









Modelarea piețelor financiare

Capitolul 10: Microstructura pieței



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Cît costă tranzacționarea?

> *"This paper presents a method for inferring the effective bid-ask spread directly from a time series of market prices. The method requires no data other than the prices themselves; so it is very cheap."*
>
> — *Roll (1984)*

- SPY, fondul tranzacționat la bursă (ETF) pe indicele S&P 500 (*Standard & Poor's*): un pas de cotare (0,01 USD) înseamnă 0,21 pb, limita inferioară a spread-ului cotat
- Din bare zilnice, estimările spread-ului SPY sînt cu două ordine de mărime peste un pas
  - Roll 64,3 pb, EDGE (estimatorul discret generalizat eficient al spread-ului) 40,1 pb: sînt dominate de volatilitate
- Din bare de 5 minute, EDGE dă 0,46 pb, cel mai aproape de un pas
- Corwin–Schultz plasează BVB (mediana 54 pb) lîngă SUA (mediana 53 pb)
  - valoarea tranzacționată zilnică mediană: 0,34 milioane USD la BVB, 10 505 milioane USD în SUA

▸ Graficul central: spread-ul SPY la două frecvențe

Firul capitolului: de la ordine la prețuri și costuri



Nasdaq MarketSite, Times Square, New York: un studio, nu un ring de tranzacționare

Foto: Luca Marfè (2015); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

Rezultatele învățării

- calculați estimările de spread Roll, Corwin–Schultz, Abdi–Ranaldo și EDGE
- calculați raportul Amihud și interpretați unitățile lui
- derivați spread-ul Glosten–Milgrom, echilibrul Kyle și traiectoria Almgren–Chriss
- interpretați ponderile informaționale și taxa arbitrajului de latență
- Aprofundări și Anexa: lectură pentru familiarizare

- **Întrebările**: cînd ordinele sînt corelate de calculatoare în microsecunde
  - cît costă tranzacționarea?
  - cum încorporează prețurile informația?
- Regulile motorului de tranzacționare influențează prețurile și costurile Gould et al. (2013)
  - regulile: prioritate, pasul de cotare, licitații
- Modele: registrul de ordine, spread-ul, raportul Amihud, Glosten–Milgrom, Kyle, Almgren–Chriss
  - estimatorii de spread: Roll, Corwin–Schultz, EDGE
- Aplicații: episoade de stres, piața cripto, Bursa de Valori București (BVB), competiția pentru viteză, momentum-ul intrazilnic
- Exerciții rezolvate: Seminarul 10
- Exemplele detaliate și subiectele avansate sînt în Aprofundări, înainte de Anexă
  - butonul din subsol duce la ele, iar butonul Înapoi revine la slide-ul de plecare

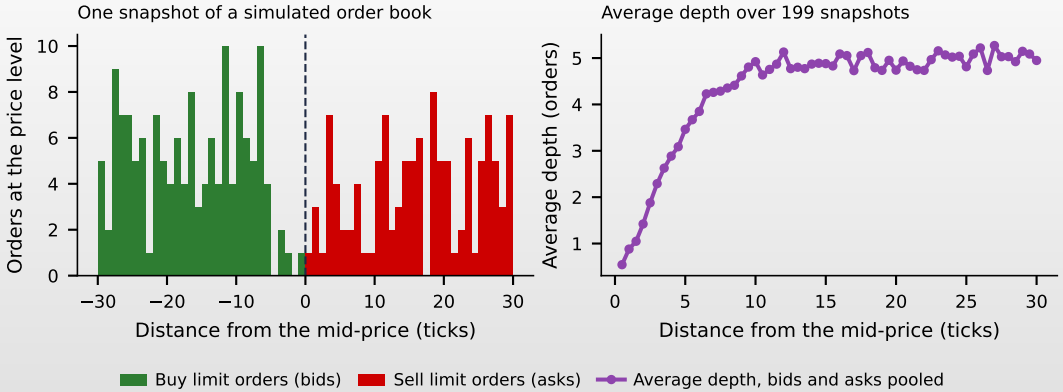
Lichiditatea și registrul de ordine limită: definiții

- **Întrebarea**: ce cumpără un ordin la piață și de ce costul lui depinde de forma registrului?
- **Lichiditatea**: tranzacționarea rapidă a unei cantități la un preț apropiat de valoarea justă
  - nicio măsură unică nu o surprinde complet
  - **Îngustimea** (spread-ul), **adîncimea** (mărimea ordinului care mișcă prețul) și **reziliența** (viteza cu care prețul revine) Kyle (1985); a patra dimensiune, **imediatețea** Harris (2003)
- **Registrul de ordine limită** (LOB): toate ordinele limită în așteptare, după preț și momentul sosirii Gould et al. (2013)
- La momentul t: cel mai bun bid b_t este sub cel mai bun ask a_t
  - prețul de mijloc $m_t = (a_t + b_t)/2$
  - spread-ul relativ $(a_t - b_t)/m_t$, în puncte de bază (pb; 1 pb = 0,01%; în grafice: bp, basis points)
  - **Adîncimea**: cantitatea care așteaptă la un nivel de preț; **pasul de cotare** (tick): cea mai mică diferență de preț (0,01 USD pentru majoritatea acțiunilor americane cu prețul peste 1 USD)

Ordine, prioritate și corelare

- **Ordinul la piață**: execuție imediată pe lichiditatea disponibilă, la un preț incert
- **Ordinul limită**: prețul este mărginit de limită, execuția este incertă (alte tipuri de ordine: Anexă)
- Ordinele limită care așteaptă în registru oferă lichiditate
  - ordinele la piață și cele limită executabile imediat o consumă
- **Prioritatea preț-timp**: întîi prețul mai bun, apoi ordinul mai vechi la același preț (o coadă)
  - locul în coadă este valoros (studiul de caz despre competiția pentru viteză)
- **Licitațiile** de deschidere și închidere: ordinele sînt centralizate
  - ordinele sînt corelate la prețul unic care maximizează cantitatea executată
- Un ordin de cumpărare la piață de mărime Q parcurge succesiv nivelurile ask
  - plătește jumătatea de spread plus costul nivelurilor mai adînci

Un registru de ordine simulat (1/2)



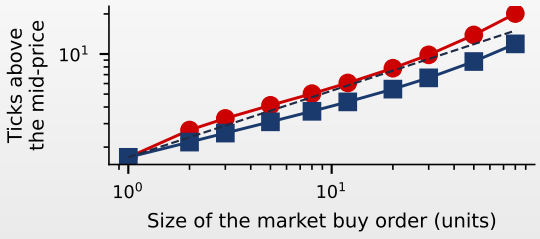
MFM_ch10_order_book ▶ Interactiv

Un registru de ordine simulat (2/2)

- **Simulare**: ordine de tip zero-intelligence Farmer, Patelli & Zovko (2005)
  - ordine limită, la piață și anulări sosesc aleator (intensitățile: Anexă)
  - Stînga: un instantaneu al registrului (cumpărare verde, vînzare roșu); dreapta: adîncimea medie după distanța de la mijloc
- Spread-ul are în medie 3,23 pași de cotare (mediana 3) și depășește 6 pași în 10% din timp
- Adîncimea medie, pe 199 de instantanee:
  - 0,8 ordine la 1 pas de mijloc
  - 4,8 la 10 pași, 5,0 la 25 de pași
- Ordinele la piață consumă întîi nivelurile cele mai bune
  - lichiditatea este redusă lîngă prețul de mijloc Tóth et al. (2011)
  - în registrele reale adîncimea crește tot spre exterior Bouchaud, Bonart, Donier & Gould (2018)

MFM_ch10_order_book

Impactul unui ordin la piață asupra prețului (1/2)



- Ordine de cumpărare la piață de 1 pînă la 80 de unități, aplicate fiecărui instantaneu simulat
  - axe logaritmice
- Prețul marginal:
  - un ordin de o unitate ajunge la 1,7 pași peste mijloc
  - unul de 80 de unități ajunge la 20,1 pași
- Impact **concav**: pe axe logaritmice, panta este 0,53, aproape de 1/2
- Prețul mediu de execuție crește cu panta 0,44
  - 80 de unități plătesc în medie 11,9 pași pe unitate
- Dublarea ordinului: costul pe unitate $\times 2^{\mathbf{0,44}} \approx 1{,}36$, nu 2
  - costul total (mărimea $\times$ costul pe unitate) $\times 2^{\mathbf{1+0,44}} \approx 2{,}7$

MFM_ch10_order_book ▶ Interactiv

Impactul unui ordin la piață asupra prețului (2/2)

- Impactul este concav pentru că adîncimea registrului crește cu distanța de la mijloc
- Ordinele mari împărțite în timp (metaordinele) urmează o lege similară
  - secțiunea *Impactul asupra prețului și execuția optimă*

Componentele spread-ului

- **Întrebarea**: de ce există un spread și cum îl măsurăm, cu sau fără cotații?
- Furnizorul de lichiditate cumpără la bid și vinde la ask
- Spread-ul acoperă trei costuri Huang & Stoll (1997)
  - **Procesarea ordinelor**: comisioane, tehnologie, compensare
  - **Stocul**: deținerea unei poziții nedorite expune furnizorul la riscul de preț
  - **Selecția adversă**: unele contrapărți știu mai mult Bagehot (1971)
- Furnizorul pierde în fața celor informați
  - pierderile se recuperează de la investitorii neinformați (investitori zgomot, *noise traders*; secțiunea *Informația și prețurile*)

Spread-ul cotat, efectiv și realizat (1/2)

- Trei măsuri ale costului unei tranzacții dus-întors
  - raportate la prețul de mijloc m_t dinaintea tranzacției
  - p_t: prețul tranzacției
  - $q_t = +1$ dacă a inițiat-o cumpărătorul (a lovit ask-ul), -1 dacă a inițiat-o vînzătorul
- Spread-ul **cotat**, doar din cotații: $S_t^Q = (a_t - b_t)/m_t \geq 0$
- Spread-ul **efectiv**, ce a plătit tranzacția: $S_t^E = 2q_t(p_t - m_t)/m_t$
  - q_t face costul pozitiv pe ambele părți
  - costul unui singur sens este $S_t^E/2$
- Spread-ul **realizat**: $S_t^R = 2q_t(p_t - m_{t+\Delta})/m_t$
  - ce păstrează furnizorul de lichiditate înainte de comisioane și de costurile de stoc
  - $m_{t+\Delta}$: prețul de mijloc la Δ după tranzacție (de ex. 5 minute)
  - $S_t^R < 0$ cînd $q_t(m_{t+\Delta} - p_t) > 0$: prețul de mijloc ulterior trece de prețul tranzacției, în direcția ei
  - o continuare mai mică a mișcării reduce S_t^R, dar îl poate lăsa pozitiv

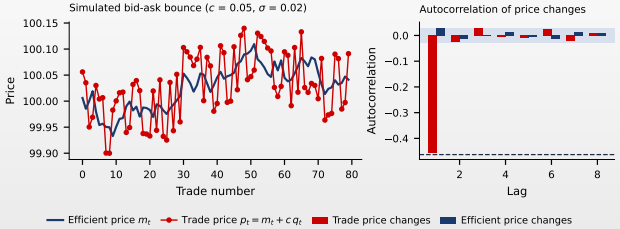
Spread-ul cotat, efectiv și realizat (2/2)

- **Impactul asupra prețului**: $S_t^E - S_t^R = 2q_t(m_{t+\Delta} - m_t)/m_t$
  - mișcarea durabilă a mijlocului
  - atribuită de obicei selecției adverse, deși contribuie și stocul și presiunea fluxului de ordine
- Spread-ul efectiv și cel realizat necesită tranzacțiile, cotațiile în vigoare și direcția tranzacției
  - direcția, de exemplu după regula Lee & Ready (1991): peste mijloc cumpărare, sub mijloc vînzare
  - la mijloc: testul tick (față de ultimul preț de tranzacționare diferit)
- Fără astfel de date, spread-ul se **estimează** doar din prețuri (slide-urile următoare)

Modelul Roll

- Ideea Roll (1984): spread-ul se deduce din alternanța prețurilor tranzacțiilor între bid și ask
  - $t = 1, \ldots, n$: tranzacțiile succesive, cu prețurile în USD (sau în logaritmi)
- **Prețul eficient**, un mers aleator (*random walk*) care se mișcă doar la știri: $m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t$
  - ε_t i.i.d. (independente și identic distribuite), de medie 0 și dispersie σ^2
- **Prețul tranzacției**: $p_t = m_t + c\, q_t$, cu $c > 0$ jumătatea de spread ($s = 2c$)
  - $q_t = +1$ (cumpărare la ask) sau -1 (vînzare la bid), fiecare cu probabilitatea 1/2
  - semnele sînt i.i.d. și independente de ε
- Variația prețului: $\Delta p_t = \varepsilon_t + c(q_t - q_{t-1})$, deci $\mathrm{Var}(\Delta p_t) = \sigma^2 + 2c^2$ și $\mathrm{Cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1}) = -c^2$
  - **Oscilația bid-ask** (*bid-ask bounce*): termenul comun q_{t-1} intră în Δp_{t-1} cu $+c$ și în Δp_t cu $-c$, deci un salt la ask tinde să fie urmat de o coborîre la bid, chiar cînd prețul eficient este un mers aleator
- **Estimatorul Roll**: $\hat{s} = 2\hat{c} = 2\sqrt{-\widehat{\mathrm{Cov}}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1})}$
  - $\widehat{\mathrm{Cov}}$: autocovarianța empirică de ordinul 1 a celor $n-1$ variații de preț
  - definit doar dacă ea este negativă

Oscilația bid-ask (simulare) (1/2)



- Stînga: primele 80 de tranzacții, prețul eficient m_t și prețul tranzacției p_t
  - dreapta: autocorelațiile variațiilor de preț pînă la lagul 8, pentru ambele prețuri
- $n = 5\,000$ de tranzacții simulate, cu $c = 0{,}05$ și $\sigma = 0{,}02$
- Banda albastru deschis, $\pm 1{,}96/\sqrt{n}$: banda de 95% pentru autocorelațiile unui zgomot alb
  - linia punctată arată autocorelația teoretică de ordinul 1

MFM_ch10_roll ▶ Interactiv

Oscilația bid-ask (simulare) (2/2)

- Spread-ul adevărat este $2c = 0{,}10$, iar estimarea Roll este $\hat{s} = 0{,}0998$
- Autocorelația de ordinul 1 estimată este $-0{,}458$
  - valoarea teoretică: $\text{Cov}/\text{Var} = -c^2/(\sigma^2 + 2c^2) = -0{,}463$
- Lagurile 2–8: autocorelațiile prețului tranzacției rămîn în banda de 95%, cu excepția lagului 3
  - la lagul 3, autocorelația 0,028 este chiar la marginea benzii punctuale $\pm 0{,}028$
- Absența autocorelației semnificative după lagul 1 este compatibilă cu eficiența în formă slabă la aceste laguri
  - nu o demonstrează: a nu respinge ipoteza nulă nu înseamnă a o confirma
  - prețurile tranzacțiilor nu sînt totuși un mers aleator

Estimatorul Roll în eșantioane finite

- Pe date reale, covarianța empirică este adesea **pozitivă**, deci $\hat{s}$ nu este definit
  - pe barele SPY de 5 minute, în 41% din zile
  - **Eroare de eșantionare**: modelul este adevărat, dar eșantionul este scurt, iar c^2 este mic față de σ^2
  - **Specificare greșită**: tendințe după știri, ordine împărțite în multe tranzacții, prețuri neactualizate (*stale*), bare în loc de tranzacții
- Notațiile Harris (1990): $\gamma_k = \mathrm{Cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-k})$
  - în modelul Roll: $\gamma_0 = \sigma^2 + 2c^2$ și $\gamma_1 = -c^2$
  - T: numărul variațiilor de preț (77 pe zi pentru SPY)
  - $\hat{\gamma}_1$: valoarea empirică, din variații centrate pe media lor empirică
- **Deplasarea**: $\mathbb{E}[\hat{\gamma}_1] \approx \gamma_1 - (\gamma_0 + 2\gamma_1)/T$
  - negativă chiar fără spread ($c = 0$): Roll găsește atunci un spread inexistent
- **Zgomotul**: $T\,\mathrm{Var}(\hat{\gamma}_1) \to \gamma_0^2 + \gamma_1^2$ cînd $T \to \infty$ (semne $q_t = \pm 1$ independente), deci dispersia scade doar ca $1/T$
  - aproximarea gaussiană Bartlett, $\gamma_0^2 + 3\gamma_1^2$, omite cumulantul de ordin patru al semnelor binare: $-2c^4 = -2\gamma_1^2$
  - limita presupune moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1
- **Semnul greșit**: $\hat{\gamma}_1$ este aproximativ Normal, deci $P(\hat{\gamma}_1 > 0) \approx \Phi(\sqrt{T}\,\gamma_1/\gamma_0)$
  - Φ: funcția de repartiție a distribuției Normale standard
  - probabilitatea este aproape de $1/2$ cînd $c^2 \ll \sigma^2/\sqrt{T}$

Spread-ul din intervalul zilnic: Corwin–Schultz

- Ideea Corwin & Schultz (2012): maximul zilnic este de obicei o cumpărare la ask, iar minimul o vînzare la bid
  - deci intervalul maxim-minim conține volatilitatea plus spread-ul
- Partea de volatilitate crește cu lungimea intervalului, partea de spread nu
  - se compară intervalul pe o zi cu cel pe două zile
- H_t, L_t: maximul și minimul zilei t
  - $H_{t,t+1}$, $L_{t,t+1}$: maximul și minimul pe zilele t și $t+1$
  - $\ln(H/L)$: intervalul logaritmic
- $\beta = \sum_{j=0}^{1} \left[\ln \frac{H_{t+j}}{L_{t+j}}\right]^2$, suma pătratelor celor două intervale de o zi
  - $\gamma = \left[\ln \frac{H_{t,t+1}}{L_{t,t+1}}\right]^2$, pătratul intervalului pe două zile
  - Fără spread, în medie $\gamma \approx \beta$ (dispersia se adună pe două zile); spread-ul intră de două ori în β, o singură dată în γ
- Soluția celor două ecuații de moment: $\alpha = \frac{\sqrt{2\beta} - \sqrt{\beta}}{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{\gamma}{3 - 2\sqrt{2}}}$, $\quad \hat{S} = \frac{2(e^{\alpha} - 1)}{1 + e^{\alpha}}$
  - α: partea de spread a intervalului logaritmic; $\hat{S}$: spread-ul relativ, ca fracțiune din preț ($\times 10^4$ pentru pb), cu $\hat{S} \approx \alpha$ pentru α mic

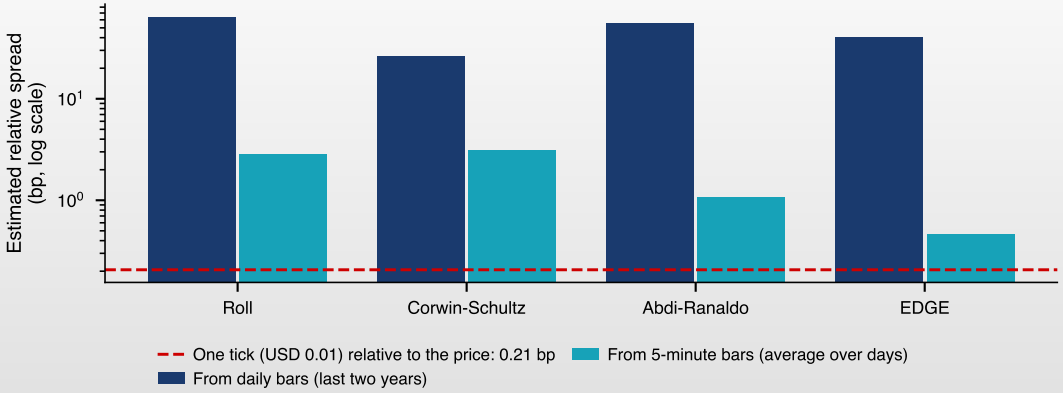
Abdi–Ranaldo și EDGE (1/2)

