Explicația: la prețuri mari, curba ofertei (ordinea de merit) este mai abruptă, deci același șoc al cererii mută mai mult prețul
  - Regresia lui $\ln \hat{\sigma}_m(u)$ pe $\ln \bar{P}_m$, 94 de luni: panta 0,75, $R^2 = 0{,}76$; în procente: panta 0,01, $R^2 = 0{,}00$

- **În practică:** stabiliți limitele în EUR/MWh ca procent din prețul contractelor la termen, nu ca sumă fixă.

(Knittel & Roberts, 2005, ENEECO; estimare proprie)

EMQA_L3_vol_level

Importanța relativă a cozilor groase și a asimetriei

Modelul	$\alpha+\beta$ (%)	BIC (%)	p, z^2 (%)	$\alpha+\beta$ (EUR)	BIC (EUR)	p, z^2 (EUR)
GARCH, normal	0,927	24 744,5	0,328	0,998	24 573,2	0,000
GARCH, Student	0,746	24 220,8	0,367	0,994	24 450,7	0,000
GJR, normal	0,651	24 690,7	0,151	0,998	24 525,1	0,000
GJR, Student	0,727	24 214,1	0,243	0,996	24 411,7	0,000
EGARCH, normal	0,903	24 691,4	0,529	0,995	24 518,0	0,000
EGARCH, Student	0,831	24 219,2	0,532	0,995	24 403,9	0,000

- **Clasamentul după BIC** (verde = cel mai bun)
  - Orice model cu distribuția Student îl depășește pe oricare cu distribuția normală; cel mai bun: GJR-t în %, EGARCH-t în EUR/MWh; criteriul informațional Akaike (AIC): anexa C
- **Diagnostic**: valoarea p Ljung–Box pentru z_t^2, pătratul șocurilor standardizate
  - În % nu mai rămîne grupare; în EUR/MWh rămîne ($p < 0{,}001$): o singură ecuație nu poate urmări și nivelul prețului, și șocurile zilnice

- **În practică:** mai întîi modelați corect cozile distribuției, apoi asimetria.

(Bollerslev, 1987; Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993; Nelson, 1991)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 4

Cuprins

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Modelul Markov cu schimbare de regim separă regimul calm de cel agitat

- **Pe scurt:** Două stări neobservate, fiecare cu volatilitatea ei; pentru fiecare zi, modelul dă probabilitatea stării agitate.

$$u_t = \mu_{s_t} + \sigma_{s_t}\eta_t, \qquad \Pr(s_t = j \mid s_{t-1} = i) = p_{ij}$$

$$\text{durata medie a regimului } i = \frac{1}{1 - p_{ii}}$$

- **unde**
  - u_t = șocul în EUR/MWh
  - s_t = regimul (calm sau agitat)
  - η_t = variabilă normală standard
  - p_{ij} = probabilitățile de tranziție, estimate prin verosimilitate maximă (anexa D).

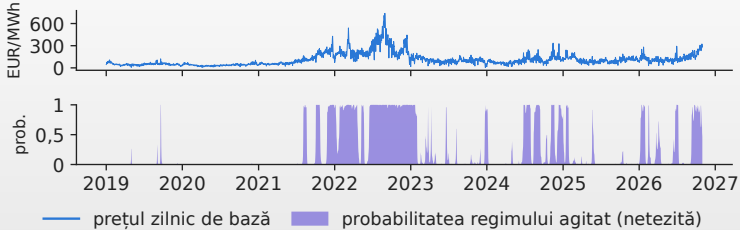
- **România, șocuri în EUR/MWh**
  - Calm: $\sigma = 12{,}9$, $p_{11} = 0{,}986$, circa 69 de zile
  - Agitat: $\sigma = 41{,}9$, $p_{22} = 0{,}957$, circa 23 de zile; 24% din zile
- **În procente**
  - Starea agitată: doar 3,5 zile, salturi izolate

- **În practică:** o probabilitate a regimului agitat peste 0,5 cere revizuirea acoperirii riscului și a garanțiilor.

(Hamilton, 1989, Econometrica)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 5

Regimurile de volatilitate în timpul crizei și în 2026



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: model Markov cu două regimuri, pe șocurile în EUR/MWh, 2019-01-01 - 2026-10-31.

- Zilele din regimul agitat
  - Cel mai lung episod: 15 iunie 2022 – 31 ianuarie 2023, 231 de zile
  - Ponderea pe ani: 2022 86%, 2025 6%, 2026 33% (48% din iulie)

- **În practică:** Transelectrica și furnizorii pot folosi această probabilitate ca avertizare timpurie pentru costurile de echilibrare.