- **Abdi–Ranaldo** Abdi & Ranaldo (2017): închiderea se află la bid sau la ask
  - mijlocul intervalului zilei aproximează prețul de mijloc
  - c_t: logaritmul prețului de închidere din ziua t; $\eta_t = (\ln H_t + \ln L_t)/2$: mijlocul logaritmic al intervalului zilei t
- Produsul distanțelor închiderii față de mijlocul intervalului de azi și de mîine
  - este, în medie, un sfert din pătratul spread-ului: $\hat{S}^2 = 4\,\mathbb{E}\left[(c_t - \eta_t)(c_t - \eta_{t+1})\right]$
  - Știrile mișcă η_{t+1} independent de alternanța bid-ask din c_t, deci termenii de volatilitate se anulează în medie
  - $\mathbb{E}$ se înlocuiește cu media empirică pe zile; un produs mediu negativ dă $\hat{S} = 0$

Abdi–Ranaldo și EDGE (2/2)

- **EDGE** (estimatorul discret generalizat eficient) Ardia, Guidotti & Kroencke (2024)
  - folosește prețurile de deschidere, maxim, minim și închidere (OHLC)
  - Două condiții de moment, fiecare un produs de randamente logaritmice între deschidere, închidere și η_t (forma exactă: Anexă), dau două estimări nedeplasate $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$ ale lui S^2, cu dispersiile empirice v_1, v_2
- Combinația de dispersie minimă (ponderare diagonală): $\hat{S}^2 = \dfrac{v_2\hat{e}_1 + v_1\hat{e}_2}{v_1 + v_2}$
  - Fiecare estimare este ponderată cu dispersia **celeilalte**, deci cea mai zgomotoasă primește ponderea mai mică
- Comun ambilor estimatori: sînt necesare doar barele OHLC
  - un moment mediu negativ dă $\hat{S} = 0$
  - $\sqrt{\hat{S}^2}$ nu este exact nedeplasat pentru S
- Pentru cripto-active, estimatorii maxim-minim urmăresc variația în timp a lichidității
  - este vorba de lichiditatea de înaltă frecvență
  - raportul Amihud măsoară mai bine nivelurile Brauneis, Mestel, Riordan & Theissen (2021)

Estimatori de spread la două frecvențe: SPY

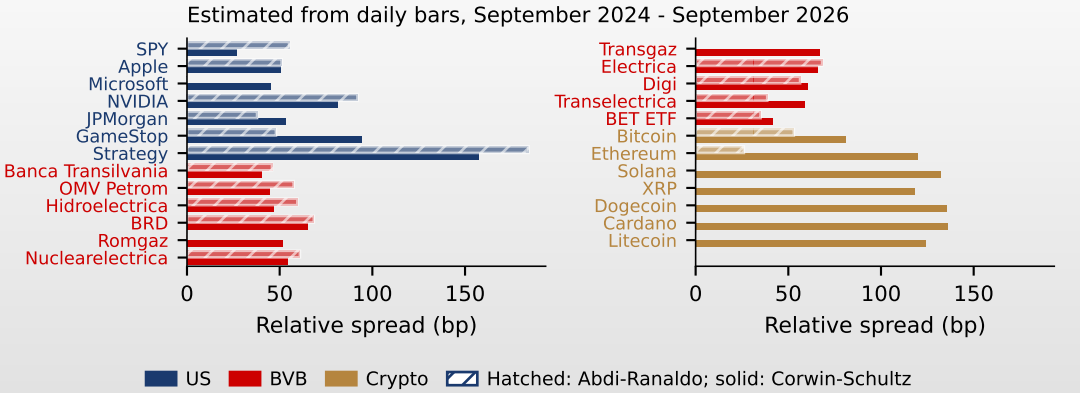


MFM_ch10_spread_estimators ▶ Interactiv

Estimările spread-ului SPY: zilnic și la cinci minute

- Graficul: estimarea fiecărui estimator, în pb, pe scală logaritmică
  - albastru închis: din bare zilnice (sep. 2024 – sep. 2026)
  - turcoaz: din bare de 5 minute (1 477 de zile, 2020–2026)
  - linia roșie punctată: un pas
- Un pas (0,01 USD) înseamnă 0,21 pb
  - o limită inferioară pentru spread-ul **cotat**, nu pentru cel efectiv
- Pe bare zilnice, estimările sînt cu două ordine de mărime peste un pas Jahan-Parvar & Zikes (2023)
  - sînt dominate de volatilitate
  - Roll 64,3, Corwin–Schultz 26,5, Abdi–Ranaldo 55,1, EDGE 40,1 pb
- Pe bare de 5 minute, EDGE este cel mai aproape de un pas
  - Roll 2,82, Corwin–Schultz 3,11, Abdi–Ranaldo 1,06 pb
  - EDGE 0,46 pb (interval [0,41; 0,51])
- EDGE: media estimărilor zilnice (cele negative devin 0); interval: bootstrap pe blocuri de 20 de zile
- Un pas este o verificare de plauzibilitate, nu o validare
- Tipul de dovadă: comparație între proceduri (arată care metodă funcționează mai bine pe aceleași date, nu de ce)
  - Roll 2,82 pb: circa 54% din autocovarianța medie este deplasare datorată centrării (Aprofundări)
  - după corecție, spread-ul Roll scade la 1,92 pb, cu circa 32%

Estimări ale spread-ului pentru 25 de active



MFM_ch10_spread_estimators ▶ Interactiv

De ce proxy-urile zilnice plasează BVB lîngă activele americane

- Graficul: Corwin–Schultz (bara plină) și Abdi–Ranaldo (bara hașurată), în pb, pentru fiecare activ
  - culorile: SUA, BVB, cripto
  - bare zilnice, sep. 2024 – sep. 2026 (acțiunile BVB în lei)
- Mediana estimărilor Corwin–Schultz: 53 pb în SUA, 54 pb la BVB, 124 pb pentru cripto-active
- Acțiunile blue-chip BVB par la fel de lichide ca marile companii americane
  - neverosimil, avînd în vedere cît de puțin se tranzacționează (secțiunea următoare)
  - Valoarea tranzacționată zilnică mediană, în aceleași grupuri: 10 505 milioane USD în SUA, 0,34 milioane USD la BVB, un raport de circa 31 000
- Clasamentul urmează volatilitatea
- Abdi–Ranaldo este 0 pentru 8 din cele 25 de active (medie empirică negativă)
- Pentru niveluri este nevoie de un reper independent: spread-ul efectiv măsurat din tranzacții Jahan-Parvar & Zikes (2023)
- Tipul de dovadă: descriere (arată ce s-a întîmplat în date, fără un test al cauzei)

MFM_ch10_spread_estimators

Raportul de ilichiditate Amihud

- **Întrebarea**: cum măsurăm adîncimea pieței cînd avem doar randamente și volume zilnice?
- Impactul zilnic asupra prețului per unitate monetară tranzacționată Amihud (2002):

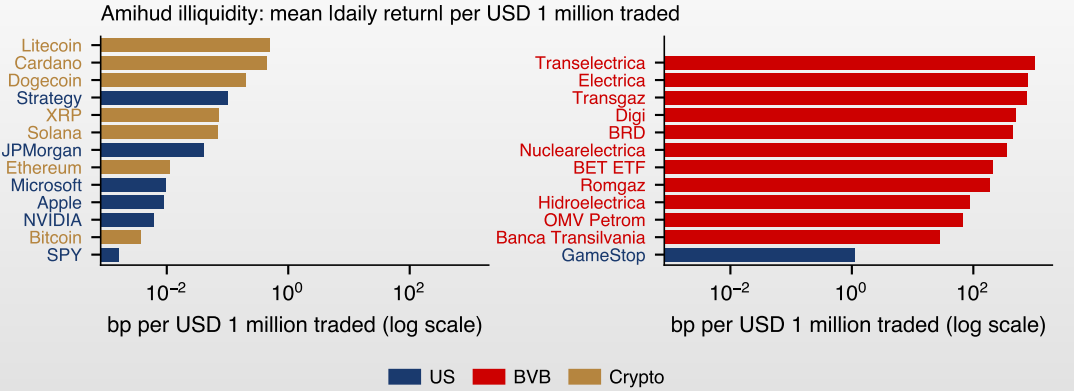
$$\mathrm{ILLIQ}_i = \frac{K}{D_i} \sum_{d=1}^{D_i} \frac{|r_{i,d}|}{\mathrm{DVOL}_{i,d}}$$

  - i: activul; $d = 1, \ldots, D_i$: zilele lui de tranzacționare cu volum nenul; $r_{i,d}$: randamentul zilnic; $\mathrm{DVOL}_{i,d}$: valoarea tranzacționată (preț $\times$ volum)
  - $K = 10^4 \times 10^6 = 10^{10}$, cu r ca fracție și DVOL (*Dollar VOLume*, valoarea tranzacționată, preț $\times$ volum) în USD: puncte de bază de mișcare a prețului la 1 milion USD tranzacționat
- O valoare mai mare înseamnă mai puțină lichiditate
  - aceeași valoare tranzacționată mișcă prețul mai mult
- Necesită doar randamente și volume zilnice, disponibile pentru orice piață și perioadă
  - acțiunile BVB: lei la cursul de referință BNR (Banca Națională a României) al zilei
  - cripto-activele: valoarea în USD însumată pe burse
- O aproximare din date de frecvență joasă a lambda lui Kyle (secțiunea *Informația și prețurile*) Hasbrouck (2009)

Citirea raportului Amihud: unități și lambda lui Kyle

- O zi-exemplu: $|r| = 50$ pb la o valoare tranzacționată de 25 de milioane USD
  - dă $50/25 = 2$ pb la 1 milion USD, adică 200 pb la 100 de milioane USD
  - ILLIQ_i face media acestor rapoarte zilnice
- Măsura intrazilnică pentru SPY din această secțiune: pb la 100 de milioane USD
  - media celor 78 de rapoarte pe bare ale zilei
  - Media ei, 1,83, înseamnă 0,0183 pb la 1 milion USD, necomparabilă cu raportul zilnic SPY (0,0016): o bară are circa 1/78 din valoarea zilei, dar $|r|$ al ei nu este de 78 de ori mai mic
- Legătura cu λ al lui Kyle, mișcarea prețului per acțiune din fluxul net de ordine y
  - dacă tot volumul ar fi flux net, $\Delta p = \lambda y$
  - la prețul p: $|r| = \lambda |y|/p$ și $\mathrm{DVOL} = p|y|$, deci $|r|/\mathrm{DVOL} = \lambda/p^2$
  - Cumpărările și vînzările care se compensează adaugă volum fără să miște prețul, deci raportul este cel mult λ/p^2 (seminarul A6)

Ilichiditatea Amihud pentru 25 de active

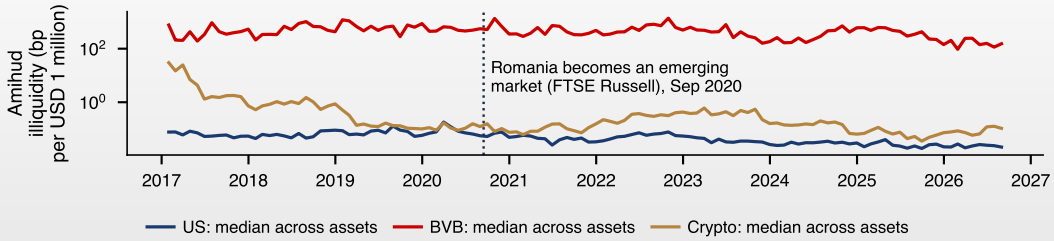


Rapoartele Amihud: trei grupuri la ordine de mărime diferite

- Sep. 2024 – sep. 2026, scală logaritmică
  - media pe circa 500 de zile de tranzacționare (730 pentru cripto)
- SPY: 0,0016 pb la 1 milion USD tranzacționat
  - valoarea tranzacționată mediană: 40 124 de milioane USD pe zi
  - Bitcoin: 0,0037 pb
- Banca Transilvania, cea mai lichidă acțiune BVB: 28,0 pb, de circa 17 600 de ori valoarea pentru SPY
- Transelectrica: 1 024,0 pb; ETF-ul pe BET (*Bucharest Exchange Trading*, indicele de referință al BVB): 212,9 pb
- Trei grupuri, separate prin ordine de mărime:
  - marile companii americane și principalele cripto-active
  - cripto-activele mai mici și GameStop
  - acțiunile BVB
- Aproximările zilnice ale spread-ului nu separă piețele în aceste trei grupuri
- Un indicator aproximativ, nu costul efectiv al unei tranzacții
- Tipul de dovadă: descriere

MFM_ch10_amihud

Ilichiditatea în timp: trei piețe



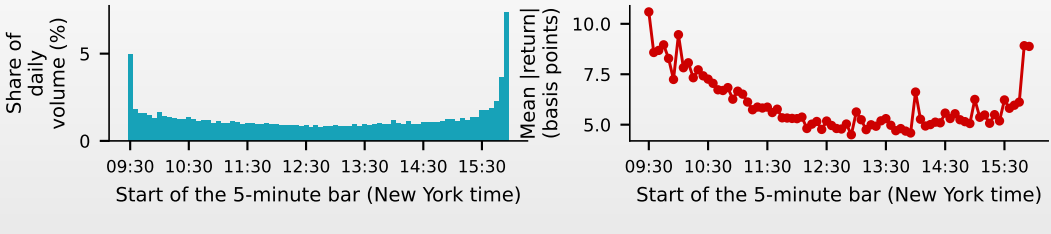
- Raportul Amihud lunar, mediana pe fiecare grup (fără SPY și ETF-ul pe BET), scală logaritmică
- Cripto: de la 7,6 pb la 1 milion USD în 2017 la 0,089 pb în 2026
- SUA: de la 0,062 pb în 2017 la 0,023 pb în 2026
- BVB: de la 435 pb în 2017 la 169 pb în 2026, încă de circa 7 000 de ori mediana americană
- Nicio ruptură vizibilă la trecerea la statutul de piață emergentă BVB (2026)
  - statutul a fost acordat de furnizorul de indici FTSE Russell (septembrie 2020)

MFM_ch10_amihud ▶ Interactiv

Lichiditatea în evaluarea activelor

- **Nivelul**: investitorii cer un randament mai mare pentru activele scumpe de tranzacționat Amihud & Mendelson (1986)
  - Randamentul așteptat crește concav cu spread-ul: activele nelichide sînt deținute de investitorii cu orizont lung
- **Serie de timp** Amihud (2002):
  - o ilichiditate așteptată mai mare a pieței anunță randamente viitoare mai mari
  - o creștere neașteptată reduce prețurile curente
- **Riscul de lichiditate**: acțiunile care se depreciază cînd lichiditatea pieței scade brusc oferă o primă de risc Pástor & Stambaugh (2003), Acharya & Pedersen (2005)
- Aici: randamentele lunare ale pieței scad cînd ilichiditatea crește neașteptat
  - pe BVB, în SUA și pe piața cripto (seminarul C2)
  - Ilichiditatea **neașteptată**: reziduul unui model AR(1) (autoregresiv de ordinul 1) estimat pe ilichiditatea lunară a pieței; randamentul lunar este regresat pe ilichiditatea lunii precedente și pe acest reziduu (nov. 2016 – aug. 2026)
  - Statisticile t ale coeficientului șocului de ilichiditate: $-4{,}0$ (BVB), $-3{,}8$ (SUA), $-4{,}1$ (cripto)
- Tipul de dovadă: asociere (variabilele se mișcă împreună; nu dovedește o relație cauzală)
  - randamentul și șocul de ilichiditate sînt măsurate în aceeași lună

SPY în cursul zilei de tranzacționare (1/2)



- 78 de bare de 5 minute pe zi, 1 477 de zile complete (oct. 2020 – sep. 2026)
  - prima bară pornește de la prețul de deschidere
- Ponderea în volumul zilei, față de o repartizare uniformă:
  - 5,0% pentru prima bară, 0,9% pentru o bară de la prînz, față de $1/78 = 1{,}28\%$ pe bară
  - 18,6% pentru ultimele 30 de minute, față de $6/78 = 7{,}69\%$ (interval de încredere de 95%: [18,3; 19,0])

MFM_ch10_intraday ▶ Interactiv

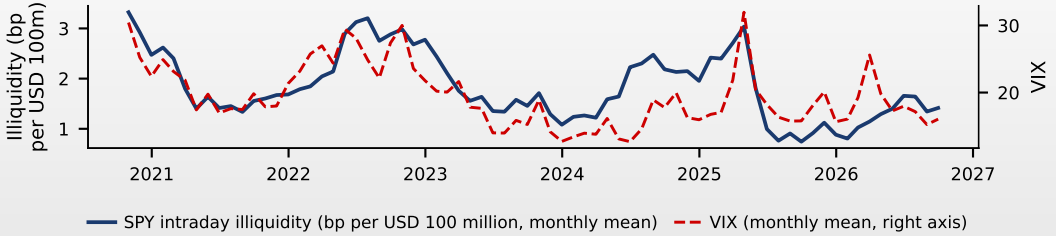
SPY în cursul zilei de tranzacționare (2/2)

- Media randamentului absolut pe 5 minute, $|r|$: 10,6 pb în prima bară și 5,1 pb la prînz
  - adică un raport de 2,06
  - interval de încredere de 95%: [1,98; 2,15], prin reeșantionarea zilelor întregi, seminarul B1
- Salturile de la 10:00 și 14:00 coincid cu publicarea programată a datelor macroeconomice

Explicațiile formei de U

- Documentată pentru acțiunile de la Bursa din New York (NYSE) de Wood, McInish & Ord (1985)
  - randamentele și volumul sînt maxime la deschidere și la închidere
- **Deschiderea**: știrile din timpul nopții sînt încorporate în preț
  - incertitudinea este maximă
  - Investitorii informați acționează devreme, înainte ca informația să se răspîndească
- **Concentrarea** Admati & Pfleiderer (1988):
  - investitorii zgomot care își pot alege momentul tranzacționează în aceleași intervale
  - lichiditatea atrage lichiditate
- **Închiderea**: fondurile pe indici și ETF-urile tranzacționează la prețul de închidere
  - prețul este stabilit prin licitația de închidere
- Consecința practică: un algoritm de execuție urmează curba volumului pentru a reduce impactul
  - secțiunea *Impactul asupra prețului și execuția optimă*
- Tipul de dovadă: descriere
  - explicațiile de pe acest slide nu sînt testate aici

Lichiditatea și volatilitatea: SPY și VIX (1/2)



- Ilichiditatea zilnică din date intrazilnice: media raportului $|r|$ / valoarea tranzacționată
  - media se face pe cele 78 de bare ale zilei
  - în pb la 100 de milioane USD (împărțim la 100 pentru 1 milion USD)
  - graficul arată mediile lunare

MFM_ch10_intraday ▶ Interactiv

Lichiditatea și volatilitatea: SPY și VIX (2/2)

- Corelația cu VIX: 0,58 pe date zilnice și 0,69 pe mediile lunare
- Elasticitatea logaritmului ilichidității față de logaritmul VIX: 0,95
  - eroare standard HAC (*Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent*), robustă la heteroscedasticitate și autocorelație: 0,12
  - relația este estimată în seminarul B4
- În aprilie 2025, ilichiditatea a fost 3,04, față de o medie de 1,83
  - lichiditatea dispare tocmai cînd investitorii au cea mai mare nevoie de ea
  - deci riscul de lichiditate este corelat cu riscul de piață Acharya & Pedersen (2005)
- Tipul de dovadă: asociere
  - raportul de ilichiditate conține $|r|$, care crește odată cu volatilitatea

Modelul Glosten–Milgrom

- **Întrebarea**: cum intră informația privată în prețuri și de ce creează ea singură un spread?
- Valoarea $V \in \{V_L, V_H\}$, $P(V = V_H) = \theta$ Glosten & Milgrom (1985)
  - în fiecare perioadă sosește un singur investitor
  - Cu probabilitatea μ informat (cumpără dacă $V = V_H$, vinde dacă $V = V_L$), altfel investitor zgomot: neinformat, tranzacționează din nevoi de lichiditate (cumpără sau vinde cu probabilitatea 1/2) Bagehot (1971)
- Formator de piață (*market maker*) competitiv și neutru la risc, cu profit așteptat zero la fiecare tranzacție
  - $a = \mathbb{E}[V \mid \text{cumpărare}]$ (ask), $b = \mathbb{E}[V \mid \text{vînzare}]$ (bid)
  - O cumpărare semnalează o valoare mare, iar o vînzare una mică, deci $a > b$
- Investitorii informați cumpără mereu cînd $V = V_H$, investitorii zgomot jumătate din timp
  - $P(\text{cumpărare} \mid V_H) = \mu + \frac{1-\mu}{2}$, $P(\text{cumpărare} \mid V_L) = \frac{1-\mu}{2}$
- După fiecare tranzacție, regula lui Bayes actualizează θ: o cumpărare îl crește, o vînzare îl scade

Glosten–Milgrom: spread-ul

- Regula lui Bayes după o cumpărare, apoi ask-ul ca medie condiționată a valorii
  - $P(V_H \mid \text{cumpărare}) = \dfrac{\left(\mu + \frac{1-\mu}{2}\right)\theta}{\left(\mu + \frac{1-\mu}{2}\right)\theta + \frac{1-\mu}{2}(1-\theta)}$, $\qquad a = V_L + (V_H - V_L)\,P(V_H \mid \text{cumpărare})$
  - Numărătorul: probabilitatea evenimentului „valoare mare și cumpărare"; numitorul: probabilitatea totală a unei cumpărări; bid-ul rezultă simetric, dintr-o vînzare
- La $\theta = 1/2$: $a - b = \mu(V_H - V_L)$, liniar în ponderea investitorilor informați
  - $V_L = 90$, $V_H = 110$: spread-ul este 2 pentru $\mu = 0{,}1$ și 6 pentru $\mu = 0{,}3$
- Fără stoc, fără comisioane: spread-ul se datorează exclusiv asimetriei informaționale
- Prețurile tranzacțiilor formează un martingal
  - piața este eficientă în formă semi-tare (capitolul 2)

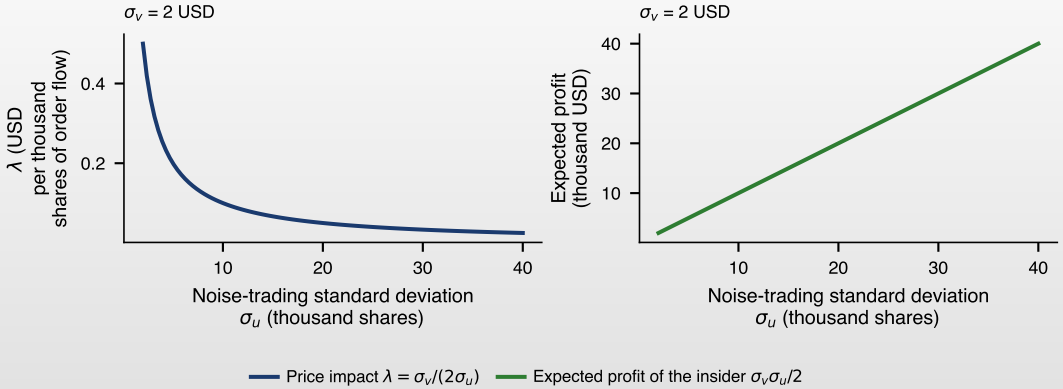
Modelul Kyle

- Un investitor din interior cunoaște $v \sim N(p_0, \sigma_v^2)$ și trimite un ordin la piață x Kyle (1985)
  - p_0: prețul dinaintea tranzacționării
  - Investitorii zgomot (neinformați) trimit $u \sim N(0, \sigma_u^2)$, independent de v
  - Formatorul de piață vede doar fluxul total $y = x + u$ și stabilește $p = \mathbb{E}[v \mid y]$
- Echilibrul liniar: $x = \beta(v - p_0)$, $p = p_0 + \lambda y$
  - $\beta > 0$: intensitatea tranzacționării investitorului din interior (nu β din Corwin–Schultz)
  - $\lambda > 0$: **lambda lui Kyle**, mișcarea prețului per acțiune din fluxul net de ordine
- **Investitorul din interior** ia ca dată regula de preț: $\mathbb{E}[(v - p)\,x \mid v] = (v - p_0)x - \lambda x^2$
  - cîștigul din informație minus costul mișcării prețului în defavoarea sa
  - Condiția de ordinul întîi: $x = (v - p_0)/(2\lambda)$, deci $\beta = 1/(2\lambda)$: tranzacționează prudent, fiindcă ordinul său mișcă prețul
- **Formatorul de piață**: (v, y) are distribuție Normală bivariată
  - deci $\lambda = \mathrm{Cov}(v, y)/\mathrm{Var}(y) = \beta\sigma_v^2/(\beta^2\sigma_v^2 + \sigma_u^2)$
  - panta OLS (metoda celor mai mici pătrate) în populație a lui v pe y

Kyle: echilibrul și ce dezvăluie prețul

- Înlocuind $\beta = 1/(2\lambda)$ în pantă obținem $\beta^2\sigma_v^2 = \sigma_u^2$, deci
  - $\beta = \sigma_u/\sigma_v, \quad \lambda = \sigma_v/(2\sigma_u), \quad \mathbb{E}[\text{profitul investitorului}] = \sigma_v\sigma_u/2$
- Mai multe ordine de la investitorii zgomot (σ_u mai mare): λ mai mic (piață mai adîncă), β și profitul mai mari
- Informație mai valoroasă (σ_v mai mare): λ mai mare, formatorul de piață se protejează
- $\mathrm{Var}(x) = \beta^2\sigma_v^2 = \sigma_u^2$
  - ordinele investitorului din interior variază la fel de mult ca cele ale investitorilor zgomot
  - investitorul se ascunde în spatele lor
- $\mathrm{Var}(v \mid y) = \sigma_v^2 - \lambda^2\mathrm{Var}(y) = \sigma_v^2/2$: prețul dezvăluie jumătate din informația privată

Lambda lui Kyle și profitul investitorului din interior (1/2)



MFM_ch10_information ▶ Interactiv

Lambda lui Kyle și profitul investitorului din interior (2/2)

- $\sigma_v = 2$ USD
  - abaterea standard σ_u a ordinelor investitorilor zgomot variază de la 2 000 la 40 000 de acțiuni
- Unitățile din grafic: λ în USD la o mie de acțiuni, iar $1/\lambda$ este **adîncimea pieței**
- Citirea graficului: λ scade ca $1/\sigma_u$, iar profitul investitorului din interior crește liniar cu σ_u

MFM_ch10_information

Cum interpretăm PIN?

- Parametrii PIN (*Probability of INformed trading*, probabilitatea tranzacționării informate), din modelul Easley, Kiefer, O'Hara & Paperman (1996) al numerelor zilnice de cumpărări și vînzări:
  - α: probabilitatea unui eveniment informațional într-o zi
  - μ: intensitatea ordinelor informate
  - ε_b, ε_s: intensitățile cumpărărilor și vînzărilor neinformate
- $\mathrm{PIN} = \alpha\mu/(\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s)$, PIN $\in [0, 1]$
- Exemplu: $\alpha = 0{,}5$, $\mu = 2$, $\varepsilon_b = \varepsilon_s = 2$ dau $\mathrm{PIN} = 1/(1 + 2 + 2) = 0{,}20$
  - o cincime din numărul mediu de tranzacții sînt informate
- PIN descrie o pondere implicată de model
  - nu identifică tranzacția individuală informată
  - varianta în timp de volum, VPIN (*Volume-synchronised Probability of INformed trading*): Aprofundări

De la modele la măsurare

Măsura	Componenta identificată	Date necesare
λ Kyle	variația prețului per unitate de flux de ordine cu semn; raportul Amihud este aproximarea lui zilnică Hasbrouck (2009)	flux cu semn sau bare zilnice
MRR	modelul Madhavan–Richardson–Roomans: componentele permanentă (selecția adversă) și tranzitorie ale spread-ului Madhavan, Richardson & Roomans (1997)	tranzacții cu semn și cotații
VAR Hasbrouck	model vector autoregresiv (VAR): răspunsul pe termen lung al cotației la o inovație de tranzacționare Hasbrouck (1991)	tranzacții cu semn și cotații
PIN	$\alpha\mu/(\alpha\mu+\varepsilon_b+\varepsilon_s)$, ponderea așteptată a tranzacțiilor informate Easley, Kiefer, O'Hara & Paperman (1996)	numărul zilnic de cumpărări și vînzări
Dezechilibrul fluxului	explică majoritatea variațiilor de preț pe orizonturi scurte Cont, Kukanov & Stoikov (2014)	evenimentele registrului

- Barele folosite în curs nu conțin direcția tranzacțiilor
  - deci MRR (modelul structural Madhavan–Richardson–Roomans al costurilor de tranzacționare), VAR-ul (*Vector AutoRegression*, model vector autoregresiv) Hasbrouck și PIN nu pot fi estimate aici
- Ecuațiile lor sînt în Anexă: ▸ MRR ▸ PIN ▸ VAR Hasbrouck

Fluxul de ordine cu semn: lambda empiric și OFI

- **Întrebarea**: cît mișcă fluxul de ordine prețul pe intervale scurte, măsurat direct din date?
- Lambda lui Kyle empiric: regresia variației prețului de mijloc pe fluxul net cu semn Hasbrouck (2007)
  - pe intervale k (de exemplu 5 minute)
  - $\Delta m_k = \lambda \sum_{t \in k} q_t v_t + u_k$; v_t: mărimea tranzacției t; q_t: semnul ei (regula Lee–Ready)
- OFI (dezechilibrul fluxului de ordine, *order-flow imbalance*) Cont, Kukanov & Stoikov (2014)
  - fiecare eveniment n al registrului schimbă prețurile P_n^b, P_n^a și adîncimile d_n^b, d_n^a de la cotațiile cele mai bune
  - $e_n = d_n^b \, 1\{P_n^b \geq P_{n-\mathbf{1}}^b\} - d_{n-\mathbf{1}}^b \, 1\{P_n^b \leq P_{n-\mathbf{1}}^b\} - d_n^a \, 1\{P_n^a \leq P_{n-\mathbf{1}}^a\} + d_{n-\mathbf{1}}^a \, 1\{P_n^a \geq P_{n-\mathbf{1}}^a\}$, $\mathrm{OFI}_k = \sum_{n \in k} e_n$; $1\{\cdot\}$: 1 dacă are loc condiția, altfel 0
  - un bid care crește sau un ask care crește contribuie pozitiv; un bid sau un ask care scade contribuie negativ
  - la un ask neschimbat contează cantitatea: o scădere a lui d^a contribuie pozitiv
  - $\Delta m_k = \beta \, \mathrm{OFI}_k + \varepsilon_k$, cu panta β (nu cea din Kyle) invers proporțională cu adîncimea medie la cotațiile cele mai bune: o relație liniară, spre deosebire de impactul concav al volumului tranzacțiilor
- OFI numără și ordinele limită și anulările, nu doar tranzacțiile
  - de aceea explică variațiile de preț pe termen scurt mai bine decît dezechilibrul tranzacțiilor
  - necesită evenimentele registrului, pe care barele folosite aici nu le conțin

Metaordine și legea rădăcinii pătrate

- **Întrebarea**: cît mișcă prețul un ordin mare și cum îl împărțim în timp ca să plătim cît mai puțin?
- Semnele ordinelor la piață sînt autocorelate pe sute de tranzacții Bouchaud, Gefen, Potters & Wyart (2004)
  - **metaordinele** mari sînt împărțite în multe tranzacții mici, pe parcursul orelor sau zilelor
  - modelele propagator și Hawkes: Anexă
- Legea empirică pentru impactul maxim (de la prima la ultima tranzacție a metaordinului) Tóth et al. (2011), Bouchaud, Bonart, Donier & Gould (2018)
  - $\Delta P \approx Y \sigma_{\text{zi}} \sqrt{Q/V_{\text{zi}}}$, cu ΔP mișcarea relativă a prețului cauzată de metaordin, Q mărimea lui, V_{zi} volumul zilnic, σ_{zi} volatilitatea zilnică, Y o constantă de ordinul 1
- Impact concav: tranzacționarea a 1% din volumul zilnic mișcă prețul cu circa $0{,}1\,\sigma$, nu $0{,}01\,\sigma$
  - lichiditatea din vecinătatea prețului este redusă și se reface lent (secțiunea *Registrul de ordine limită*)
- Costul: dacă impactul crește ca $I(q) = Y\sigma\sqrt{q/V}$ în timpul execuției, prețul mediu plătit este $\frac{2}{3} I(Q)$
  - q: cantitatea executată pînă atunci
  - costul este înainte de spread și comisioane
- Testarea legii necesită datele despre ordinele fiecărui investitor
  - barele publice permit doar o verificare indirectă (Aprofundări)

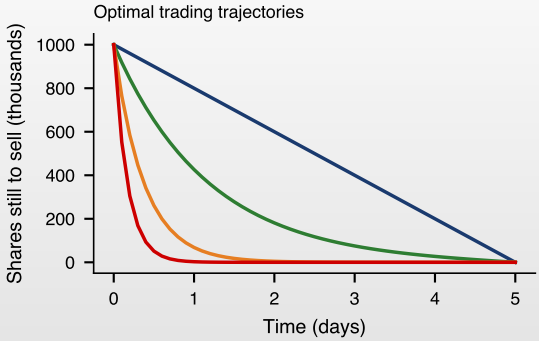
Execuția optimă: compromisul

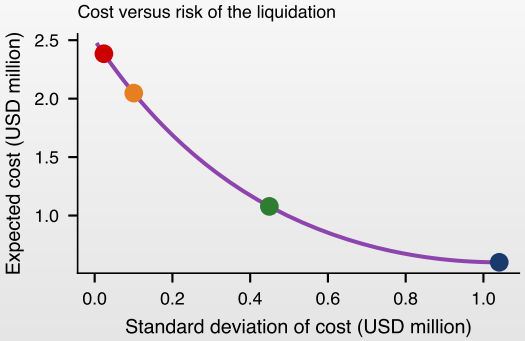
- Vindem X acțiuni în T zile, în N pași de lungime $\tau = T/N$ Almgren & Chriss (2001)
  - deținerea x_k pornește de la $x_0 = X$ și ajunge la $x_N = 0$
  - tranzacțiile: $n_k = x_{k-1} - x_k$
- Prețul pieței se mișcă la știri și este împins în jos de propriile vînzări
  - $S_k = S_{k-1} + \sigma\sqrt{\tau}\,\xi_k - \gamma\, n_k$
  - prețul primit efectiv: $\tilde{S}_k = S_{k-1} - \eta\, n_k/\tau$
  - σ: volatilitatea prețului (USD pe zi$^{1/2}$); ξ_k: șocul de știri, i.i.d., de medie 0 și dispersie 1
  - $\gamma \geq 0$: impactul **permanent**, coboară toate prețurile ulterioare; $\eta > 0$: impactul **temporar**, plătit doar de tranzacția însăși
- **Tranzacționarea rapidă**: impact temporar mare, risc de preț mic
  - **tranzacționarea lentă**: invers
- Obiectivul, pe programe deterministe: min $\mathbb{E}[C] + \lambda \mathrm{Var}[C]$
  - $C = XS_0 - \sum_k n_k \tilde{S}_k$: costul implementării
  - adică valoarea la prețul inițial S_0 minus încasările din vînzări
  - $\lambda \geq 0$: aversiunea la risc (nu λ al lui Kyle); $\lambda = 0$ minimizează doar costul așteptat

Almgren–Chriss: traiectoria optimă

- Timp continuu, deținerea $x(t)$, $t \in [0, T]$, viteza de vînzare $-\dot{x}$:
  $\min \int_0^T (\eta \dot{x}^2 + \lambda\sigma^2 x^2)\, dt, \quad x(0) = X,\ x(T) = 0$
  - $\eta \dot{x}^2$: vînzarea rapidă este costisitoare; $\lambda\sigma^2 x^2$: deținerea unei poziții mari este riscantă
- Soluția (deducerea: ▸ Anexă, seminarul A7): $x(t) = X \dfrac{\sinh(\kappa(T-t))}{\sinh(\kappa T)}, \qquad \kappa = \sqrt{\lambda\sigma^2/\eta}$, cu $\sinh z = (e^z - e^{-z})/2$
  - κ: urgența lichidării, crește cu aversiunea la risc și cu volatilitatea, scade cu impactul; $1/\kappa$: scala de timp a lichidării
  - $\lambda = 0$: $\kappa = 0$, iar deținerea scade liniar (tranzacționăm uniform)
  - λ mare: cea mai mare parte a ordinului se tranzacționează la început, reducînd expunerea la riscul de preț

Traiectorii optime și frontiera eficientă (1/2)





Risk-neutral, $\lambda = 0$ (sell evenly) λ = 2e-6 λ = 2e-5 λ = 1e-4 (very risk averse) Efficient frontier (N = 5 days)

MFM_ch10_execution ▶ Interactiv

Traiectorii optime și frontiera eficientă (2/2)

- Stînga: acțiunile rămase de vîndut în cele 5 zile, pentru patru valori ale lui λ
  - dreapta: costul așteptat față de abaterea standard a costului, în milioane USD (frontiera eficientă)
- Exemplul numeric din Almgren & Chriss (2001): $X = 10^6$ acțiuni, $S_0 = 50$ USD, $T = 5$ zile
  - $\sigma = 0{,}95$ USD pe zi$^{1/2}$, $\eta = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$, $\gamma = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$
- Cu $\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ se vinde 57% din poziție în prima zi
- Abaterea standard a costului scade de la 1,04 milioane USD (vînzare uniformă) la 0,45 milioane USD
  - costul așteptat este mai mare cu 0,48 milioane USD
- Frontiera este convexă: primele reduceri de risc sînt ieftine, ultimele scumpe
  - tabelul complet: ▸ Anexă

MFM_ch10_execution

Repere pentru execuție

- **Deficitul de implementare** (*implementation shortfall*) Perold (1988)
  - portofoliul pe hîrtie la prețul deciziei minus portofoliul executat
- VWAP (*volume-weighted average price*): prețul mediu ponderat cu volumul în perioadă
- TWAP (time-weighted average price): prețul mediu ponderat cu timpul, atins de programul cu $\lambda = 0$
- O regulă de participare (o fracțiune fixă din volumul pieței) ignoră prețul
  - regula aflată la originea crahului fulger (secțiunea următoare)

Tranzacționarea de înaltă frecvență: noii formatori de piață



Un turn de releu cu microunde (Mojave, California); legături similare transmit semnale de tranzacționare între Chicago și New Jersey