(estimare proprie; Hamilton, 1989)

EMQA_L3_ms_regime

Persistența depinde de perioadă și de unitatea de măsură

GARCH(1,1)-t pe	$\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ (%)	$h_{1/2}$ (%)	$\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ (EUR)	$h_{1/2}$ (EUR)	$\bar{\sigma}$, EUR/MWh
2019–2020 (calm)	0,568	1,2	0,208	0,4	10,5
2021–2022 (criză)	0,882	5,5	1,000	∞	–
2023 – octombrie 2026	0,727	2,2	0,927	9,1	20,9
întreaga perioadă	0,746	2,4	0,994	113,5	27,6

- **În EUR/MWh**
  - În 2019–2020 un șoc se înjumătățește în mai puțin de o zi; în criză, $\hat{\alpha}+\hat{\beta}$ ajunge la 1, deoarece volatilitatea a crescut lună de lună odată cu prețul
  - Valoarea pentru întreaga perioadă amestecă regimurile, ceea ce supraestimează persistența
- **În procente**
  - Persistența rămîne mult sub 1 în fiecare perioadă: criza a mutat nivelul prețului, nu volatilitatea procentuală

- **În practică:** reestimați modelul după o schimbare de regim
  - Un model estimat pe perioada crizei menține limitele largi prea mult timp.

(Lamoureux & Lastrapes, 1990, JBES; estimare proprie)

Exerciții practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 5

Cuprins

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Variația intrazilnică măsoară cît se mișcă prețul în cursul zilei

- **Pe scurt:** Adunăm pătratele variațiilor de la o oră la alta din aceeași zi de livrare; din această variație cîștigă o baterie sau un consumator flexibil.

$$\mathrm{RV}_d = \sqrt{\sum_{h=1}^{H_d-1} \left(P_{d,h} - P_{d,h-1}\right)^2}, \qquad \text{relativă} = \frac{\mathrm{RV}_d}{\bar{P}_d}$$

- **unde**
  - $P_{d,h}$ = prețul orei h din ziua d (din 1 octombrie 2025, media celor patru sferturi de oră)
  - $H_d = 24$ de ore (23 sau 25 în cele $8 + 8$ zile cu schimbarea orei)
  - $\bar{P}_d$ = prețul zilnic de bază
  - În EUR/MWh, deoarece prețurile orare pot fi negative.

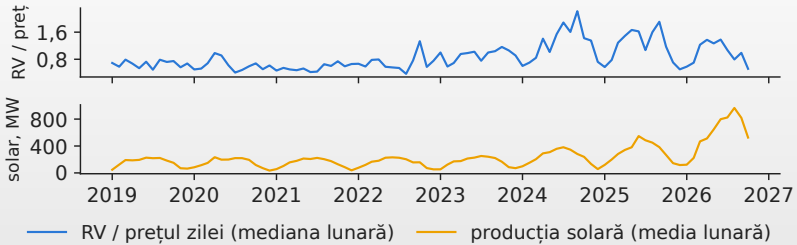
- **Variația intrazilnică realizată (RV)**, media anuală
  - 2019: 36; 2022: 186; 2026: 135 EUR/MWh
  - Raportată la preț (mediana): 0,64 în 2019, 1,24 în 2024
- **Un risc diferit**
  - Corelația dintre RV_d și $|u_t|$: doar 0,46
  - Nu este volatilitatea realizată din finanțe: cele 24 de ore sînt 24 de produse diferite

- **În practică:** venitul unui investitor în baterii depinde de variația intrazilnică, nu de prețul mediu zilnic.

(Andersen & Bollerslev, 1998, IER; Weron, 2014, IJF)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 6

Producția solară a mărit variația prețului în cursul zilei



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețuri OPCOM; producția solară ENTSO-E (date Transelectrica pentru România). Date: prețuri orare, valori lunare, 2019-01-01 - 2026-10-31.

- Variația intrazilnică relativă (mediana)
  - 0,64 în 2019, maximum 1,24 în 2024, 1,01 în 2026
  - Producția solară medie: 157 MW în 2019, 593 MW în ianuarie – octombrie 2026; corelația lunară: 0,46

În practică: mai multă energie solară înseamnă prețuri mici la prînz și mari seara, deci valoare pentru stocare.

(estimare proprie; producția solară ENTSO-E)

EMQA_L3_rv_solar

Variația intrazilnică are memorie lungă: zi, săptămînă, lună

- **Pe scurt:** Trei medii pe orizonturi diferite dau o regresie cu memorie lungă.

$$\ln \mathrm{RV}_d = b_0 + b_D \ln \mathrm{RV}_{d-1} + \tfrac{b_W}{7} \sum_{j=1}^{7} \ln \mathrm{RV}_{d-j} + \tfrac{b_M}{30} \sum_{j=1}^{30} \ln \mathrm{RV}_{d-j} + e_d$$

- **unde**
  - Modelul autoregresiv eterogen (HAR), estimat prin metoda celor mai mici pătrate (OLS)
  - b_D, b_W, b_M = ponderile zilei de ieri, ale ultimelor 7 și 30 de zile
  - Prognoza = $\exp(\widehat{\ln \mathrm{RV}_d} + s^2/2)$, s^2 = varianța erorilor.

- **Estimări**, înaintea anului de test
  - $\hat{b}_D = 0{,}40$, $\hat{b}_W = 0{,}36$, $\hat{b}_M = 0{,}22$ (toate cu $t > 6$), $R^2 = 0{,}82$
- **Anul de test**
  - Eroarea absolută medie (MAE): HAR 35,6, valoarea de ieri 39,1 EUR/MWh (cu 9,1% mai puțin)

- **În practică:** o baterie își programează mentenanța în zilele cu variație prognozată mică.

(Corsi, 2009, JFEC)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 6

Prognozele HAR urmăresc variația, dar nu și salturile izolate



Sursa: energy-charts.info (Fraunhofer ISE); prețurile PZU (OPCOM), prin ENTSO-E. Date: anul de test 2025-11-01 - 2026-10-31; HAR reestimat zilnic.

- Anul de test, prognoză făcută în ziua $d-1$
  - HAR reestimat zilnic pe datele disponibile în ziua $d-1$; MAE 35,6 EUR/MWh

În practică: folosiți prognoza pentru planificare și păstrați rezerve pentru salturile pe care nu le poate anticipa.

(estimare proprie)

EMQA_L3_har_fc

Cuprins

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Prognoza volatilității se evaluează față de o aproximare zgomotoasă

- **Pe scurt:** Comparăm prognoza cu o aproximare zgomotoasă, pătratul șocului, folosind o funcție de pierdere care ordonează totuși corect modelele.

$$\text{QLIKE}_t = \frac{\varepsilon_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} - \ln \frac{\varepsilon_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} - 1, \qquad \text{MSE}_t = \left(\varepsilon_t^2 - \hat{\sigma}_t^2\right)^2$$

- **unde**
  - Funcția de pierdere de tip cvasi-verosimilitate (QLIKE), eroarea pătratică medie (MSE)
  - ε_t = șocul zilei t, în afara eșantionului
  - $\hat{\sigma}_t^2$ = prognoza făcută în $t-1$
  - MSE este dominată de cîteva zile extreme
  - Testul Diebold–Mariano (DM) compară pierderile zilnice.

- **Exemplu**: σ adevărat $= 20$
  - Prognoza 10: QLIKE $= 1{,}61$; prognoza 40: QLIKE $= 0{,}64$
  - Subestimarea costă de 2,5 ori mai mult; MSE spune contrariul
- **Cadrul de evaluare**, anul de test 1 noiembrie 2025 – 31 octombrie 2026
  - Cinci modele, reestimate zilnic pe datele pînă în $t-1$

- **În practică:** cereți furnizorului modelului de risc valoarea QLIKE pe zilele dumneavoastră, în afara eșantionului.

(Patton, 2011, JOE; Hansen & Lunde, 2005, JAE)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 7

Prognozele de tip GARCH comparate cu volatilitatea istorică pe 30 de zile

Varianța pentru ziua următoare	QLIKE, %	p față de 30 de zile	QLIKE, EUR	p față de 30 de zile
varianța istorică pe 30 de zile	1,523	–	1,428	–
medie cu ponderi exponențiale (EWMA)	1,499	0,082	1,398	0,026
GARCH(1,1)-t	1,459	0,170	1,378	0,040
GJR(1,1)-t	1,445	0,145	1,357	0,032
EGARCH(1,1)-t	1,452	0,120	1,349	0,027

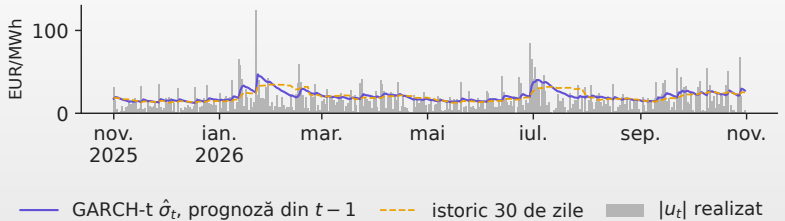
- **Interpretare**
  - QLIKE mai mic = model mai bun (verde); p = testul DM unilateral (Newey–West, 7 decalaje), 365 de zile
  - Cel mai bun: GJR-t în % (pierdere cu 5,1% sub varianța pe 30 de zile), EGARCH-t în EUR/MWh (5,5%)
- **Semnificația, la pragul de 5%**
  - În EUR/MWh, toate modelele GARCH sînt mai precise decît varianța istorică; în procente, niciunul; asimetria nu aduce un cîștig semnificativ ($p = 0{,}08$)

- **În practică:** folosiți GARCH-t ca model implicit
  - Modelele asimetrice aduc puțin în afara eșantionului.

(Diebold & Mariano, 1995, JBES; Patton, 2011, JOE; RiskMetrics, 1996)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 7

Volatilitatea GARCH și cea istorică pe 30 de zile în jurul celui mai mare șoc



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: anul de test 2025-11-01 - 2026-10-31; modele reestimate zilnic.

- Cel mai mare șoc din anul de test: +124 EUR/MWh, la 22 ianuarie 2026
  - A doua zi, $\hat{\sigma}$ GARCH crește de la 25 la 47, iar varianța istorică dă doar 33 EUR/MWh
  - După 30 de zile, șocul iese din fereastră: estimarea istorică scade într-o singură zi de la 32 la 23

- **În practică:** o limită care se modifică brusc la 30 de zile după un șoc, fără nicio informație nouă, trădează un model cu fereastră istorică.