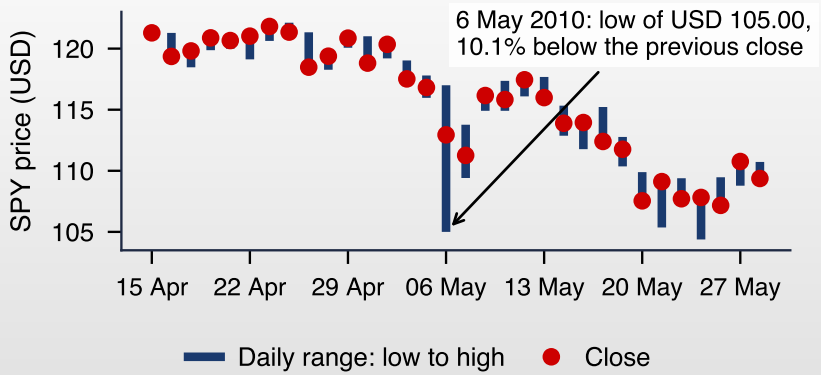
Foto: Tony Webster (2016); CC BY-SA 2.0; Wikimedia Commons

- **Întrebarea**: ce schimbă viteza în furnizarea lichidității și cine cîștigă din ea?
- HFT (tranzacționarea de înaltă frecvență): algoritmi care tranzacționează în micro- sau milisecunde
  - algoritmii închid ziua fără poziții
  - viteza vine din colocare (*co-location*: servere lîngă motorul de tranzacționare al bursei) și din legături cu microunde
- Latența mică accelerează descoperirea prețului și îngustează spread-urile Hasbrouck & Saar (2013)
- Lichiditatea HFT este abundentă pe piețe calme și fragilă în stres

Tranzacționarea de înaltă frecvență: dovezi și modele

- Un formator de piață HFT pe Chi-X și Euronext Menkveld (2013)
  - în principal ordine pasive: a cîștigat din spread și a pierdut din pozițiile deținute
- Fluxul de ordine și latența devin ele însele surse de informație O'Hara (2015)
- Formatorii de piață HFT ca intermediari: Jovanovic & Menkveld (2010), Pele (2025)
- Stocul deplasează cotațiile: un dealer cu stoc pozitiv coboară ambele cotații ca să vîndă Avellaneda & Stoikov (2008) (Anexă)

Crahul fulger din 6 mai 2010



MFM_ch10_stress ▶ Interactiv

Crahul fulger: cronologia și răspunsul autorităților

- Graficul: intervalul și închiderea SPY **zilnice**, 15 apr. – 28 mai 2010 (neajustate)
  - barele zilnice nu pot arăta căderea și revenirea din cursul zilei
- Sursa: raportul CFTC și SEC CFTC & SEC (2010)
  - Commodity Futures Trading Commission (CFTC): autoritatea americană pentru futures
  - Securities and Exchange Commission (SEC): autoritatea pentru valori mobiliare
- 14:32: un grup de fonduri mutuale începe să vândă 75 000 de contracte futures E-mini pe S&P 500 (*Standard & Poor's*)
  - la 9% din volum, indiferent de preț
- 14:45:28: o pauză de 5 secunde permite revenirea cumpărătorilor
- Minimul SPY: 105,00 USD, cu 10,1% sub închiderea anterioară (116,82 USD)
  - închiderea zilei: doar cu 3,3% mai jos, la un volum de 3,0 ori mediana recentă
- HFT nu a declanșat crahul, dar l-a amplificat Kirilenko, Kyle, Samadi & Tuzun (2017)
- Răspunsuri: întreruperi automate pe titlu și reguli pentru tranzacțiile eronate
  - întreruperile au fost înlocuite din 2013 de mecanismul Limit Up–Limit Down
  - detalii: Anexă

MFM_ch10_stress

Platformele cripto și arbitrajul

- **Întrebarea**: unde se formează prețul cînd același activ se tranzacționează simultan pe multe platforme?
- Tranzacționare 24/7, fără licitații
- Același activ se tranzacționează simultan pe multe platforme
  - în registrele burselor centralizate (CEX)
  - în pool-uri de lichiditate pe bursele descentralizate (DEX), cu prețul determinat de o formulă (formator de piață automat, AMM, capitolul 16)
  - Același Bitcoin se poate tranzacționa la prețuri diferite pe burse diferite Makarov & Schoar (2020)
- Diferențele de preț sînt mult mai mari **între țări** decît în interiorul aceleiași țări
  - Controlul capitalurilor limitează circulația capitalului de arbitraj
- Descoperirea prețului este împărțită între platforme Makarov & Schoar (2020)
  - o componentă comună a volumului cu semn de pe toate bursele explică 80% din randamentele Bitcoin
- Lichiditatea cripto poate fi prognozată din datele de piață Agakishiev, Härdle & Pele (2025)

Descoperirea prețului între platforme: ponderile informaționale (1/2)

- Două prețuri logaritmice ale aceluiași activ pe două platforme, $y_t = (p_{1t}, p_{2t})'$, sînt cointegrate
  - fiecare este I(1) (o serie de tip mers aleator)
  - diferența lor $\beta' y_t = p_{1t} - p_{2t}$, cu vectorul de cointegrare $\beta = (1, -1)'$, este staționară
- VECM (modelul vectorial cu corecția erorii) Johansen (1991)
  - fiecare preț reacționează la diferența din perioada anterioară și la variațiile trecute
  - $\Delta y_t = \alpha\, \beta' y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \Gamma_i\, \Delta y_{t-i} + e_t, \qquad \mathrm{Var}(e_t) = \Omega$
  - $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)'$: coeficienții de ajustare, viteza cu care fiecare preț închide diferența
  - Γ_i: matrice 2×2 ale dinamicii pe termen scurt, p laguri; e_t: inovațiile celor două prețuri
- Prețul eficient comun are inovația $\psi' e_t$, cu $\psi' \propto \alpha'_\perp$
  - prețul eficient comun: tendința stocastică comună celor două prețuri
  - $\propto$: proporțional cu; $\alpha'_\perp \alpha = 0$

Descoperirea prețului între platforme: ponderile informaționale (2/2)

- **Ponderea informațională Hasbrouck** Hasbrouck (1995), partea platformei j din dispersia inovației comune
  - $IS_j = \dfrac{([\psi' F]_j)^2}{\psi' \Omega \psi} \in [0,1], \quad IS_1 + IS_2 = 1$
  - F: factorul Cholesky al lui Ω (inferior triunghiular, $FF' = \Omega$); $[\cdot]_j$: elementul j
  - Depinde de ordinea variabilelor cînd Ω nu este diagonală: se raportează limitele obținute pentru ambele ordini
- **Ponderea componentei Gonzalo–Granger** Gonzalo & Granger (1995): $\alpha_\perp$ normalizat la suma 1
  - pentru două platforme: $CS_1 = \alpha_2/(\alpha_2 - \alpha_1)$
  - este în $[0,1]$ doar dacă cei doi coeficienți de ajustare au semne opuse
- Prețul care **nu** se ajustează ($\alpha_j = 0$, exogenitate slabă) are ponderea componentei egală cu 1
  - limitele Hasbrouck pot rămîne sub 1 cînd inovațiile sînt corelate și depind de ordonare: pentru $\alpha_1 = 0$, variațe egale și corelația ρ, limitele pentru prima piață pot fi $[1 - \rho^2, 1]$
  - Inferența: testul Wald pentru $\alpha_j = 0$; nerespingerea nu dovedește că $\alpha_j = 0$

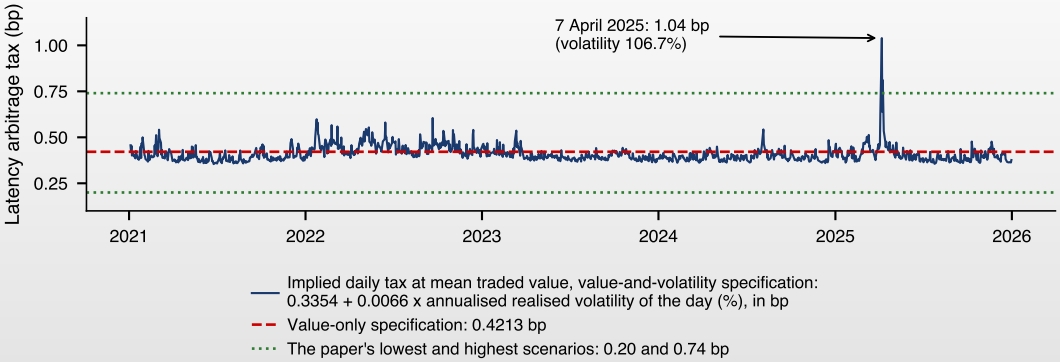
Studiu de caz: competiția pentru viteză și întrebarea de cercetare

- **Arbitrajul de latență** (*sniping*) Budish, Cramton & Shim (2015)
  - executarea tranzacțiilor la cotații rămase neactualizate după o variație de preț observabilă public
  - înainte ca furnizorul de lichiditate să le anuleze
  - Într-un registru continuu cîștigă cel mai rapid, iar furnizorii de lichiditate plătesc prin spread-uri mai largi și registre mai puțin adînci
  - Propunerea: **licitații periodice frecvente**, de exemplu la fiecare secundă, care mută concurența de la viteză la preț
- **Întrebarea** Aquilina, Budish & O'Neill (2022): care este costul acestei curse pentru o piață de acțiuni în ansamblul ei?
- Dificultatea măsurării: datele registrului înregistrează doar cîștigătorii
  - un ordin eșuat sau o anulare sosită prea tîrziu nu schimbă registrul
  - **Mesajele bursei**: toate mesajele primite și trimise, inclusiv respingerile celor sosite prea tîrziu, deci se văd și cîștigătorii, și pierzătorii
- Este sniping-ul pe știri **publice** un cost al lichidității?
  - legătura cu secțiunea *Spread-ul bid-ask*
  - alături de selecția adversă din informația **privată** (secțiunea *Informația și prețurile*)

Studiu de caz: măsurarea și trei rezultate centrale

- **Lanțul de măsurare**: mesajele Bursei din Londra, FTSE 350
  - cele mai mari 350 de companii listate la Londra
  - 43 de zile din 2015, circa 2,2 miliarde de mesaje (definițiile: Anexă)
  - Cursa: cel puțin doi participanți, aceeași acțiune, același preț și aceeași parte, în orizontul informațional (cel mult 500 μs, microsecunde), cel puțin un succes și un eșec; profitul este evaluat la prețul de mijloc după 10 s
  - **Taxa arbitrajului de latență**: profiturile zilnice din curse / valoarea tranzacționată zilnic, în pb
- **1. Frecvente și rapide**: 537 de curse pe zi pentru o acțiune din FTSE 100
  - circa una pe minut, decise în 5–10 μs
  - 22% din valoarea tranzacționată în FTSE 100 este în curse
- **2. Concentrate**: primele șase firme cîștigă 82% din curse
  - o cursă este mai ales un transfer de la furnizorii de lichiditate mai lenți către cîțiva investitori rapizi
- **3. Premii mici, sume mari**: taxa este 0,419 pb din toată valoarea tranzacționată
  - eliminarea curselor ar reduce costul lichidității cu circa 17%
- Pe piața globală de acțiuni, suma ajunge la 4,8 miliarde USD pe an
- Tipul de dovadă: descriere
  - o singură bursă, 43 de zile; reducerea de 17% este un calcul contrafactual pe baza acestei măsurări

Studiu de caz: taxa zilnică implicită pentru SPY (1/2)



MFM_ch10_race ▶ Interactiv

Studiu de caz: taxa zilnică implicită pentru SPY (2/2)

- Taxa implicită: $0{,}3354 + 0{,}0066\,\sigma_t$ pb
  - din specificația cu valoare tranzacționată și volatilitate
  - evaluată la valoarea tranzacționată medie
- σ_t: volatilitatea realizată anualizată (%) din barele SPY de 5 minute
  - 1 244 de zile complete din 2021–2025
- Mediana taxei este 0,40 pb, apropiată de cei 0,419 pb măsurați la Londra
- În 30% din zile taxa depășește 0,4213 pb, valoarea specificației doar cu valoarea tranzacționată
- Maximul, 1,04 pb, apare pe 7 aprilie 2025 ($\sigma_t = 106{,}7\%$)
  - doar 2 zile depășesc cel mai pesimist scenariu al autorilor (0,74 pb)
- Termenul de volatilitate are un efect sensibil doar în zilele de stres
  - cea mai mare parte a premiului crește proporțional cu valoarea tranzacționată
- Tipul de dovadă: descriere
  - un transfer al coeficienților de la Londra, nu o măsurare pe SPY (slide-ul următor)
  - scenariile autorilor pentru taxă diferă de 3,7 ori: nivelul taxei este principala incertitudine (Aprofundări)

MFM_ch10_race

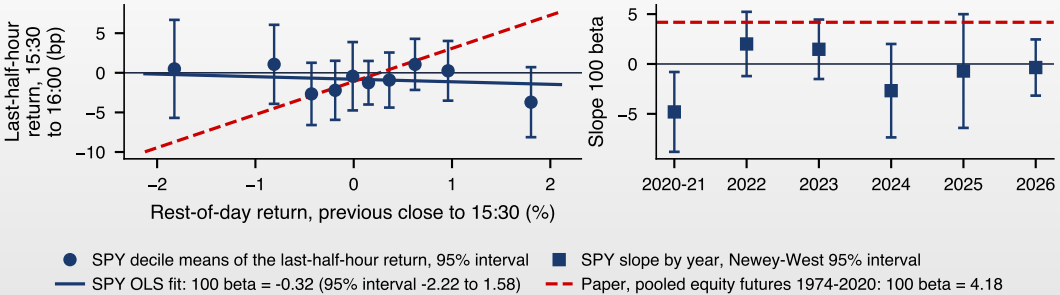
Studiu de caz: ipotezele transferului

- **Metoda**: extrapolare prin transferul coeficienților
  - coeficienții estimați la Londra se aplică valorii tranzacționate și volatilității SPY
  - cursele nu sînt reestimate pentru SPY (lipsesc mesajele burselor americane)
  - Presupune aceeași tehnologie a curselor și aceeași taxă pe unitatea de valoare; volatilitatea este calculată aici din randamente pe 5 minute, autorii folosesc randamente pe 1 minut
- **Limitele declarate de autori**: o singură bursă, nouă săptămîni
- Structura pieței (fragmentare, ETF-uri) și celelalte clase de active sînt ignorate
- Cursele lungi și pierzătorii care nu apar în mesaje nu sînt detectați
  - Pentru comparație: arbitrajul futures–SPY din Budish, Cramton & Shim (2015) aducea circa 75 de milioane USD pe an; premiul implicit pentru SPY este de patru pînă la șase ori mai mare
- **Extensie deschisă**: variază spread-ul EDGE zilnic al SPY odată cu taxa implicită?
  - ambele depind de volatilitate, deci analiza are doar valoare de diagnostic
  - identificarea necesită o măsură a curselor din mesaje și un reper de spread efectiv

Studiu de caz: momentum-ul intrazilnic al pieței

- Baltussen, Da, Lammers & Martens (2021), *Journal of Financial Economics*: **market intraday momentum**
  - randamentul ultimei jumătăți de oră dinaintea închiderii (r_{LH}, last half hour) urmează semnul randamentului din restul zilei (r_{ROD}, rest of day: de la închiderea anterioară pînă cu 30 de minute înainte de închidere)
  - datele lucrării: peste 60 de contracte futures pe indici bursieri, obligațiuni, mărfuri și valute, dec. 1974 – mai 2020
- Mecanismul propus: **acoperirea gamma** (*gamma hedging*)
  - delta: sensibilitatea valorii unei opțiuni la prețul activului suport; gamma: variația deltei cînd prețul se mișcă
  - formatorii de piață cu gamma negativă își refac acoperirea delta: cumpără după creșteri și vînd după scăderi
  - ETF-urile cu levier se reechilibrează zilnic spre expunerea cu levier țintită (de ex. $2\times$), tot în direcția mișcării zilei
  - o mare parte din aceste tranzacții se face aproape de închidere, cînd volumul este maxim (forma de U a volumului SPY)
- Rezultatele lucrării, cu pantele și R^2 înmulțite cu 100
  - futures pe indici bursieri, regresie comună (*pooled*): $100\beta = 4{,}18$ ($t = 7{,}29$), R^2 ajustat $= 2{,}45\%$ (Tabelul 2)
  - S&P 500, zilele cu expunere gamma netă negativă a formatorilor de piață: $100\beta = 6{,}63$; cu expunere pozitivă: 0,82, nesemnificativ (Tabelul 7)
  - presiunea de preț este temporară: randamentul se inversează în următoarele zile
- Întrebarea: se regăsește efectul pe SPY după sfîrșitul eșantionului lucrării?