(estimare proprie)

EMQA_L3_fc_test

Pe mai multe săptămîni, volatilitatea revine spre nivelul normal

- **Pe scurt:** O volatilitate mare se așteaptă să scadă, iar una mică să crească; de aceea, regula $\sigma\sqrt{h}$ greșește riscul pe h zile.

$$\hat{\sigma}^2_{T+h|T} = \bar{\sigma}^2 + (\alpha+\beta)^{h-1}\left(\hat{\sigma}^2_{T+1} - \bar{\sigma}^2\right)$$

$$\mathrm{Var}_T\left(\sum_{k=1}^{h} r_{T+k}\right) = \sum_{k=1}^{h} \hat{\sigma}^2_{T+k|T} \;\neq\; h\,\hat{\sigma}^2_{T+1}$$

- **unde**
  - T = ziua prognozei
  - A doua formulă: randamente fără autocorelație (petrol, carbon), nu energie electrică
  - Banda de 90% = $\pm 1{,}645\sqrt{\cdot}$.

- **Brent la 9 aprilie 2026**, după șocul petrolier din 2026
  - $\hat{\sigma}_{T+1} = 93\%$ pe an, pe termen lung 39%
  - Banda pe 20 de zile: GARCH $\pm 38{,}5\%$, $\sigma\sqrt{20}$: $\pm 43{,}1\%$ (prea largă cu 12%)
- **Brent la 30 octombrie 2026**, din nou calm
  - $\hat{\sigma}_{T+1} = 32\% < 40\%$: acum $\sigma\sqrt{20}$ dă o bandă prea îngustă

- **În practică:** un consumator industrial care își face bugetul de combustibil adună prognozele GARCH, nu scalează σ de azi.

(Engle, 2001, JEP; estimare proprie)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 7

Cuprins

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Studiu de caz: nivelul prețurilor și volatilitatea în 2026, comparativ cu 2022

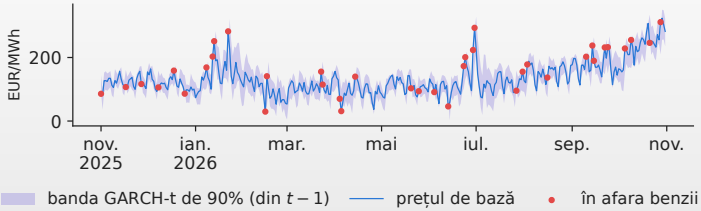
- **Ce s-a întîmplat cu prețurile**
  - Prețul de bază din România: 150 EUR/MWh în ianuarie, 239 în octombrie 2026 (medii lunare)
  - Brent: 69 USD/baril în februarie, 100 în martie, 108 în octombrie; gaze TTF: 32 $\rightarrow$ 87 EUR/MWh (februarie $\rightarrow$ octombrie)
- **Ce s-a întîmplat cu volatilitatea**
  - În procente, aproape nimic: $\hat{\sigma}$ lunar mediu de 17,4% în 2026, 17,4% în 2022, 16,6% în 2019
  - În EUR/MWh s-a dublat față de 2019 (10,9 $\rightarrow$ 21,8), dar luna cu valoarea maximă, 34,7 (ianuarie 2026), rămîne mult sub 2022 (65,1, septembrie 2022)
  - Regimul agitat: 33% din zilele anului 2026 (2022: 86%); probabilitatea la 31 octombrie 2026: 0,47
  - Brent: volatilitatea GARCH a ajuns la 100% pe an (9 aprilie 2026), față de o medie de 30% în 2025
- **Concluzia**
  - Un șoc al nivelului prețului, cu regim agitat în circa jumătate din zile începînd cu luna iulie; nu (încă) o criză de tipul celei din 2022

În practică: un furnizor care reînnoiește contractele în noiembrie 2026 trebuie să includă în preț riscul asociat nivelului mai ridicat, nu unui nou regim de volatilitate.

(estimare proprie; Banca Mondială, Pink Sheet; Yahoo Finance)

Exercițiu practic: notebook-ul Jupyter, secțiunea 8

Studiu de caz: banda GARCH-t de o zi a fost corectă în anul de test



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); estimări proprii. Date: anul de test 2025-11-01 - 2026-10-31.

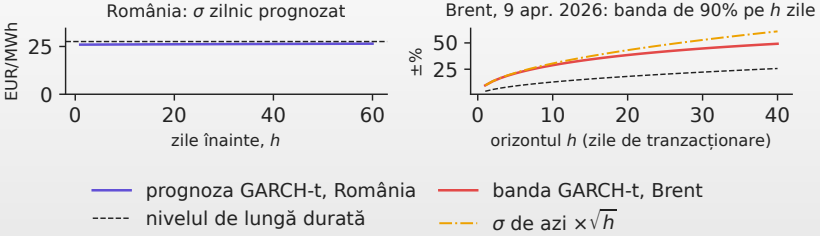
- Banda = prețul prognozat $\pm$ cuantila Student $\times \hat{\sigma}_t$, stabilită în ziua $t-1$
  - 38 din 365 de zile în afara benzii (10,4%, față de 10% așteptat): 9,4% între noiembrie și aprilie, 11,4% între mai și octombrie
  - Semilățimea medie: 33 EUR/MWh în prima jumătate, 36 în septembrie–octombrie

- **În practică:** un furnizor își poate fixa limita zilnică de achiziție pe baza acestei benzi
  - Testele formale ale acestor benzi se studiază în cursul 4.