Studiu de caz: momentum-ul intrazilnic al SPY, 2020–2026



- Stînga: media lui r_{LH} (15:30–16:00, în pb) pe decilele lui r_{ROD}, 1 460 de zile, oct. 2020 – sept. 2026
- Dreapta: panta 100β pe ani (2020-21: oct. 2020 – dec. 2021; 2026: ian. – sept.)
  - singurul interval care exclude 0 este cel din 2020-21: panta $-4{,}81$, cu semn opus celui din lucrare ($p = 0{,}019$)
  - după corecția Holm pentru cele șase subperioade, $p = 0{,}11$: rezultat exploratoriu, nesemnificativ

MFM_ch10_intraday_momentum ▶ Interactiv

Studiu de caz: regresia lucrării pe barele SPY (1/2)

- Ecuația (7) din Baltussen, Da, Lammers & Martens (2021): $r_{LH,t} = \alpha + \beta\, r_{ROD,t} + \varepsilon_t$
  - β: panta regresiei (nu β din Kyle); $\beta > 0$: ultima jumătate de oră continuă mișcarea zilei (momentum); $\beta < 0$: o inversează
- Datele cursului: barele SPY de 5 minute, sesiunea regulată 09:30–16:00
  - 1 460 de zile cu toate cele 78 de bare, a căror zi de tranzacționare precedentă este și ea completă
  - marcajul de timp al unei bare este începutul ei: bara 15:25 se închide la 15:30, bara 15:55 la 16:00
  - r_{ROD}: de la închiderea anterioară (închiderea barei 15:55) la închiderea barei 15:25, inclusiv noaptea; la datele ex-dividend se adaugă randamentul dividendului
  - r_{LH}: de la închiderea barei 15:25 la închiderea barei 15:55, adică șase bare de 5 minute
  - dacă ultima bară include licitația de închidere depinde de convenția furnizorului, pe care datele nu o arată
- Testul principal: regresia pe ultimele 30 de minute, pe toate zilele
  - subperioadele și celelalte lungimi ale intervalului final sînt exploratorii: p-valorile lor primesc corecția Holm în familii de cîte șase teste

Studiu de caz: regresia lucrării pe barele SPY (2/2)

- Ce face replicarea diferit
  - ETF-ul SPY în locul contractului futures pe S&P 500; un singur activ
  - o replicare pe o perioadă ulterioară: eșantionul începe la cinci luni după sfîrșitul celui din lucrare
  - coeficienții se estimează pe tot eșantionul, nu prin prognoze pe fereastră mobilă sau extinsă (*rolling*, *expanding*)
  - erori standard Newey–West cu 5 laguri, ca în Tabelul 7
- Expunerea gamma netă, calculată de autori din pozițiile pe opțiuni S&P 500, nu este disponibilă
  - împărțirea după semnul lui r_{ROD} este o analiză descriptivă după semnul randamentului, fără identificarea expunerii gamma
  - mecanismul din Baltussen, Da, Lammers & Martens (2021) rămîne o ipoteză netestată cu aceste date
- Două variante din lucrare
  - predictorul din Gao, Han, Li & Zhou (2018): r_{ONFH}, de la închiderea anterioară pînă la 10:00
  - strategia de timing: $R_t = w_t\,(e^{r_{LH,t}} - 1)$, cu $w_t = +1$ dacă $r_{ROD,t} > 0$ și $w_t = -1$ altfel; randament simplu brut, înainte de costuri

Studiu de caz: nu identificăm momentum pozitiv semnificativ pe SPY

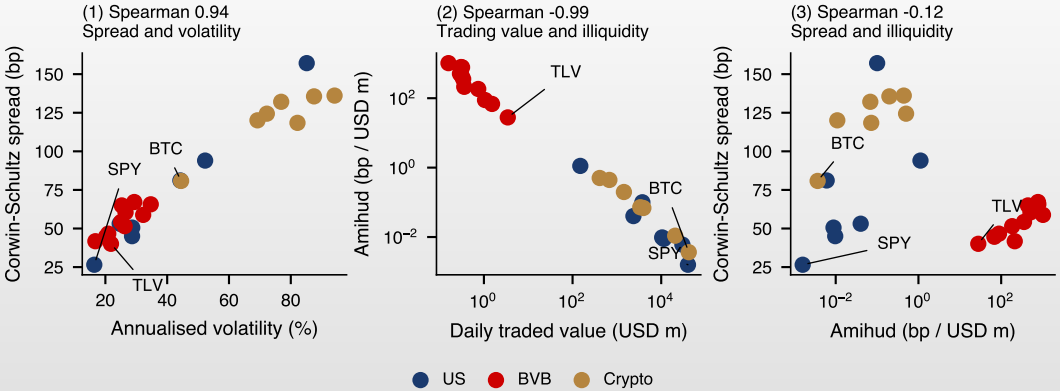
Test	Datele cursului	Interpretare
r_{ROD}, toate zilele (testul principal)	$100\beta = -0{,}32$ ($t = -0{,}33$), interval de 95%: $[-2{,}22;\ 1{,}58]$; $R^2 = 0{,}02\%$, R^2 ajustat $= -0{,}053\%$	4,18 din lucrare este în afara intervalului
r_{ONFH}, Gao, Han, Li & Zhou (2018)	$100\beta = -2{,}68$ ($t = -1{,}87$)	nici acest predictor nu arată momentum pozitiv semnificativ
Zile de scădere / de creștere	$100\beta = -0{,}65$ ($t = -0{,}26$) / $0{,}50$ ($t = 0{,}32$); diferența, pe calendarul comun: $-1{,}14$ (SE HAC 2,98, $p = 0{,}70$)	nu identificăm o diferență între pante
Ultimele 10 – 60 de minute (exploratoriu)	100β între $-1{,}48$ (ultimele 10 minute, $p = 0{,}043$) și 1,15 (ultimele 60 de minute)	coeficient negativ, nesemnificativ după corecția Holm ($p = 0{,}26$)
Strategia de timing, brut	$-0{,}47$ pb pe zi (interval HAC: $[-1{,}76;\ 0{,}81]$); $-1{,}20\%$ pe an; Sharpe $-0{,}29$; 48,8% din zile cîștigătoare	performanță medie negativă în eșantion, nesemnificativă

- Tipul de dovadă: descriere
  - o replicare pe o perioadă ulterioară, pe un singur activ; intervalul exclude panta lucrării, dar nu și o pantă pozitivă mică (pînă la 1,58)
  - inversarea pînă la închiderea următoare: $100\beta = -9{,}04$ ($t = -0{,}62$, 1 445 zile), nesemnificativă
- Limite: un ETF, nu futures; expunerea gamma lipsește; șase ani de date
- Întrebare deschisă: a dispărut efectul după publicare sau s-a schimbat poziția gamma a formatorilor de piață după apariția opțiunilor S&P 500 cu scadență în fiecare zi (2022)?

O întrebare deschisă: măsoară indicatorii din prețuri costul tranzacționării?

- Fără tranzacții și cotații, costurile se estimează din barele zilnice OHLC
  - cazuri: istoricul BVB, multe platforme cripto
  - Jahan-Parvar & Zikes (2023): estimatorii de frecvență joasă urmăresc spread-ul efectiv doar cînd spread-ul este mare în raport cu volatilitatea; altfel domină volatilitatea
  - Ardia, Guidotti & Kroencke (2024): EDGE este nedeplasat și eficient sub ipotezele lor
- Întrebarea formală, pe activele i: $\hat{S}_i = S_i + b(\sigma_i) + \varepsilon_i$
  - estimarea indicatorului este spread-ul adevărat plus o deplasare care depinde de volatilitatea σ_i
  - plus zgomotul estimării
- H_0: $b \equiv 0$ față de H_1: b crescător în σ_i
  - indicatorul ordonează activele după cost; $\equiv$: pentru orice σ_i
- Identificarea necesită un reper de cost măsurat independent de indicator
  - de exemplu, spread-uri efective din tranzacții sincronizate cu cotațiile
  - raportul Amihud măsoară impactul, nu spread-ul, și conține el însuși $|r|$
- Întrebarea deschisă: fără date directe, permite raportul spread/volatilitate o estimare fiabilă?
  - tranzacționarea redusă nu determină singură acest raport

Mini studiu de caz: estimatorii spread-ului măsoară costul sau volatilitatea?



MFM_ch10_seminar ▶ Interactiv

Testarea afirmației AI prin corelații de rang Spearman

- Graficul, pe cele 25 de active (sep. 2024 – sep. 2026), are trei panouri
  - (1) Corwin–Schultz față de volatilitatea anualizată
  - (2) raportul Amihud față de valoarea tranzacționată zilnică
  - (3) Corwin–Schultz față de Amihud
  - scale logaritmice pentru Amihud și valoarea tranzacționată
- O afirmație tipică a unui asistent de inteligență artificială (AI)
  - „estimările sînt apropiate, deci acțiunile BVB sînt aproape la fel de lichide ca marile companii americane"
- Corelația Spearman a rangurilor dintre Corwin–Schultz și volatilitate: $\rho = 0{,}94$ ($p < 0{,}001$)
- Corelația Corwin–Schultz cu raportul Amihud: $\rho = -0{,}12$ ($p = 0{,}58$)
- Diferența dintre cele două corelații: 1,06
  - interval de încredere de 95%: [0,58; 1,44] pe active și [0,71; 1,43] în interiorul piețelor
  - corelația parțială Corwin–Schultz–Amihud, controlînd volatilitatea: 0,27
- Rangurile Corwin–Schultz zilnice urmează volatilitatea, cum prevăd Jahan-Parvar & Zikes (2023)
- Este un diagnostic, nu un test al H_0: Amihud nu este un reper independent al spread-ului
- Tipul de dovadă: asociere

MFM_ch10_seminar

Bucla descoperirii și o idee de proiect (1/2)

- **Bucla**, cu un asistent AI (prompturile: Anexă)
  - 1. Literatura: colectăm studiile de validare și verificăm fiecare DOI (identificatorul digital al articolului) pe Crossref
  - 2. Ipoteze concurente, fiecare cu o predicție transversală
  - 3. Replicăm întîi cifrele din capitol
  - 4. Un plan de robustețe pre-înregistrat
  - 5. Cerem asistentului să conteste reperul
  - 6. Raportăm tot ce am încercat

Bucla descoperirii și o idee de proiect (2/2)

- **Ideea de proiect**: ce estimator din bare zilnice măsoară nivelul costurilor de tranzacționare?
  - dacă există vreunul, pe BVB și pentru cripto-active
- Livrabile
  - O pre-înregistrare datată
  - EDGE implementat după Ardia, Guidotti & Kroencke (2024) și validat pe prețuri simulate cu spread cunoscut
  - Codul și un raport de două pagini cu toate specificațiile încercate
  - Declarați folosirea AI în `AI_USE.md` și erorile găsite în `AI_ERRORS.md`: github.com/danpele/MFM/tree/main/project

Ce măsură de lichiditate pentru ce date?

Datele disponibile	**Măsura sugerată**
Tranzacții și cotații cu marcaj de timp	Spread-ul efectiv și realizat; MRR prin metoda generalizată a momentelor (GMM); VAR Hasbrouck; PIN
Prețurile unui activ pe mai multe platforme	VECM; limitele ponderilor informaționale și ponderile componentelor
Bare intrazilnice (1–5 minute)	Corwin–Schultz, Abdi–Ranaldo sau EDGE pe zi (EDGE este cel mai aproape de un pas pentru SPY); Amihud intrazilnic
Prețuri și volume zilnice	Raportul Amihud (impactul) între active; EDGE pentru nivelul spread-ului doar dacă este validat față de spread-urile efective; estimatorii maxim-minim mai ales pentru variații în timp
Execuțiile proprii	Deficitul de implementare; calibrarea legii rădăcinii pătrate
Teorie, scenarii	Registre simulate; Glosten–Milgrom, Kyle, Almgren–Chriss

Verifică-ți înțelegerea și drumul spre timpul continuu

Puteți răspunde?

- De ce poate apărea o covariantă Roll pozitivă chiar cînd modelul Roll este adevărat?
- De ce plasează estimatorii maxim-minim zilnici acțiunile BVB lîngă marile companii americane?
- În modelul Kyle, ce se întîmplă cu λ și cu profitul investitorului cînd σ_u se dublează?
  - abaterea standard a ordinelor investitorilor zgomot
- De ce vinde mai mult la început un vînzător cu aversiune la risc?

Capitolul 11: timp continuu

- De la tranzacții și registre de ordine înapoi la modele în timp continuu ale prețurilor
  - mișcarea browniană și calculul Itô
- La frecvență înaltă, oscilația bid-ask este zgomot de microstructură
  - el contaminează volatilitatea realizată (capitolul 9)

Decizia practică

- **Ce aleg**
  - pentru nivelul spread-ului din bare: EDGE pe bare de 5 minute (0,46 pb pentru SPY, cel mai aproape de pasul de 0,21 pb); din bare zilnice, doar variația în timp, nu nivelul
  - pentru compararea lichidității între piețe: raportul Amihud (Banca Transilvania: 28,0 pb la 1 milion USD, de circa 17 600 de ori valoarea pentru SPY)
  - pentru un ordin mare: programul Almgren–Chriss; cu $\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ se vinde 57% în prima zi, iar abaterea standard a costului scade de la 1,04 la 0,45 milioane USD pentru 0,48 milioane USD cost așteptat în plus
- **În ce condiții**
  - proxy-urile zilnice urmează volatilitatea (Corwin–Schultz și volatilitatea: $\rho = 0{,}94$), deci nivelurile cer spread-ul efectiv din tranzacții și cotații
  - Amihud măsoară impactul asupra prețului, nu spread-ul, și conține el însuși $|r|$
  - parametrii de impact se calibrează pe execuțiile proprii
- **Ce rezultat m-ar face să renunț**
  - la EDGE pentru niveluri: diferența EDGE minus spread-ul efectiv, pe aceleași zile și cu ponderi comparabile, departe de 0 cu inferență robustă la dependența dintre zile
  - intervalul EDGE pentru SPY, [0,41; 0,51] pb, privește media estimatorului, nu spread-ul adevărat
  - la Almgren–Chriss: costuri realizate pe execuțiile proprii care se abat sistematic de la cele prezise cu impactul liniar calibrat; un impact neliniar cere alt funcțional de cost și o nouă optimizare

Datele: SPY, BVB, cripto și VIX (1/2)

Seria	Conținut	Perioada
SPY, bare de 5 minute	ETF (fond tranzacționat la bursă) pe S&P 500; sesiunea regulată 09:30–16:00, ora New York; 1 477 de zile complete	2020–2026
Bitcoin, bare de 5 minute	24 de ore din 24, 7 zile din 7; 208 596 de bare	2024–2026
Acțiuni americane, zilnic	SPY, Apple, Microsoft, Nvidia, JPMorgan, GameStop, Strategy	2016–2026
Acțiuni BVB, zilnic	Zece acțiuni blue-chip și ETF-ul pe BET (Bucharest Exchange Trading, indicele de referință al BVB); valori în lei convertite în USD la cursul de referință al Băncii Naționale a României (BNR)	2016–2026
Cripto-active, zilnic	Bitcoin, Ethereum, Solana, XRP, Dogecoin, Cardano, Litecoin	2016–2026
VIX, zilnic	Indicele volatilității implicite pe 30 de zile a S&P 500, calculat din prețurile opțiunilor	2020–2026

- Datele zilnice: prețurile de deschidere, maxim, minim și închidere și volumul
  - prețurile sînt ajustate pentru dividende și divizări
  - valoarea tranzacționată: prețul neajustat $\times$ volumul, pe numărul de acțiuni de la sfîrșitul eșantionului (divizări, consolidări și acțiuni gratuite documentate)
  - zilele fără tranzacții sînt eliminate
- În graficele intrazilnice, r este variația logaritmului prețului de închidere de la o bară la următoarea

Datele: SPY, BVB, cripto și VIX (2/2)

- Graficele păstrează etichetele în engleză și punctul zecimal (2.06 în grafic înseamnă 2,06 în text)
- Registrele de ordine și oscilația bid-ask sînt **simulate** și etichetate ca atare
  - registrele de ordine: secțiunea *Registrul de ordine limită*
  - oscilația bid-ask: secțiunea *Spread-ul bid-ask*

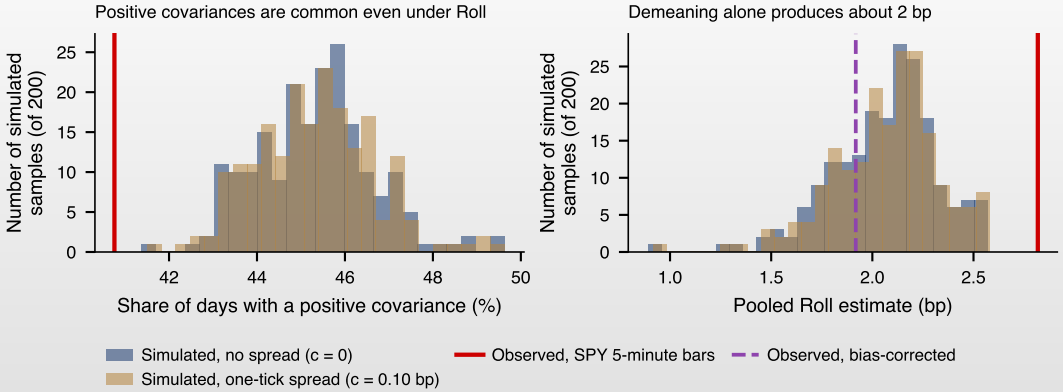
Notațiile modelelor de microstructură

Simbol	Semnificația, pe modele
T	Roll în eșantioane finite: numărul variațiilor de preț (77 pe zi pentru SPY); Almgren–Chriss, Avellaneda–Stoikov: orizontul
α	Corwin–Schultz: partea de spread a intervalului logaritmic; PIN: probabilitatea unui eveniment informațional; VECM: coeficienții de ajustare; registrul simulat: intensitatea ordinelor limită
β	Corwin–Schultz: suma pătratelor intervalelor de o zi; Kyle: intensitatea tranzacționării investitorului din interior; VECM: vectorul de cointegrare; OFI: panta impactului; momentum intraday: panta regresiei (7)
γ	Roll: autocovariațele γ_k; Corwin–Schultz: pătratul intervalului pe două zile; Almgren–Chriss: impactul permanent; Avellaneda–Stoikov: aversiunea la risc
λ	Kyle: mișcarea prețului per acțiune din fluxul net de ordine; Almgren–Chriss: aversiunea la risc; PIN: intensitatea Poisson din $\pi(n;\lambda)$; Hawkes: intensitatea $\lambda(t)$
μ	Glosten–Milgrom: ponderea investitorilor informați; PIN: intensitatea ordinelor informate; registrul simulat: intensitatea ordinelor la piață; Hawkes: intensitatea de bază
η	Abdi–Ranaldo și EDGE: mijlocul logaritmic al intervalului η_t; Almgren–Chriss: impactul temporar
δ, ε	δ: probabilitatea știrii proaste (PIN), intensitatea anulărilor, distanța cotației (Avellaneda–Stoikov); ε: șocul de știri (Roll), intensitățile neinformate $\varepsilon_b, \varepsilon_s$ (PIN), semnul ordinului (propagator)

Centrarea coboară ponderea semnelor greșite sub o jumătate

- Forma $\Phi(\sqrt{T}\,\gamma_1/\gamma_0)$ centrează $\hat{\gamma}_1$ în γ_1 și neglijează γ_1^2
  - centrarea pe media empirică mută centrul în $\gamma_1 - (\gamma_0 + 2\gamma_1)/T$
  - Cu abaterea standard pentru semne binare $s_\gamma = \sqrt{(\gamma_0^2 + \gamma_1^2)/T}$: $P(\hat{\gamma}_1 > 0) \approx \Phi\Big(\dfrac{\gamma_1 - (\gamma_0 + 2\gamma_1)/T}{s_\gamma}\Big)$
- Fără spread ($\gamma_1 = 0$), argumentul este $-1/\sqrt{T}$, deci $P \approx \Phi(-1/\sqrt{T}) < 1/2$
  - covariațe pozitive în mai puțin de jumătate din zile, doar din cauza centrării
- SPY, $T = 77$, spread de un pas:
  - $\gamma_0 \approx 83{,}9$ pb^2 (abaterea standard pe bară, 9,2 pb, la pătrat)
  - $\gamma_1 = -c^2 \approx -0{,}011$ pb^2
  - deplasarea $(\gamma_0 + 2\gamma_1)/T \approx 1{,}09$ pb^2
  - $\Phi(-0{,}115) \approx 45{,}4\%$, în banda simulată din slide-urile următoare; formula fără deplasare dă 49,96%, în afara ei
- Eroarea standard prin metoda delta și cazul datelor zilnice: Anexă
  - seminarul A1–A2 le deduce pas cu pas

SPY: eroare de eșantionare sau specificare greșită? (1/2)



MFM_ch10_seminar

SPY: eroare de eșantionare sau specificare greșită? (2/2)

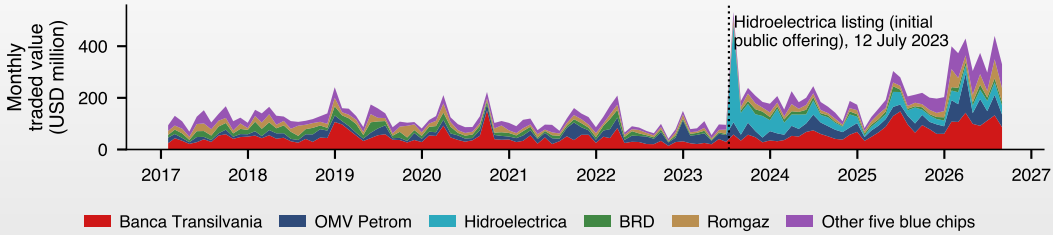
- Stînga: ponderea zilelor cu $\hat{\gamma}_1 > 0$ în 200 de eșantioane simulate sub modelul Roll
  - 77 de randamente de 5 minute pe zi, fără spread și cu un spread de un pas
  - linia roșie: valoarea din date
- Dreapta: estimarea Roll din autocovarianța medie pe zile, în aceleași simulări
  - linia roșie: valoarea observată (2,82 pb)
  - linia punctată: valoarea corectată pentru deplasare (1,92 pb)
- Cu un spread de un pas, $\hat{\gamma}_1 > 0$ în 45,3% din zile (banda: [43,0; 48,1]), aproape de aproximația cu spread, $\Phi(-0{,}115) \approx 45{,}4\%$ (fără spread: $\Phi(-1/\sqrt{77}) \approx 45{,}5\%$)
- În date, ponderea este 40,8%, sub bandă
  - autocorelația negativă este mai puternică decît cea a unei oscilații bid-ask de un pas
- Fără spread, estimatorul Roll aplicat autocovarianței medii dă totuși 2,06 pb (banda: [1,50; 2,53])
  - Media pe zile $\bar{g}_1 = -1{,}99$ pb^2 dă cei 2,82 pb observați; circa 54% din ea ($-1{,}07$) este deplasare din centrare
  - Corecția, cu $\hat{\gamma}_0 \approx 83{,}9$: $(\bar{g}_1 + \hat{\gamma}_0/T)/(1 - 2/T) \approx -0{,}92$, deci un spread de $2\sqrt{0{,}92} \approx 1{,}92$ pb: după corecția aproximativă a centrării rămîne o autocovarianță negativă pe care modelul Roll cu spread de un pas nu o explică; pătratele se adună: $2{,}06^2 + 1{,}92^2 \approx 2{,}82^2$