(estimare proprie)

EMQA_L3_case_band

Studiu de caz: limitele pentru noiembrie 2026 și șocul din aprilie



Sursa: energy-charts.info (OPCOM, prin ENTSO-E); Yahoo Finance (Brent BZ=F, titlul SparkChange EUA ETC); EODHD (acțiuni BVB). Date: prognoze GARCH(1,1)-t făcute cu datele până la 2026-10-31.

- România, 31 octombrie 2026: $\hat{\sigma} = 26{,}0$ EUR/MWh, aproape de nivelul de lungă durată, 27,6
  - Limita de 90% pentru o zi: circa ± 43 EUR/MWh în fiecare zi din noiembrie; Brent: banda crește mai lent decît $\sigma\sqrt{h}$

- **În practică:** stabiliți limitele după structura la termen a prognozei, nu după volatilitatea de azi.

(estimare proprie)

EMQA_L3_term_structure

Studiul de caz C3: legătura slabă dintre acțiunile energetice românești și petrol

- **Ce a făcut lucrarea** (Grecu, Cramer, Pele & Lessmann, 2025)
  - Date: indicii bursieri ai celor 27 de state ale Uniunii Europene, contractele futures pe Brent și TTF, 2010–2023
  - Metodă: volatilitatea fiecărei serii cu un model GARCH, apoi o corelație condiționată dinamică (DCC) pentru fiecare zi; un model Markov pentru regimurile acestei corelații
  - Rezultat: corelația cu petrolul este în general între 0 și 0,4; Europa Centrală și de Est (ECE) este regiunea cel mai slab corelată; regimurile persistă cu probabilitate de peste 98%
- **Replicarea noastră** (OMV Petrom, Romgaz (SNG), Nuclearelectrica (SNN) față de Brent, 2 860 de zile)
  - Parametrii DCC: $a = 0{,}021$, $b = 0{,}950$; corelația reacționează lent și este foarte persistentă
  - Corelația medie: 0,13; maximum 0,54 în 2020, minimum $-0{,}32$ în 2022, aceeași cronologie ca în lucrare
  - Acoperirea riscului coșului cu Brent, în afara eșantionului: variația variantei $-1{,}7\%$ (dinamic), $-6{,}9\%$ (static); valoare negativă = risc mai mare
- Cifrele C3 sînt calculate cu notebook-ul Jupyter al studiului de caz C3, pe datele noastre; rezultatele lucrării sînt prezentate în fișa studiului de caz.

- **În practică:** riscul acțiunilor energetice românești ține de reglementare și de piața locală
  - Acoperirea cu Brent nu îl reduce.

(Grecu, Cramer, Pele & Lessmann, 2025, NAJEF; studiul de caz C3)

Test 1: timpul de înjumătățire al unui șoc petrolier

- Pentru Brent, GARCH(1,1)-t dă $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 0{,}973$
  - După un șoc, în cît timp dispare jumătate din varianța suplimentară?

Răspuns

- $h_{1/2} = \ln 0{,}5 / \ln 0{,}973 = 25{,}6$ zile lucrătoare, circa 5 săptămîni: limitele rămîn mai largi săptămîni întregi, nu cîteva zile.

Test 2: procente sau euro

- În 2022, volatilitatea procentuală a prețului din România a fost aceeași ca în 2019
  - S-a schimbat riscul unei poziții deschise de 10 MW a unui furnizor?

Răspuns

- Da: poziția cîștigă sau pierde în euro, iar volatilitatea șocurilor în EUR/MWh a crescut de 4,1 ori, odată cu nivelul prețului.

Test 3: creșterea de luni

- Prețul PZU crește cu 35% de duminică pînă luni
  - Trebuie departamentul de risc să lărgească limitele?

Răspuns

- Nu: în medie, prețul de luni este cu 38% mai mare decît cel de duminică
  - Calendarul este inclus în ecuația mediei, iar în modelul GARCH intră doar șocul ε_t, aici aproape zero.

Test 4: alegerea modelului de volatilitate

- Modelul de volatilitate al unui furnizor are cea mai mică eroare pătratică medie în anul de test, datorită a trei zile extreme
  - Ce îi cereți?

Răspuns

- Valoarea QLIKE pe aceleași zile și un test DM față de GARCH-t și de varianța istorică pe 30 de zile
  - În anul nostru de test, cel mai bun QLIKE în EUR/MWh îl are EGARCH-t, fără a fi semnificativ mai bun decît GARCH-t.

Test 5: după o creștere sau după o scădere

- Ieri prețul s-a modificat cu 61 EUR/MWh
  - Pentru un cumpărător, ziua de mîine este mai riscantă după o creștere sau după o scădere?

Răspuns

- După o creștere: modelul GJR în EUR/MWh dă $\sigma = 37{,}6$ după o creștere și 30,6 după o scădere (efectul de levier invers).

Recapitulare

- Măsurarea volatilității
- Modelele din familia GARCH
- Regimuri de volatilitate și criza energetică
- Volatilitatea intrazilnică, din prețurile orare
- Prognoza și evaluarea volatilității
- Studiu de caz: prețul energiei electrice din România în 2026

Măsurare

- Mai întîi se elimină calendarul săptămînal; în procente criza nu a fost mai volatilă, în EUR/MWh volatilitatea a fost de 4,1 ori mai mare

Modelare și prognoză

- GARCH-t este modelul implicit; șocurile petrolului se înjumătățesc în circa 5 săptămîni; cursul următor: măsurarea riscului în companiile energetice (cursul 4)

Cercetările grupului nostru despre volatilitate și risc

- **Prețurile energiei și bursele din UE** (Grecu, Cramer, Pele & Lessmann, 2025, NAJEF)
  - Ce a făcut lucrarea: volatilitate GARCH, corelații DCC zilnice și regimuri Markov pentru 27 de indici naționali, față de petrol și gaze, 2010–2023
  - Rezultat: piețele europene urmează mai mult petrolul decît gazele, cu regimuri persistente (studiul de caz C3)
- **Entropia și riscul de piață** (Pele, Lazar & Dufour, 2017, Entropy)
  - Ce a făcut lucrarea: a măsurat entropia randamentelor intrazilnice euro–yen și a legat-o de valoarea expusă la risc (VaR) și de pierderea medie în coada distribuției (ES)
  - Rezultat: o relație negativă între entropie și VaR, respectiv ES intrazilnic; entropia intrazilnică servește apoi la prognoza VaR zilnic
- **Entropia datelor de înaltă frecvență și riscul zilnic** (Pele & Mazurencu-Marinescu-Pele, 2019, Entropy)
  - Ce a făcut lucrarea: a folosit entropia randamentelor intrazilnice ale Bitcoin pentru prognoza VaR zilnic, comparativ cu modelele GARCH clasice
  - Rezultat: prognoza VaR bazată pe entropie dă cele mai bune rezultate la testare; datele intrazilnice conțin informație despre riscul zilnic
- **Energy Financial Risk Meter** (Toma, Dima, Grecu, Pele & Lessmann, 2026, SSRN)
  - Ce a făcut lucrarea: un indicator al riscului sistemic pentru sectorul energetic din UE; tema cursului 4
- Rezultatele de pe acest diapozitiv sînt cele raportate în lucrări; celelalte cifre din curs provin din calculele noastre.

(Academia de Studii Economice din București; Academia Română, Institutul de Prognoză Economică)

AIDA 2026: crizele geopolitice fac negativă legătura burselor din UE cu energia

- **Ce a făcut lucrarea** (A.-A. Cramer, conferința AIDA (AI and Digital Assets in Energy and Finance), 3 iunie 2026)
  - Date: indicii bursieri ai țărilor din UE, pe regiuni și după industrializare; futures pe Brent și TTF, 2010–2026
  - Modele: GARCH, apoi corelația DCC zilnică (ca în studiul de caz C3); regimuri Markov; răspunsul la șocuri
- **Ce a găsit**
  - Corelația cu petrolul: în general pozitivă, de cele mai multe ori între 0 și 0,4; cu gazele, mai mică
  - Petrolul contează mai ales în sudul și vestul Europei, gazele în nord și vest; țările industrializate urmează mai mult petrolul
  - Crizele fac corelația negativă: Crimeea, 2014 (gaze), Ucraina, 2022 (gaze: cel mai puternic în ECE), Orientul Mijlociu, 2026
  - După un șoc, bursele țărilor celor mai industrializate sînt mai afectate în primele luni, apoi efectul se estompează
- Rezultatele sînt cele raportate de autori. Prezentarea: diapozitive; articolul: doi:10.1016/j.najef.2025.102420.
- **În practică:** cine acoperă acțiuni din UE cu futures pe petrol sau gaze trebuie să se aștepte ca, în criză, corelația să își schimbe semnul.

(Cramer, conferința AIDA, București, 3 iunie 2026; Grecu, Cramer, Pele & Lessmann, 2025, NAJEF)

AIDA 2026: șocurile tokenurilor energetice se transmit mai ales pe termen scurt

- **Ce a făcut lucrarea** (S. Ben Amor și M. Horváth, conferința AIDA, 4 iunie 2026)
  - Date: tokenuri energetice (Power Ledger, SunContract, Energy Web), criptomonede, acțiuni de energie curată, petrol, gaze, certificate de emisii, obligațiuni verzi; dec. 2020 – ian. 2026
  - Metodă: model vectorial autoregresiv cu parametri variabili în timp; transmiterea șocurilor, separată pe termen scurt (tranzitorie) și lung (persistentă)
- **Ce a găsit**
  - Interconectarea: circa 60% din total pe termen scurt, circa 5% pe termen lung
  - Crizele (criptomonede, 2021; energie, 2022) amplifică șocurile pe termen scurt; pe termen lung, structura rămîne stabilă
  - Power Ledger și SunContract transmit cel mai mult pe termen scurt; Energy Web contează mai ales în crize
  - Diversificarea depinde de token: portofoliul de variantă minimă, raport Sharpe 0,127 fără tokenuri, 0,143 cu SunContract
- Rezultatele sînt cele raportate de autori. Prezentarea: diapozitive.

- **În practică:** șocurile se transmit în cîteva zile
  - Valoarea pentru diversificare se judecă pentru fiecare token în parte.