MFM_ch10_seminar

Corwin–Schultz: citirea estimării și două cazuri-limită

- $\hat{S} = 0{,}001$: o tranzacție dus-întors costă circa 10 pb
- $\alpha < 0$ (volatilitate mai mare decît prevede modelul) dă $\hat{S} < 0$
  - estimările negative pe două zile devin 0
  - apoi se face media pe toate perechile de zile
- Pentru date zilnice, articolul corectează mișcările de peste noapte (Anexă)
- Cu $3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$ și $\sqrt{2\beta} - \sqrt{\beta} = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{\beta}$, formula devine $\alpha = (\sqrt{\beta} - \sqrt{\gamma})/(\sqrt{2} - 1)$
- **Testul 1, doar volatilitate**: nu apare un spread acolo unde nu există
  - intervale de o zi 0,01 și 0,01, interval pe două zile $0{,}01\sqrt{2}$
  - deci $\beta = 2 \times 0{,}01^2 = \gamma$, $\alpha = 0$ și $\hat{S} = 0$
- **Testul 2, doar spread**: tot intervalul este spread
  - prețul alternează între un bid și un ask aflate la 1% distanță, deci orice interval este 0,01
  - $\beta = 2 \times 0{,}01^2$, $\gamma = 0{,}01^2$, $\alpha = 0{,}01$ și $\hat{S} \approx 0{,}01$ (100 pb)

Valoarea tranzacționată a acțiunilor blue-chip BVB (1/2)



- Graficul: valoarea tranzacționată lunar
  - totalurile anuale (sumele valorilor lunare) ale celor zece acțiuni blue-chip, în USD la cursul de referință BNR
  - 1 428 de milioane în 2017, 1 248 de milioane în 2022, 2 380 de milioane în 2025
- Concentrarea în 2025: Banca Transilvania are 41% din valoarea tranzacționată
  - Hidroelectrica (listată în iulie 2023): 14%

MFM_ch10_bvb

Valoarea tranzacționată a acțiunilor blue-chip BVB (2/2)

- O zi mediană pe SPY (40 124 de milioane USD): de circa 17 ori totalul anului 2025 pentru blue-chip BVB
  - totalul celor zece acțiuni blue-chip
  - o poziție de cîteva milioane USD se construiește sau se lichidează în mai multe zile
  - BVB, pe scurt: Anexă

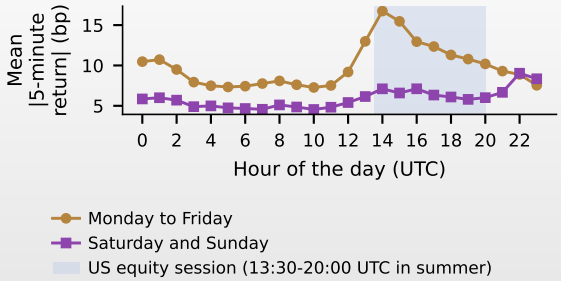
Tranzacționarea nesincronă: modelul Lo–MacKinlay

- **Întrebarea**: ce arată randamentele observate ale unui activ care nu se tranzacționează mereu? Lo & MacKinlay (1990)
  - activul nu se tranzacționează în fiecare perioadă, ca multe acțiuni BVB
- Randamentele virtuale, ale prețului neobservat: $r_{it} = \mu_i + \beta_i f_t + \varepsilon_{it}$
  - f_t: factorul comun, i.i.d., de dispersie σ_f^2; ε_{it}: componenta idiosincratică, independentă de f
  - În fiecare perioadă activul i nu se tranzacționează cu probabilitatea π_i, independent în timp și între active
- Randamentul observat r_{it}^o: 0 într-o perioadă fără tranzacții
  - altfel, suma randamentelor virtuale acumulate de la ultima tranzacție
- Momentele unui activ, pentru $n \geq 1$, cu $\sigma_i^2 = \mathrm{Var}(r_{it})$: $\mathrm{Var}(r_{it}^o) = \sigma_i^2 + \dfrac{2\pi_i \mu_i^2}{1-\pi_i}$, $\mathrm{Cov}(r_{it}^o, r_{i,t+n}^o) = -\mu_i^2 \pi_i^n$
- Autocorelația proprie este negativă, dar neglijabilă
  - μ_i^2, media zilnică la pătrat, este mic față de σ_i^2

Tranzacționarea nesincronă: autocorelații încrucișate și beta

- Între două active, pentru $n \geq 1$: activul rar tranzacționat j preia factorul comun cu întîrziere
  - $\text{Cov}(r^o_{it}, r^o_{j,t+n}) = \dfrac{(1-\pi_i)(1-\pi_j)}{1-\pi_i\pi_j}\,\beta_i\beta_j\sigma^2_f\,\pi^n_j$
- Un portofoliu egal ponderat din multe active cu același π: $\text{Corr}(r^o_{pt}, r^o_{p,t+n}) = \pi^n$
  - Cu $\pi = 0{,}3$, indicele observat are autocorelația de ordinul 1 egală cu 0,30, deși randamentele virtuale sînt independente în timp
- Beta din regresia pe aceeași zi este deplasat spre zero pentru un activ rar tranzacționat; corecția Scholes & Williams (1977):
  - $\hat\beta^{SW} = \dfrac{\hat b_{-1} + \hat b_0 + \hat b_{+1}}{1 + 2\hat\rho_m}$; $\hat b_k$: panta regresiei lui r_{it} pe $r_{m,t+k}$; $\hat\rho_m$: autocorelația de ordinul 1 a randamentului pieței r_m
- Raportul Amihud folosește doar zilele cu volum
  - după o pauză, $|r|$ cumulează știrile mai multor zile
  - aceasta tinde să mărească raportul activelor rar tranzacționate

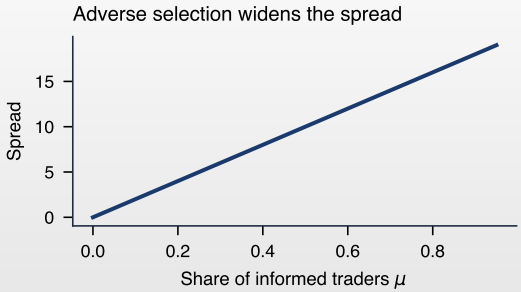
Bitcoin pe parcursul celor 24 de ore

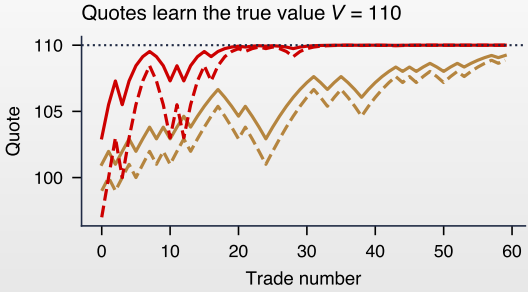


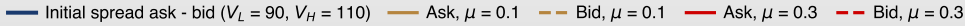
- Randamentul absolut mediu pe 5 minute, pe ore ale timpului universal coordonat (UTC)
  - sep. 2024 – sep. 2026, 208 596 de bare
- Zile lucrătoare: maximul, 16,7 pb, la ora 14:00 UTC
  - coincide cu deschiderea pieței americane și cu publicarea datelor macroeconomice
  - minimul, 7,3 pb, la ora 10:00 UTC
- Weekend: 5,9 pb, față de 9,9 pb în zilele lucrătoare
  - o volatilitate de 1,69 ori mai mică (intervalele de încredere: seminarul B7)
- O piață 24/7 urmează totuși programul băncilor, al ETF-urilor și al investitorilor tradiționali

MFM_ch10_intraday

Glosten–Milgrom: o simulare (1/2)







MFM_ch10_information

Glosten–Milgrom: o simulare (2/2)

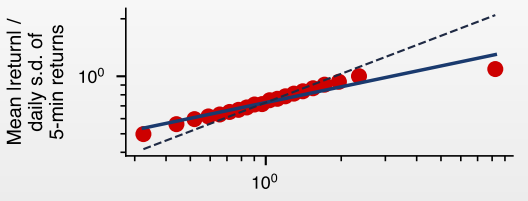
- Stînga: spread-ul inițial în funcție de μ
- Dreapta: un șir simulat de 60 de tranzacții cu valoarea adevărată $V = 110$
  - aceleași extrageri pentru ambele μ
- Pe aceste traiectorii individuale, bid-ul depășește 108:
  - după 7 tranzacții pentru $\mu = 0{,}3$
  - abia după 48 pentru $\mu = 0{,}1$
- Mai mulți investitori informați: spread-uri mai largi, dar descoperire mai rapidă a prețului
  - deci un compromis între lichiditate și eficiența informațională
- Corespondentul empiric: PIN (probabilitatea tranzacționării informate) Easley, Kiefer, O'Hara & Paperman (1996)

MFM_ch10_information

VPIN: dezechilibrul fluxului de ordine în timp de volum

- **De ce**: PIN cere estimarea prin verosimilitate maximă pe numerele zilnice de ordine
  - estimarea este fragilă la volumele de azi (Anexă)
- VPIN (*Volume-synchronised Probability of INformed trading*, probabilitatea tranzacționării informate măsurată în timp de volum) Easley, López de Prado & O'Hara (2012) înlocuiește estimarea cu o medie directă, în timp de volum
  - tranzacțiile se grupează în coșuri (*volume buckets*) cu același volum V
- Clasificarea pe blocuri (*bulk volume classification*):
  - în bara de timp i a coșului τ, fracțiunea de cumpărări este $\Phi(\Delta P_i/\sigma_{\Delta P})$
  - $V_\tau^B = \sum_{i\in\tau} V_i\,\Phi(\Delta P_i/\sigma_{\Delta P})$, $\quad V_\tau^S = V - V_\tau^B$; ΔP_i: variația prețului în bara i; $\sigma_{\Delta P}$: abaterea ei standard
- $\mathrm{VPIN} = \dfrac{1}{nV}\sum_{\tau=\mathbf{1}}^{n} |V_\tau^S - V_\tau^B|$, recalculat pe o fereastră mobilă a ultimelor n coșuri
  - la autori: $n = 50$, iar V este 1/50 din volumul zilnic mediu
- Legătura cu PIN: în modelul PIN, $\mathbb{E}|V^S - V^B| \approx \alpha\mu$ și $\mathbb{E}[V^S + V^B] = \alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s$, deci VPIN aproximează PIN
- Contestat: calculat corect, VPIN nu a anticipat crahul fulger (*flash crash*) din 2010 Andersen & Bondarenko (2014)
  - VPIN urmează în mare parte volumul și volatilitatea

Volumul și mișcările de preț în barele SPY



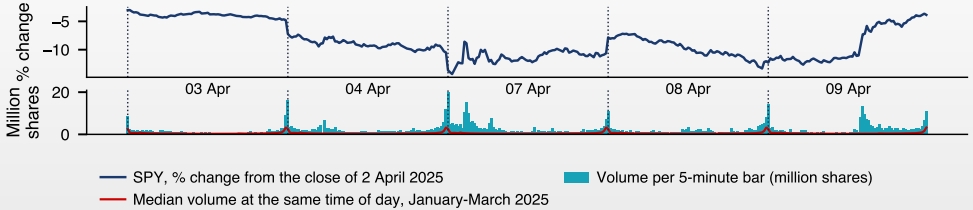
- 115 052 de bare de 5 minute în 20 de grupe egale după volumul relativ
  - volumul relativ: volumul barei / volumul median la acea oră
- Media $|r|$, scalată cu volatilitatea zilei, crește cu panta 0,27 pe axe logaritmice
  - concavă, dar mai plată decît 1/2
- O asociere între bare, nu o lege a metaordinelor
  - știrile mișcă atît volumul, cît și $|r|$ (simultaneitate), iar tranzacțiile opuse dintr-o bară se anulează
- Seminarul B6 propune o variabilă instrumentală și discută restricția de excludere
- Pentru costurile de execuție, calibrați legea metaordinelor pe propriile tranzacții

MFM_ch10_impact

Almgren–Chriss: traiectoria optimă

- Timp discret, cu x_k deținerea după tranzacția k, la $t_k = k\tau$: aceeași formă, $x_k = X\,\dfrac{\sinh(\kappa(T - t_k))}{\sinh(\kappa T)}$
  - κ rezolvă $\frac{2}{\tau^2}(\cosh\kappa\tau - 1) = \frac{\lambda\sigma^2}{\tilde\eta}$, cu $\cosh z = (e^z + e^{-z})/2$ și $\tilde\eta = \eta - \frac{\gamma\tau}{2} > 0$, impactul temporar corectat pentru pașii discreți
  - Ecuația tinde la $\kappa^2 = \lambda\sigma^2/\eta$ când $\tau \to 0$
- Media și dispersia costului oricărui program: $\mathbb{E}[C] = \frac{1}{2}\gamma X^2 + \frac{\tilde\eta}{\tau}\sum_{k=1}^N n_k^2$, $\quad \mathrm{Var}[C] = \sigma^2\tau\sum_{k=1}^N x_k^2$
  - $\frac{1}{2}\gamma X^2$: impactul permanent, același pentru orice program
  - $\sum n_k^2$ penalizează tranzacțiile mari, $\sum x_k^2$ păstrarea îndelungată a poziției

Un episod recent de stres: aprilie 2025



- Bare SPY de 5 minute, 3–9 aprilie 2025
  - jos: volumul barelor față de mediana ian.–mar. 2025 la aceeași oră
- 7 aprilie: intervalul maxim–minim de 8,6% și volatilitatea realizată de 6,7%
  - mediana volatilității realizate: 0,61%
  - o bară de +4,28% și, la zece minute distanță, una de −2,92%
  - 9 aprilie: +10,0% de la deschidere la închidere, cu un volum de 5,4 ori reperul obișnuit
  - media celor cinci zile: un volum de 4,6 ori reperul obișnuit
- Barele documentează mișcări bruște și volum mare
- Barele nu pot stabili adîncimea registrului, continuitatea prețurilor sau absența întreruperilor

MFM_ch10_stress

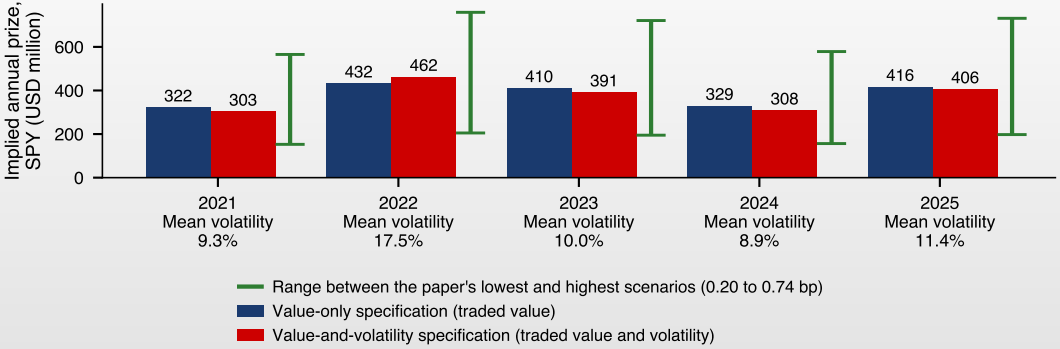
Descoperirea prețului la BVB: ETF-ul pe BET și indicele BET-TR (1/2)

- Logaritmul închiderilor zilnice: Patria-TVBETETF și indicele BET-TR
  - Patria-TVBETETF reinvestește dividendele
  - BET-TR: BET Total Return, cu dividendele reinvestite
  - 495 de zile comune, septembrie 2024 – septembrie 2026
- BET-TR se calculează din prețurile componentelor și nu se tranzacționează
- Baza (log ETF minus log indice) are abaterea standard 0,84%
- **Testul trace Johansen** pentru numărul r de vectori de cointegrare, pas cu pas de la $r = 0$
  - $r = 0$: statistica 49,6, peste valoarea critică de 5% (15,49), deci ipoteza nulă este respinsă
  - $r \leq 1$: statistica 0,10, sub valoarea critică (3,84), deci există un singur vector de cointegrare
- VECM cu 1 lag, ales prin BIC (criteriul informațional bayesian)

Descoperirea prețului la BVB: ETF-ul pe BET și indicele BET-TR (2/2)

- Coeficienții de ajustare: ETF $\alpha = -0{,}121$ ($t = -2{,}11$), indice $\alpha = -0{,}034$ ($t = -0{,}63$)
  - Doar coeficientul ETF-ului diferă semnificativ de zero: un indiciu că ETF-ul se ajustează spre indice, cu intervale bootstrap largi (seminarul B8)
- Ponderea informațională a indicelui: între 0,25 și 0,98, cu o corelație a reziduurilor de 0,93
- Ponderea componentei indicelui: $-0{,}121/(-0{,}121 + 0{,}034) = 1{,}39$, în afara intervalului $[0, 1]$
  - motivul: ambii coeficienți α sînt negativi
- Cu închideri zilnice inovațiile sînt aproape coliniare, deci limitele sînt largi
  - studiul descoperirii prețului necesită date intrazilnice

Studiu de caz: premiul anual implicit pentru SPY (1/2)



MFM_ch10_race

Studiu de caz: premiul anual implicit pentru SPY (2/2)

- Premiul anual $\sum_t \Pi_t$, în milioane USD
  - Π_t: profitul implicit din curse în ziua t (taxa $\times$ valoarea tranzacționată)
- Barele: cele două specificații ale taxei
  - doar cu valoarea tranzacționată (0,4213 pb) și cea cu valoare și volatilitate
  - segmentele: scenariile autorilor, 0,20–0,74 pb
- 2025: 416 milioane (doar valoarea) și 406 milioane (valoare și volatilitate)
- Specificația cu volatilitate dă mai mult doar într-un an volatil
  - pragul volatilității medii a anului: $(0{,}4213 - 0{,}3354)/0{,}0066 = 13{,}0\%$
  - depășit în 2022 (17,5%), nu și în ceilalți ani (8,9–11,4%)
- Nivelul taxei este principala sursă de incertitudine
  - scenariile diferă între ele de pînă la 3,7 ori, specificațiile cu cel mult 7%

MFM_ch10_race

Tipuri de ordine și registrul simulat

- Condiții privind execuția și durata de valabilitate
  - IOC (immediate-or-cancel): se execută imediat cît se poate, restul se anulează; FOK (fill-or-kill): se execută integral imediat sau se anulează; GTC (good-till-cancelled): rămîne în registru pînă la anulare
- Ordinele **stop** și **iceberg**
  - stop: devine ordin la piață cînd prețul atinge nivelul de declanșare
  - iceberg: afișează doar o parte din cantitate, restul așteaptă ascuns
- Un ordin limită executabil imediat consumă lichiditate ca un ordin la piață, dar cu un plafon de preț
  - de exemplu, o cumpărare cu limita la sau peste cel mai bun ask
- Simularea de tip **zero-intelligence** Farmer, Patelli & Zovko (2005)
  - Intensități: ordine limită $\alpha = 0{,}1$ pe nivel de preț, uniform pînă la 40 de pași de cotația opusă; ordine la piață $\mu = 0{,}5$ pe fiecare parte; anulări $\delta = 0{,}02$ pentru fiecare ordin în așteptare; 300 000 de evenimente, ordine de o unitate
  - Un astfel de model explică deja o mare parte din diferențele de spread între acțiunile de la Bursa din Londra

Înapoi

Proprietățile statistice ale estimatorului Roll

- Metoda delta Harris (1990): $\mathrm{se}(\hat{s}) \approx \sqrt{(\gamma_0^2 + \gamma_1^2)/T}\,/\,c$, pentru semne $q_t = \pm 1$
  - aproximarea gaussiană Bartlett are $3\gamma_1^2$ în loc de γ_1^2
  - o dezvoltare Taylor de ordinul întîi a lui $\hat{s} = 2\sqrt{-\hat{\gamma}_1}$ în jurul lui γ_1
  - Mare cînd c este mic: cu cît spread-ul este mai mic, cu atît este estimat mai imprecis
  - $\hat{s}$ este și el deplasat (inegalitatea lui Jensen, trunchierea la 0)
- Pe date zilnice, oscilația bid-ask (cîteva puncte de bază) este mascată de volatilitatea zilnică
  - volatilitatea zilnică a SPY în ultimii doi ani: 103 pb
  - de aici utilitatea estimatorilor bazați pe maximul și minimul zilnic

înapoi

Un model structural al costurilor: MRR (1/2)

- Roll presupune semne i.i.d., dar semnele reale sînt persistente
  - semne Markov de ordinul 1: $\text{Corr}(q_t, q_{t-k}) = \rho^k$, cu $\rho \in [0, 1)$
  - Corr: corelația
  - Fără informație și cu semne independente de ε: $\text{Cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1}) = -c^2(1-\rho)^2$, mai aproape de 0 decît $-c^2$, deci Roll subestimează c
- Modelul MRR Madhavan, Richardson & Roomans (1997): prețul tranzacției este prețul eficient plus un cost tranzitoriu
  - prețul eficient se mișcă odată cu **surpriza** din fluxul de ordine
  - $p_t = m_t + \phi\, q_t + \xi_t, \qquad m_t = m_{t-1} + \theta\,(q_t - \mathbb{E}[q_t \mid q_{t-1}]) + \varepsilon_t$
  - $\theta \geq 0$: impactul permanent (selecția adversă) al surprizei $q_t - \mathbb{E}[q_t \mid q_{t-1}] = q_t - \rho q_{t-1}$; $\phi \geq 0$: costul tranzitoriu (procesare, stoc)
  - Știrile publice ε_t și zgomotul de rotunjire ξ_t sînt i.i.d., de medie zero, independente între ele și de q

înapoi

Un model structural al costurilor: MRR (2/2)

- Estimarea prin GMM (*Generalized Method of Moments*, metoda generalizată a momentelor): alegem (θ, ϕ, ρ, a) astfel încît versiunile empirice a patru momente să fie zero
  - Reziduul $u_t = \Delta p_t - (\phi + \theta) q_t + (\phi + \rho\theta) q_{t-1}$: variația prețului neexplicată de tranzacții, cu drift-ul (constanta) a
  - $\mathbb{E}[q_t q_{t-1} - \rho q_{t-1}^2] = 0, \quad \mathbb{E}[u_t - a] = 0, \quad \mathbb{E}[(u_t - a) q_t] = 0, \quad \mathbb{E}[(u_t - a) q_{t-1}] = 0$
  - Primul moment definește ρ ca autocorelația semnelor; celelalte: reziduul are media a și este necorelat cu semnele curente și trecute
- Spread-ul efectiv implicit: $2(\phi + \theta)$
  - ponderea selecției adverse: $\theta / (\phi + \theta) \in [0, 1]$
  - de la 0 (doar procesare și stoc) la 1 (doar informație)
- Necesită tranzacții cu semn, deci MRR nu este estimat aici
  - barele publice de 5 minute nu identifică q_t

Înapoi

Corwin–Schultz și EDGE în practică

- Corwin–Schultz pe date zilnice presupune că prețul nu se mișcă peste noapte Corwin & Schultz (2012)
  - articolul scade H_{t+1}, L_{t+1} cu $L_{t+1} - C_t$ dacă $L_{t+1} > C_t$
  - și le crește cu $C_t - H_{t+1}$ dacă $H_{t+1} < C_t$ (C_t închiderea)
- În aceeași sesiune de bare de 5 minute nu este necesară ajustarea de noapte
  - estimările negative pe două bare devin 0
- EDGE pe ferestre: fiecare estimare negativă pe fereastră este pusă la zero înainte de mediere Ardia, Guidotti & Kroencke (2024)
  - recomandarea autorilor: estimările mai negative însoțesc spread-uri mai mari

Înapoi

Condițiile de moment EDGE

- Prețurile logaritmice ale barei t: deschidere o_t, maxim h_t, minim l_t, închidere c_t Ardia, Guidotti & Kroencke (2024)
  - mijlocul intervalului: $\eta_t = (h_t + l_t)/2$, ca la Abdi–Ranaldo
  - Cinci randamente logaritmice în jurul deschiderii și al închiderii precedente: $r_{1t} = \eta_t - o_t$, $r_{2t} = o_t - \eta_{t-1}$, $r_{3t} = \eta_t - c_{t-1}$, $r_{4t} = c_{t-1} - \eta_{t-1}$, $r_{5t} = o_t - c_{t-1}$
- Două serii de momente
  - mediile lor empirice sînt estimările $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$ ale lui S^2
  - dispersiile lor empirice sînt v_1, v_2
  - $x_{1t} = -\dfrac{4}{p_o}\, d_{1t}\, r_{2t} - \dfrac{4}{p_c}\, d_{3t}\, r_{4t}, \qquad x_{2t} = -\dfrac{4}{p_o}\, d_{1t}\, r_{5t} - \dfrac{4}{p_c}\, d_{5t}\, r_{4t}$
  - $d_{kt} = r_{kt} - \tau_t\, \bar{r}_k/\bar{\tau}$: r_{kt} centrat pe barele în care prețul s-a mișcat; $\tau_t = 0$ doar pentru o bară plată ($h_t = l_t = c_{t-1}$)
  - p_o: ponderea barelor cu $o_t \neq h_t$ plus ponderea celor cu $o_t \neq l_t$; p_c: la fel pentru c_{t-1} față de h_{t-1}, l_{t-1}; ambele sînt 2 cînd deschiderea și închiderea nu ating niciodată un extrem
- De ce funcționează: deschiderea și închiderea precedentă sînt tranzacții la bid sau la ask
  - distanțele lor față de mijloacele intervalelor vecine au în medie semne opuse, ca la Roll
  - factorul $-4/p$ transformă acest produs negativ în S^2

înapoi

Estimarea PIN și fragilitatea ei numerică (1/2)

- Modelul EKOP Easley, Kiefer, O'Hara & Paperman (1996): în fiecare zi apare un eveniment informațional cu probabilitatea α
  - EKOP: inițialele autorilor Easley, Kiefer, O'Hara și Paperman
  - știre proastă cu probabilitatea δ
  - dată starea informațională a zilei, numerele zilnice de cumpărări B și de vînzări S sînt variabile Poisson independente
  - Intensități (numărul așteptat de ordine pe zi): neinformați ε_b, ε_s; investitorii informați adaugă μ la cumpărări în zilele cu știri bune, la vînzări în cele cu știri proaste
- Verosimilitatea unei zile: o mixtură peste cele trei stări (fără știri, știri proaste, știri bune)
  - $L = (1-\alpha)\,\pi(B;\varepsilon_b)\pi(S;\varepsilon_s) + \alpha\delta\,\pi(B;\varepsilon_b)\pi(S;\mu+\varepsilon_s) + \alpha(1-\delta)\,\pi(B;\mu+\varepsilon_b)\pi(S;\varepsilon_s)$
  - $\pi(n;\lambda) = e^{-\lambda}\lambda^n/n!$: probabilitatea Poisson a n ordine la intensitatea λ (nu λ al lui Kyle)
  - Fiecare termen: probabilitatea stării înmulțită cu cea a perechii observate (B,S)
  - Verosimilitatea eșantionului este produsul lui L pe zile, maximizat în $(\alpha,\delta,\mu,\varepsilon_b,\varepsilon_s)$

înapoi

Estimarea PIN și fragilitatea ei numerică (2/2)

- Din parametrii estimați: $\mathrm{PIN} = \alpha\mu/(\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s)$
  - ordinele informate așteptate împărțite la totalul ordinelor așteptate
- Numeric, pentru acțiuni lichide se folosește log-sum-exp Lin & Ke (2011)
  - pentru $B \approx 10^4$, $e^{-\varepsilon}\varepsilon^B/B!$ depășește domeniul de reprezentare în virgulă mobilă
  - de aceea se scot factorii comuni
  - Fără aceasta, estimările ajung la limitele domeniului parametrilor
  - Verosimilitatea este și multimodală: folosim multe valori de pornire (seminarul A9–A10)

Înapoi

Modelul VAR tranzacții–cotații al lui Hasbrouck

- VAR în randamentul prețului de mijloc r_t și tranzacția cu semn x_t Hasbrouck (1991)
  - $r_t = \sum_{i\geq 1} a_i r_{t-i} + \sum_{i\geq 0} b_i x_{t-i} + \varepsilon_{1t}, \qquad x_t = \sum_{i\geq 1} c_i r_{t-i} + \sum_{i\geq 1} d_i x_{t-i} + \varepsilon_{2t}$
  - t: timpul măsurat în tranzacții; $x_t = q_t$ (± 1) sau volumul cu semn; a_i, b_i, c_i, d_i: coeficienții lagurilor; ε_{1t}: șocul cotației (știri publice); ε_{2t}: șocul de tranzacționare (partea neașteptată a fluxului de ordine)
- Identificarea: o ordonare recursivă (Cholesky)
  - tranzacția precedă ajustarea cotației în același interval
  - apare b_0, dar nu și termenul contemporan în sens invers
- **Impactul permanent**: conținutul informațional al tranzacțiilor
  - răspunsul cumulat pe termen lung al cotației la un șoc de tranzacționare
  - $\lim_{h\to\infty} \sum_{k=0}^{h} \partial r_{t+k} / \partial \varepsilon_{2t}$
- Descompunerea dispersiei prețului eficient: ponderea explicată de tranzacții
  - generalizează ponderea selecției adverse din MRR
- La fel ca MRR, necesită tranzacții cu semn
  - în modelul Kyle impactul permanent este exact λ

Înapoi

Fluxul de ordine: memorie lungă și autoexcitare (1/2)

- Semnele ordinelor la piață sînt autocorelate cu o descreștere de tip putere Bouchaud, Gefen, Potters & Wyart (2004)
  - motivul: metaordinele sînt împărțite
  - $\mathrm{Corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+\ell}) \sim \ell^{-g}, \quad 0 < g < 1$
  - $\varepsilon_t = \pm 1$: semnul ordinului la piață cu numărul t; ℓ: lagul, în număr de ordine; $\sim$: se comportă ca, pentru ℓ mare
  - $g < 1$: corelațiile scad atît de lent încît suma lor diverge (memorie lungă)
- Totuși prețurile sînt aproape de un mers aleator: modelul propagator reconciliază cele două fapte
  - $p_t = \sum_{s<t} G(t-s)\,\varepsilon_s + \text{zgomot}$
  - $G(\tau)$: impactul unui ordin după τ pași; un nucleu descrescător G compensează persistența semnelor

înapoi

Fluxul de ordine: memorie lungă și autoexcitare (2/2)

- Momentele sosirilor se grupează Bacry, Mastromatteo & Muzy (2015)
  - un proces Hawkes are o intensitate care crește după fiecare eveniment
  - $\lambda(t) = \mu + \int_{-\infty}^{t} \phi(t-s)\, dN_s = \mu + \sum_{t_i < t} \phi(t - t_i)$
  - $\lambda(t)$ (nu λ al lui Kyle): numărul așteptat de evenimente pe unitatea de timp; $\mu > 0$: intensitatea de bază; N_s: numărul de evenimente pînă la s, care apar la momentele t_i; $\phi \geq 0$: nucleul de excitare
- Estimat prin verosimilitate maximă
  - raportul de ramificare: $\|\phi\|_1 = \int_0^\infty \phi(\tau)\, d\tau$
  - este ponderea evenimentelor declanșate de evenimente anterioare (endogeneitate)
  - Procesul este staționar dacă raportul este < 1; aproape de 1, piața reacționează mai ales la ea însăși
- Legături cu alte capitole
  - duratele dintre depășirile valorii la risc (VaR, nu modelul VAR de mai sus) și gruparea lor (capitolul 8)
  - volatilitatea intrazilnică (capitolul 9)
  - impactul concav (secțiunea *Impactul asupra prețului și execuția optimă*)

Înapoi

Deducerea traiectoriei Almgren–Chriss

- Timp continuu: deținerea $x(t)$, viteza de tranzacționare $-\dot{x}$
  - costul impactului temporar: $\eta \int_0^T \dot{x}^2\, dt$
  - dispersia riscului de preț: $\sigma^2 \int_0^T x^2\, dt$
  - Minimizăm $\int_0^T (\eta \dot{x}^2 + \lambda\sigma^2 x^2)\, dt$ cu $x(0) = X$, $x(T) = 0$ (impactul permanent $\frac{1}{2}\gamma X^2$ nu depinde de traiectorie)
- Ecuația Euler–Lagrange pentru integrandul $F(x, \dot{x}) = \eta\dot{x}^2 + \lambda\sigma^2 x^2$
  - condiția de ordinul întîi a unei probleme de calcul variațional
  - $\frac{d}{dt}\,\partial F/\partial \dot{x} = \partial F/\partial x \Rightarrow \ddot{x} = \kappa^2 x$, $\kappa^2 = \lambda\sigma^2/\eta$
- Soluția generală $Ae^{\kappa t} + Be^{-\kappa t}$, cu constantele A, B
  - condițiile la limită dau $x(t) = X \sinh(\kappa(T-t))/\sinh(\kappa T)$
- În timp discret, κ^2 devine $\frac{2}{\tau^2}(\cosh \kappa\tau - 1) = \lambda\sigma^2/\tilde{\eta}$ (secțiunea *Impactul asupra prețului și execuția optimă*)
- Un registru rezilient cu impact tranzitoriu modifică forma traiectoriei optime Obizhaeva & Wang (2013)

Înapoi

Tabelul numeric Almgren–Chriss

Strategia (5 pași zilnici)	Costul așteptat	Abaterea standard
Vînzare uniformă, $\lambda = 0$	0,60 milioane USD	1,04 milioane USD
$\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$	1,08	0,45
$\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$	2,05	0,10
$\lambda = 10^{-4}$	2,38	0,02

- Cu $\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$, după prima zi rămîn 428 599 de acțiuni
- Aceiași parametri ca în exemplul principal
  - fiecare rînd rezolvă ecuația lui κ în timp discret pentru valoarea respectivă a lui λ

înapoi

Formarea optimă a pieței: Avellaneda–Stoikov (1/2)

- Un dealer cotează un bid și un ask în jurul prețului de mijloc pînă la orizontul T Avellaneda & Stoikov (2008)
  - s_t: prețul de mijloc, o mișcare browniană cu volatilitatea σ; q: stocul dealerului (acțiuni deținute, negativ dacă vinde în lipsă)
  - Maximizează utilitatea exponențială așteptată (CARA, aversiune absolută constantă la risc) a averii finale, cu aversiunea la risc $\gamma > 0$ (nu impactul permanent γ din Almgren–Chriss)
- Fluxul de ordine: o cotație la distanța δ de mijloc este executată de ordinele la piață
  - intensitatea execuției: $\Lambda(\delta) = Ae^{-k\delta}$
  - $A > 0$: intensitatea execuțiilor la mijloc; $k > 0$: cît de repede scade ea cînd cotația se îndepărtează de mijloc

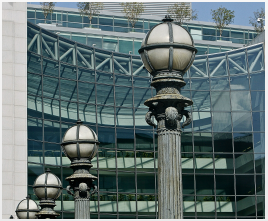
înapoi

Formarea optimă a pieței: Avellaneda–Stoikov (2/2)

- Prețul de rezervă (de indiferență): $r = s - q\,\gamma\sigma^2(T-t)$
  - valoarea activului pentru acest dealer, dat fiind stocul său
  - $T-t$: timpul rămas; un dealer cu stoc pozitiv ($q > 0$) evaluează activul sub prețul de mijloc, cu atît mai mult cu cît aversiunea la risc, volatilitatea sau timpul rămas sînt mai mari
- Spread-ul total optim aproximativ în jurul lui r
  - $\delta^a + \delta^b = \gamma\sigma^2(T-t) + \frac{2}{\gamma}\ln\left(1+\frac{\gamma}{k}\right)$
  - dintr-o dezvoltare a funcției valoare, nu soluția exactă
  - δ^a, δ^b: distanțele ask-ului și bid-ului față de r; primul termen: riscul de stoc; al doilea: cît de repede scade probabilitatea execuției cu distanța față de mijloc
- Stocul deplasează ambele cotații
  - formalizează componenta de stoc a spread-ului (secțiunea *Spread-ul bid-ask*)

Înapoi

Crahul fulger: detalii din raportul CFTC–SEC



Sediul Comisiei americane pentru valori mobiliare, Washington

Foto: David (dbking) (2008); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- Raportul CFTC–SEC CFTC & SEC (2010)
- Ordinul de vînzare de la 14:32 (slide-ul principal) valora circa 4,1 miliarde USD
  - Algoritmul prelua 9% din volumul minutului anterior „fără a ține cont de preț sau de timp”
- Pînă la 14:45:28, adîncimea ordinelor de cumpărare pe E-Mini scăzuse sub 1% din nivelul de dimineață
- Peste 20 000 de tranzacții în peste 300 de titluri s-au executat la prețuri aberante
  - la peste 60% distanță de prețurile anterioare, unele la un cent
- Întreruperile automate pe titlu din slide-ul principal CFTC & SEC (2010)
  - opresc tranzacționarea 5 minute după o mișcare de 10% în 5 minute

Înapoi

Bursa de Valori București



Birourile Bursei de Valori București

Foto: Za.kurek (2014); CC BY-SA 4.0; Wikimedia Commons

- Un registru electronic de ordine limită, ca în restul capitolului BVB (2026)
- Statut de piață emergentă (FTSE Russell) din septembrie 2020
- Banca Transilvania și Nuclearelectrica au fost primele acțiuni incluse în indicii de piețe emergente FTSE
- O piață cu lichiditate redusă, unde tranzacționarea nesincronă contează
  - secțiunea *Ilichiditatea și tiparele intrazilnice*
  - Comportamentul de turmă și bulele pe BVB: Pele, Mazurencu-Marinescu & Nijkamp (2013)
  - Bulele și crahurile sînt subiectul capitolului 17