(Ben Amor și Horváth, conferința AIDA, București, 4 iunie 2026)

Lecturi și resurse suplimentare

- **R. F. Engle, GARCH 101** (2001): cea mai clară introducere scurtă, scrisă de laureatul Nobel care a propus modelul ARCH — doi:10.1257/jep.15.4.157.
- **R. Weron, Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices** (Wiley, 2006): faptele stilizate și volatilitatea prețurilor energiei electrice — doi:10.1002/9781118673362.
- **Pachetul Python** `arch` (K. Sheppard), folosit pentru toate modelele din acest curs: arch.readthedocs.io.
- **Acest curs**: cod, date, notebook-uri Jupyter — github.com/danpele/EMQA.
- **Studiul de caz C3**: modelul DCC și acoperirea cu Brent pentru acțiunile energetice românești, pas cu pas.
- **Exerciții practic**: notebook-ul Jupyter reproduce toate graficele și cifrele din acest curs — notebooks/.

Bibliografie (1/3)

- Andersen, T. G. & Bollerslev, T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 885–905. doi:10.2307/2527343
- Ben Amor, S. & Horváth, M. (2026). Transitory and persistent cross-market spillovers of energy tokens. AIDA Conference, Bucharest University of Economic Studies, 4 June 2026. github.com/danpele/EMQA/resources/aida2026
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1
- Bollerslev, T. (1987). A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542–547. doi:10.2307/1925546
- Corsi, F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2), 174–196. doi:10.1093/jjfinec/nbp001
- Cramer, A.-A. (2026). The link between energy prices and stock markets in European Union countries (with R.-A. Grecu, D. T. Pele and S. Lessmann). AIDA Conference, Bucharest University of Economic Studies, 3 June 2026. github.com/danpele/EMQA/resources/aida2026
- Diebold, F. X. & Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253–263. doi:10.1080/07350015.1995.10524599
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007. doi:10.2307/1912773

Bibliografie (2/3)

- Engle, R. F. (2001). GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157–168. doi:10.1257/jep.15.4.157
- Engle, R. F. & Ng, V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, 48(5), 1749–1778. doi:10.1111/j.1540-6261.1993.tb05127.x
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801. doi:10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x
- Grecu, R. A., Cramer, A. A., Pele, D. T. & Lessmann, S. (2025). The link between energy prices and stock markets in European Union countries. *North American Journal of Economics and Finance*, 78, 102420. doi:10.1016/j.najef.2025.102420
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384. doi:10.2307/1912559
- Hansen, P. R. & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: Does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–889. doi:10.1002/jae.800
- Knittel, C. R. & Roberts, M. R. (2005). An empirical examination of restructured electricity prices. *Energy Economics*, 27(5), 791–817. doi:10.1016/j.eneco.2004.11.005
- Lamoureux, C. G. & Lastrapes, W. D. (1990). Persistence in variance, structural change, and the GARCH model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 8(2), 225–234. doi:10.1080/07350015.1990.10509794

Bibliografie (3/3)

- Ljung, G. M. & Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297–303. doi:10.1093/biomet/65.2.297
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370. doi:10.2307/2938260
- Patton, A. J. (2011). Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies. *Journal of Econometrics*, 160(1), 246–256. doi:10.1016/j.jeconom.2010.03.034
- Pele, D. T., Lazar, E. & Dufour, A. (2017). Information entropy and measures of market risk. *Entropy*, 19(5), 226. doi:10.3390/e19050226
- Pele, D. T. & Mazurencu-Marinescu-Pele, M. (2019). Using high-frequency entropy to forecast Bitcoin's daily value at risk. *Entropy*, 21(2), 102. doi:10.3390/e21020102
- RiskMetrics (1996). *RiskMetrics — Technical Document*, 4th ed. J. P. Morgan / Reuters, New York. msci.com
- Toma, F.-M., Dima, D.-M., Grecu, R., Pele, D. T. & Lessmann, S. (2026). Energy Financial Risk Meter: Systemic risk in the EU energy sector. SSRN Working Paper 6985301. doi:10.2139/ssrn.6985301
- Uniejewski, B., Weron, R. & Ziel, F. (2018). Variance stabilizing transformations for electricity spot price forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(2), 2219–2229. doi:10.1109/TPWRS.2017.2734563
- Weron, R. (2006). *Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices: A Statistical Approach*. Wiley, Chichester. doi:10.1002/9781118673362
- Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International Journal of Forecasting*, 30(4), 1030–1081. doi:10.1016/j.ijforecast.2014.08.008

Anexa A: funcția de verosimilitate Student a modelului GARCH

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \left[\ln \Gamma\left(\tfrac{\nu+1}{2}\right) - \ln \Gamma\left(\tfrac{\nu}{2}\right) - \tfrac{1}{2} \ln\big(\pi(\nu-2)\big) - \tfrac{1}{2} \ln \sigma_t^2 - \tfrac{\nu+1}{2} \ln\left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{(\nu-2)\sigma_t^2}\right) \right]$$

- $\theta = (\omega, \alpha, \beta, \nu)$
  - Γ = funcția gamma
  - Factorul $\nu - 2$ dă variabilei Student varianța 1.
- Maximizare numerică cu $\omega > 0$, $\alpha, \beta \geq 0$, $\alpha + \beta < 1$, $\nu > 2$
  - Erori standard robuste
  - Pachetul `arch`.
- Cazul normal: $\ell = -\frac{1}{2} \sum_t \left[\ln(2\pi) + \ln \sigma_t^2 + \varepsilon_t^2 / \sigma_t^2 \right]$, limita pentru $\nu \to \infty$.