Înapoi

Studiul de caz, date și metodă

- **Datele**: mesajele Bursei din Londra pentru toate acțiunile din indicele FTSE 350
  - 17 august – 16 octombrie 2015, 43 de zile de tranzacționare
  - circa 2,2 miliarde de mesaje, obținute de autoritatea britanică de reglementare
  - Marcaje de timp exacte la microsecundă (μs), aplicate acolo unde mesajul ajunge în rețeaua bursei, înaintea oricărei procesări
- **Cursa**: cel puțin doi participanți pe aceeași acțiune, același preț și aceeași parte
  - cel puțin o încercare de a consuma lichiditate și una de anulare, sau cel puțin două încercări de a consuma lichiditate
  - cel puțin un succes și un eșec
  - „În același timp": în interiorul **orizontului informațional**, timpul de procesare observat al primului mesaj plus cel mai rapid timp de reacție observat (29 μs), plafonat la 500 μs
- **Profitul cursei**: diferența cu semn dintre prețul cursei și prețul de mijloc după 10 s
  - înmulțită cu cantitatea afișată
- **Fără curse**, costul lichidității ar scădea cu circa 17%
  - raportul: taxa pe volumul din afara curselor / jumătatea de spread efectiv din afara curselor
  - reducerea este mediată pe zile
- **Extrapolarea**: regresie OLS a profiturilor zilnice din curse, fără termen liber
  - pe valoarea tranzacționată V_t
  - și pe V_t și volatilitatea realizată pe 1 minut σ_t înmulțită cu valoarea medie tranzacționată $\bar{V}$

Înapoi

Studiul de caz, rezultate suplimentare

- **Viteza**: cîștigătorul îl devansează pe primul pierzător cu 5–10 μs (modul), 46 μs (mediana)
- **Concentrarea**: după volum, primele șase firme consumă circa 80% din lichiditatea din curse
  - dar furnizează doar 42% din ea
  - cei 82% din slide-ul principal numără cursele cîștigate
- **Premiul unei curse** în FTSE 100: 0,48 pași de cotare (1,20 pb) pe acțiune
  - 1,95 £ în total pe cursă
- $R^2 = 0{,}811$ în regresia profiturilor zilnice din curse pe valoarea tranzacționată
  - Cele 4,8 miliarde USD pe an din slide-ul principal (piața globală de acțiuni, 2018) variază între 2,3 și 8,4 în funcție de definiția cursei
- **Costul lichidității**, în întregul eșantion: impactul din curse
  - 30,58% din impactul total asupra prețului
  - 32,82% din spread-ul efectiv
- Sniping-ul contribuie la costul lichidității alături de selecția adversă
  - în FTSE 100, spread-ul realizat este $-1{,}93$ pb în curse și $+0{,}15$ pb în afara lor
  - spread-uri pe un singur sens, jumătate din măsurile din secțiunea *Spread-ul bid-ask*

Înapoi

Bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (1/2)

- Instrumente: un asistent AI (un model lingvistic mare, LLM)
  - de exemplu Claude, ChatGPT, Gemini sau GitHub Copilot
  - căutarea literaturii: Semantic Scholar, Elicit, Google Scholar
- **1. Literatura**: colectăm studiile de validare
  - verificăm fiecare DOI pe Crossref (titlul trebuie să coincidă)
  - `Găsește studiile care validează Roll, Corwin-Schultz, Abdi-Ranaldo și EDGE față de spread-urile efective din tranzacții și cotații; raportează reperul, corelația pe niveluri și pe variații, piețele și DOI-ul.`
- **2. Ipoteze concurente**, fiecare cu o predicție transversală
  - `Propune explicații concurente pentru faptul că Corwin-Schultz plasează acțiunile BVB lîngă marile companii americane și, pentru fiecare, corelația Spearman prezisă a estimării cu volatilitatea, cu raportul Amihud și cu valoarea tranzacționată.`
- **3. Date și cod**: replicăm întîi cifrele din capitol
  - `Scrie cod Python care încarcă prețurile zilnice OHLC și volumele celor 25 de active din capitol și calculează Corwin-Schultz, cu ajustarea pentru noapte și cu estimările negative pe două zile puse la zero.` Medianele-țintă: SUA 53, BVB 54, cripto 124 pb

Înapoi

Bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (2/2)

- **4. Robustețe**, pre-înregistrată
  - `Scrie un plan pre-înregistrat: corelații Spearman și Spearman parțiale, bootstrap pe active, excluderea pe rînd a cîte unei piețe (SUA, BVB, cripto), o a doua fereastră 2022-2024 și EDGE și Abdi-Ranaldo în locul Corwin-Schultz.`
- **5. Critica**: cerem asistentului să conteste chiar reperul
  - `Joacă rolul unui recenzent: argumentează că nici raportul Amihud nu este o măsură a costului (depinde de volum și de volatilitate); ce reper ar identifica spread-ul și cît ar costa să îl obținem?`
- **6. Raportul**: toți estimatorii și toate ferestrele
  - intervalele bootstrap, limitele reperului, codul și jurnalul AI

Înapoi

Verificările cercetătorului

- **Reperul pasului de cotare**: niciun spread **cotat** nu este sub un pas
  - cele efective pot fi sub un pas
  - comparăm fiecare estimare cu $0{,}01/P$, un pas raportat la prețul P (0,21 pb pentru SPY)
- **Contaminarea cu volatilitate**: o testăm în două feluri
  - corelația parțială cu reperul, controlînd volatilitatea
  - comparația dintre estimările pe 5 minute și cele zilnice din secțiunea *Spread-ul bid-ask*
- **Trunchierea**: estimările negative puse la zero deplasează media în sus
  - raportăm ponderea trunchiată și o mediană
- **Unități și platforme**: lei convertiți la cursul BNR
  - volumul cripto însumat pe burse, unele cu volum raportat exagerat
  - testul: reluăm calculul pe o submulțime de platforme
- **Secțiune transversală mică și grupată**: 25 de active din 3 piețe nu sînt interschimbabile
  - 3 grupuri sînt prea puține pentru erori standard clustered
  - raportăm bootstrap-ul pe active ca fiind condiționat de independență
  - plus un bootstrap în interiorul piețelor și excluderea pe rînd a pieței
- **Formule transcrise greșit**: verificăm constantele estimatorului în articol
  - rulăm un test unitar pe prețuri simulate cu spread cunoscut

înapoi

Microstructură: lecturi și cod

Cursuri avansate pe quantinar.com

- Applied Computational Finance

Lecturi, cod și date

- Manuale: Hasbrouck (2007), Bouchaud, Bonart, Donier & Gould (2018), Harris (2003), Franke, Härdle & Hafner (2019)
- Date Bitcoin de înaltă frecvență și prognoza riscului zilnic: Pele & Mazurencu-Marinescu-Pele (2019)
- Quantlets: github.com/danpele/MFM/tree/main/Quantlets/Ch_10

Înapoi

Acronime folosite în acest material (1/3)

- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **AMM**: Automated Market Maker — *formator de piață automat*
- **AR**: AutoRegressive (model) — *model autoregresiv*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BET-TR**: BET Total Return (index) — *indicele BET cu dividendele reinvestite*
- **BIC**: Bayesian Information Criterion — *criteriul informațional bayesian*
- **BNR**: Banca Națională a României
- **BVB**: Bursa de Valori București
- **CARA**: Constant Absolute Risk Aversion — *aversiune absolută constantă la risc*
- **CEX**: Centralised EXchange — *bursă centralizată (de cripto-active)*
- **CFTC**: Commodity Futures Trading Commission — *Comisia americană pentru tranzacționarea contractelor futures pe mărfuri*
- **DEX**: Decentralised EXchange — *bursă descentralizată*
- **DOI**: Digital Object Identifier — *identificatorul digital al unui articol*
- **DVOL**: Dollar VOLume (traded value, price $\times$ volume) — *valoarea tranzacționată, preț $\times$ volum*
- **EDGE**: Efficient Discrete Generalized Estimator (of the bid-ask spread) — *estimatorul discret generalizat eficient al spread-ului bid-ask*
- **EKOP**: Easley–Kiefer–O'Hara–Paperman (model of informed trading) — *modelul Easley–Kiefer–O'Hara–Paperman al tranzacționării informate*
- **ETF**: Exchange-Traded Fund — *fond tranzacționat la bursă*

Acronime folosite în acest material (2/3)

- **FOK**: Fill-Or-Kill (order) — *ordin executat integral imediat sau anulat*
- **FTSE**: Financial Times Stock Exchange (FTSE Russell, index provider) — *furnizorul de indici FTSE Russell*
- **GMM**: Generalized Method of Moments — *metoda generalizată a momentelor*
- **GTC**: Good-Till-Cancelled (order) — *ordin valabil pînă la anulare*
- **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent (standard errors) — *erori standard robuste la heteroscedasticitate și autocorelație*
- **HFT**: High-Frequency Trading — *tranzacționare de înaltă frecvență*
- **ILLIQ**: ILLIQuidity ratio (Amihud) — *raportul de ilichiditate Amihud*
- **IOC**: Immediate-Or-Cancel (order) — *ordin executat imediat, cît se poate, restul anulat*
- **LLM**: Large Language Model — *model lingvistic mare*
- **LOB**: Limit Order Book — *registrul de ordine limită*
- **MRR**: Madhavan–Richardson–Roomans (structural model of trading costs) — *modelul structural Madhavan–Richardson–Roomans al costurilor de tranzacționare*
- **NYSE**: New York Stock Exchange — *Bursa din New York*
- **OFI**: Order-Flow Imbalance — *dezechilibrul fluxului de ordine*
- **OHLC**: Open, High, Low, Close — *deschidere, maxim, minim, închidere*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **PIN**: Probability of INformed trading — *probabilitatea tranzacționării informate*

Acronime folosite în acest material (3/3)

- **SEC**: Securities and Exchange Commission — *Comisia americană pentru valori mobiliare*
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **TR**: Total Return — *randament total, cu dividende reinvestite*
- **TWAP**: Time-Weighted Average Price — *prețul mediu ponderat cu timpul*
- **USD**: US dollar, international currency code — *dolarul american, codul monetar internațional*
- **UTC**: Coordinated Universal Time (Temps Universel Coordonné) — *timpul universal coordonat*
- **VAR**: Vector AutoRegression — *model vector autoregresiv*
- **VaR**: Value at Risk — *valoarea la risc*
- **VECM**: Vector Error-Correction Model — *model vectorial cu corecția erorilor*
- **VIX**: CBOE Volatility IndeX — *indicele de volatilitate CBOE*
- **VPIN**: Volume-synchronised Probability of INformed trading — *probabilitatea tranzacționării informate măsurată în timp de volum*
- **VWAP**: Volume-Weighted Average Price — *prețul mediu ponderat cu volumul*
- **XRP**: XRP (the native token of the XRP Ledger) — *tokenul nativ al registrului XRP Ledger*

Bibliografie (1/5)

- Abdi, F., Ranaldo, A. (2017). A simple estimation of bid-ask spreads from daily close, high, and low prices. *Review of Financial Studies*, 30(12), 4437–4480.
- Acharya, V.V., Pedersen, L.H. (2005). Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics*, 77(2), 375–410.
- Admati, A.R., Pfleiderer, P. (1988). A theory of intraday patterns: volume and price variability. *Review of Financial Studies*, 1(1), 3–40.
- Agakishiev, I., Härdle, W.K., Pele, D.T. (2025). Cryptocurrency liquidity forecasting. In C.Y.-H. Chen, W.K. Härdle, H.H.-S. Lu (Eds.), *Handbook of Blockchain Analytics*, 41–60. Springer Handbooks of Computational Statistics. Springer.
- Almgren, R., Chriss, N. (2001). Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*, 3(2), 5–39.
- Amihud, Y. (2002). Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, 5(1), 31–56.
- Amihud, Y., Mendelson, H. (1986). Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Financial Economics*, 17(2), 223–249.
- Andersen, T.G., Bondarenko, O. (2014). VPIN and the flash crash. *Journal of Financial Markets*, 17, 1–46.
- Aquilina, M., Budish, E., O'Neill, P. (2022). Quantifying the high-frequency trading "arms race". *Quarterly Journal of Economics*, 137(1), 493–564.
- Ardia, D., Guidotti, E., Kroencke, T.A. (2024). Efficient estimation of bid–ask spreads from open, high, low, and close prices. *Journal of Financial Economics*, 161, 103916.
- Avellaneda, M., Stoikov, S. (2008). High-frequency trading in a limit order book. *Quantitative Finance*, 8(3), 217–224.

Bibliografie (2/5)

- Bacry, E., Mastromatteo, I., Muzy, J.-F. (2015). Hawkes processes in finance. *Market Microstructure and Liquidity*, 1(1), 1550005.
- Bagehot, W. (1971). The only game in town. *Financial Analysts Journal*, 27(2), 12–14.
- Baltussen, G., Da, Z., Lammers, S., Martens, M. (2021). Hedging demand and market intraday momentum. *Journal of Financial Economics*, 142(1), 377–403.
- Bouchaud, J.-P., Bonart, J., Donier, J., Gould, M. (2018). Trades, Quotes and Prices: Financial Markets Under the Microscope. Cambridge University Press.
- Bouchaud, J.-P., Gefen, Y., Potters, M., Wyart, M. (2004). Fluctuations and response in financial markets: the subtle nature of 'random' price changes. *Quantitative Finance*, 4(2), 176–190.
- Brauneis, A., Mestel, R., Riordan, R., Theissen, E. (2021). How to measure the liquidity of cryptocurrency markets? *Journal of Banking & Finance*, 124, 106041.
- Budish, E., Cramton, P., Shim, J. (2015). The high-frequency trading arms race: frequent batch auctions as a market design response. *Quarterly Journal of Economics*, 130(4), 1547–1621.
- BVB (2026). History of the Bucharest Stock Exchange. Bursa de Valori București.
- CFTC, SEC (2010). Findings regarding the market events of May 6, 2010. Report of the staffs of the CFTC and SEC to the Joint Advisory Committee on Emerging Regulatory Issues.
- Cont, R., Kukanov, A., Stoikov, S. (2014). The price impact of order book events. *Journal of Financial Econometrics*, 12(1), 47–88.
- Corwin, S.A., Schultz, P. (2012). A simple way to estimate bid-ask spreads from daily high and low prices. *Journal of Finance*, 67(2), 719–760.
- Easley, D., Kiefer, N.M., O'Hara, M., Paperman, J.B. (1996). Liquidity, information, and infrequently traded stocks. *Journal of Finance*, 51(4), 1405–1436.

Bibliografie (3/5)

- Easley, D., López de Prado, M.M., O'Hara, M. (2012). Flow toxicity and liquidity in a high-frequency world. *Review of Financial Studies*, 25(5), 1457–1493.
- Farmer, J.D., Patelli, P., Zovko, I.I. (2005). The predictive power of zero intelligence in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(6), 2254–2259.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). Statistics of Financial Markets: An Introduction, 5th ed. Springer.
- Gao, L., Han, Y., Li, S.Z., Zhou, G. (2018). Market intraday momentum. *Journal of Financial Economics*, 129(2), 394–414.
- Glosten, L.R., Milgrom, P.R. (1985). Bid, ask and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders. *Journal of Financial Economics*, 14(1), 71–100.
- Gonzalo, J., Granger, C.W.J. (1995). Estimation of common long-memory components in cointegrated systems. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(1), 27–35.
- Gould, M.D., Porter, M.A., Williams, S., McDonald, M., Fenn, D.J., Howison, S.D. (2013). Limit order books. *Quantitative Finance*, 13(11), 1709–1742.
- Harris, L. (1990). Statistical properties of the Roll serial covariance bid/ask spread estimator. *Journal of Finance*, 45(2), 579–590.
- Harris, L. (2003). Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners. Oxford University Press.
- Hasbrouck, J. (1991). Measuring the information content of stock trades. *Journal of Finance*, 46(1), 179–207.
- Hasbrouck, J. (1995). One security, many markets: determining the contributions to price discovery. *Journal of Finance*, 50(4), 1175–1199.
- Hasbrouck, J. (2007). Empirical Market Microstructure. Oxford University Press.

Bibliografie (4/5)

- Hasbrouck, J. (2009). Trading costs and returns for U.S. equities: estimating effective costs from daily data. *Journal of Finance*, 64(3), 1445–1477.
- Hasbrouck, J., Saar, G. (2013). Low-latency trading. *Journal of Financial Markets*, 16(4), 646–679.
- Huang, R.D., Stoll, H.R. (1997). The components of the bid-ask spread: a general approach. *Review of Financial Studies*, 10(4), 995–1034.
- Jahan-Parvar, M.R., Zikes, F. (2023). When do low-frequency measures really measure effective spreads? Evidence from equity and foreign exchange markets. *Review of Financial Studies*, 36(10), 4190–4232.
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59(6), 1551–1580.
- Jovanovic, B., Menkveld, A.J. (2010). Middlemen in limit order markets. SSRN Working Paper 1624329.
- Kirilenko, A., Kyle, A.S., Samadi, M., Tuzun, T. (2017). The Flash Crash: high-frequency trading in an electronic market. *Journal of Finance*, 72(3), 967–998.
- Kyle, A.S. (1985). Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*, 53(6), 1315–1335.
- Lee, C.M.C., Ready, M.J. (1991). Inferring trade direction from intraday data. *Journal of Finance*, 46(2), 733–746.
- Lin, H.-W.W., Ke, W.-C. (2011). A computing bias in estimating the probability of informed trading. *Journal of Financial Markets*, 14(4), 625–640.
- Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1990). An econometric analysis of nonsynchronous trading. *Journal of Econometrics*, 45(1–2), 181–211.

Bibliografie (5/5)

- Madhavan, A., Richardson, M., Roomans, M. (1997). Why do security prices change? A transaction-level analysis of NYSE stocks. *Review of Financial Studies*, 10(4), 1035–1064.
- Makarov, I., Schoar, A. (2020). Trading and arbitrage in cryptocurrency markets. *Journal of Financial Economics*, 135(2), 293–319.
- Menkveld, A.J. (2013). High frequency trading and the new market makers. *Journal of Financial Markets*, 16(4), 712–740.
- Obizhaeva, A.A., Wang, J. (2013). Optimal trading strategy and supply/demand dynamics. *Journal of Financial Markets*, 16(1), 1–32.
- O'Hara, M. (2015). High frequency market microstructure. *Journal of Financial Economics*, 116(2), 257–270.
- Pástor, Ľ., Stambaugh, R.F. (2003). Liquidity risk and expected stock returns. *Journal of Political Economy*, 111(3), 642–685.
- Pele, D.T. (2025). Middlemen in limit-order markets. Quantinar course, Bucharest University of Economic Studies.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M., Nijkamp, P. (2013). Herding behaviour, bubbles and log periodic power laws in illiquid stock markets: a case study on the Bucharest Stock Exchange. SSRN Working Paper 2305945.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu-Pele, M. (2019). Using high-frequency entropy to forecast Bitcoin's daily value at risk. *Entropy*, 21(2), 102.
- Perold, A.F. (1988). The implementation shortfall. *Journal of Portfolio Management*, 14(3), 4–9.
- Roll, R. (1984). A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market. *Journal of Finance*, 39(4), 1127–1139.
- Scholes, M., Williams, J. (1977). Estimating betas from nonsynchronous data. *Journal of Financial Economics*, 5(3), 309–327.
- Tóth, B., Lempérière, Y., Deremble, C., de Lataillade, J., Kockelkoren, J., Bouchaud, J.-P. (2011). Anomalous price impact and the critical nature of liquidity in financial markets. *Physical Review X*, 1(2), 021006.
- Wood, R.A., McInish, T.H., Ord, J.K. (1985). An investigation of transactions data for NYSE stocks. *Journal of Finance*, 40(3), 723–739.