(Bollerslev, 1987, RESTAT)

GARCH(1,1)-t	%	EUR/MWh
ω	105,677 (35,482)	4,635 (1,773)
α	0,308 (0,081)	0,102 (0,020)
β	0,438 (0,150)	0,892 (0,021)
ν	4,266 (0,370)	6,149 (0,655)

- Estimația (eroarea standard).

Anexa B: prognoza pe mai mulți pași și timpul de înjumătățire

- **Pasul 1**
  - Scriem $\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 + v_t$, cu $\mathbb{E}_{t-1}[v_t] = 0$; atunci $\sigma_{t+1}^2 = \omega + (\alpha + \beta)\sigma_t^2 + \alpha v_t$
- **Pasul 2**
  - Aplicăm media condiționată în T: $\mathbb{E}_T[\sigma_{T+h}^2] = \omega + (\alpha + \beta)\mathbb{E}_T[\sigma_{T+h-1}^2]$, pentru $h \geq 2$
  - Scădem $\bar{\sigma}^2 = \omega + (\alpha + \beta)\bar{\sigma}^2$: abaterea față de $\bar{\sigma}^2$ se înmulțește în fiecare zi cu $\alpha + \beta$
- **Pasul 3**
  - Rezultă $\mathbb{E}_T[\sigma_{T+h}^2] - \bar{\sigma}^2 = (\alpha + \beta)^{h-1}(\sigma_{T+1}^2 - \bar{\sigma}^2)$
  - Rămîne jumătate din abatere cînd $(\alpha + \beta)^h = 1/2$, deci $h_{1/2} = \ln(1/2)/\ln(\alpha + \beta)$
- **GJR și EGARCH**
  - GJR cu z_t simetric: persistența este $\alpha + \gamma/2 + \beta$, deoarece $\Pr(\varepsilon < 0) = 1/2$
  - EGARCH: $\ln \sigma_t^2$ urmează un proces autoregresiv cu coeficientul β; persistența este β

(Engle, 2001, JEP; Bollerslev, 1986, JOE)

Anexa C: cele șase modele, în ambele unități de măsură

Modelul	log-L, %	AIC, %	BIC, %	log-L, EUR	AIC, EUR	BIC, EUR
GARCH, normal	−12 360,3	24 726,6	24 744,5	−12 274,7	24 555,4	24 573,2
GARCH, Student	−12 094,5	24 197,0	24 220,8	−12 209,4	24 426,8	24 450,7
GJR, normal	−12 329,4	24 666,8	24 690,7	−12 246,6	24 501,3	24 525,1
GJR, Student	−12 087,2	24 184,3	24 214,1	−12 185,9	24 381,9	24 411,7
EGARCH, normal	−12 329,8	24 667,6	24 691,4	−12 243,1	24 494,2	24 518,0
EGARCH, Student	−12 089,7	24 189,4	24 219,2	−12 182,1	24 374,1	24 403,9

- log-L $=$ log-verosimilitatea $\hat{\ell}$; AIC $= 2k - 2\hat{\ell}$, BIC $= k \ln T - 2\hat{\ell}$, $k =$ numărul de parametri; 2 853 de zile, 1 ianuarie 2019 – 31 octombrie 2026.
- Asimetria $\hat{\gamma}$ și $\hat{\nu}$: GJR-t 0,225, 4,41 (%); −0,127, 6,50 (EUR/MWh).

(Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993; Nelson, 1991)

Anexa D: filtrul Hamilton și robustețea funcției QLIKE

- **Filtrul Hamilton** (modelul Markov)
  - Predicția: $\Pr(s_t = j \mid \mathcal{F}_{t-1}) = \sum_i p_{ij} \Pr(s_{t-1} = i \mid \mathcal{F}_{t-1})$
  - Actualizarea: se înmulțește cu densitatea normală a lui u_t în regimul j și se normalizează; suma logaritmilor constantelor de normalizare este log-verosimilitatea
  - Probabilitățile netezite (din grafic) folosesc toate datele, cele filtrate doar trecutul; o avertizare în timp real trebuie să folosească probabilitățile filtrate
- **De ce QLIKE**
  - Dacă $\mathbb{E}_{t-1}[\varepsilon_t^2] = \sigma_t^2$, valoarea așteptată a QLIKE este minimă numai pentru $\hat{\sigma}_t^2 = \sigma_t^2$, oricît de zgomotos ar fi ε_t^2
  - Același lucru este valabil pentru MSE; alte funcții, ca $|\varepsilon_t| - \hat{\sigma}_t$ sau erorile logaritmice, pot ordona greșit modelele (Patton, 2011)
  - Statistica DM: media diferențelor zilnice de pierdere împărțită la eroarea ei standard Newey–West (7 decalaje); asimptotic normală

(Hamilton, 1989; Patton, 2011, JOE; Diebold & Mariano, 1995)