









Modelarea piețelor financiare

Capitolul 17: Bule și crahuri



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Poate statistica recunoaște o bulă înainte să se spargă?

> *"The second theorem of the financial instability hypothesis is that over periods of prolonged prosperity, the economy transits from financial relations that make for a stable system to financial relations that make for an unstable system."*
>
> — *Minsky (1992)*

- Minsky: o perioadă lungă de stabilitate mută debitorii spre finanțarea speculativă și Ponzi
  - secvența lui Kindleberger (după Minsky): șoc inițial, avînt, euforie, tensiune, panică Kindleberger & Aliber (2005)
- Raportul preț/dividend S&P (*Standard & Poor's*) Composite, 1871–2026: testul GSADF (Generalised Sup Augmented Dickey–Fuller) = 3,41, față de valoarea critică de 95% 2,39
  - testul ADF (Augmented Dickey–Fuller) pe întregul eșantion (−1,11) nu detectează nimic
- După o creștere de peste 100% a prețului unei industrii, a urmat un crah de 40% în 45% din cazuri Greenwood, Shleifer & You (2019)
  - față de 11% pentru o lună-industrie oarecare; 53 de episoade în 27 de industrii
  - randamentul mediu din următorii 2 ani nu diferă semnificativ de zero: creșterile măresc riscul, nu pierderea previzibilă
- Creditul care finanțează avîntul: după R-zone (creștere rapidă a creditului și a prețurilor), o criză începe în 3 ani în 34% din cazuri la gospodării
  - față de 4% în perioadele normale; doar 25 de crize în date

▸ Graficul central: Raportul preț/dividend S&P Composite (Shiller), 1871–2026

Ideea capitolului

Bule, crahuri și detectarea lor

- Prețurile cresc uneori mult mai repede decît orice schimbare plauzibilă a fundamentelor
  - Apoi își pierd cea mai mare parte din valoare
- Întrebările
  - poate statistica detecta astfel de episoade **în timp real**?
  - poate spune **cînd** se termină?
- Partea I
  - Ce este o bulă, creșteri și crahuri în date
  - Testele pentru prețuri explozive și datarea episoadelor
- Partea a II-a: modelul LPPLS (Log-Periodic Power Law Singularity)
  - Schimbarea de regim, cripto și acțiunile legate de inteligența artificială (AI)
  - Două studii de caz, o trecere prin bucla de cercetare asistată de AI

Rezultatele învățării

- derivați condiția bulei raționale și separați valoarea fundamentală de bulă și arătați ce se poate testa
- calculați GSADF și datarea BSADF (*Backward Sup ADF*, calculată înapoi de la fiecare dată) pe ferestre mobile (*rolling*), cu valori critice valide
- calculați o ajustare LPPLS și interpretați stabilitatea momentului critic și alarmele ei
- interpretați creșterile și crahurile cu un model Markov-switching și testul numărului de regimuri
- Aprofundări și Anexa: lectură pentru familiarizare

- Exemplele detaliate și subiectele avansate sînt în Aprofundări, după Concluzii
  - butonul din subsol duce la ele, iar Înapoi revine la slide-ul de plecare

Episoade istorice de bule speculative

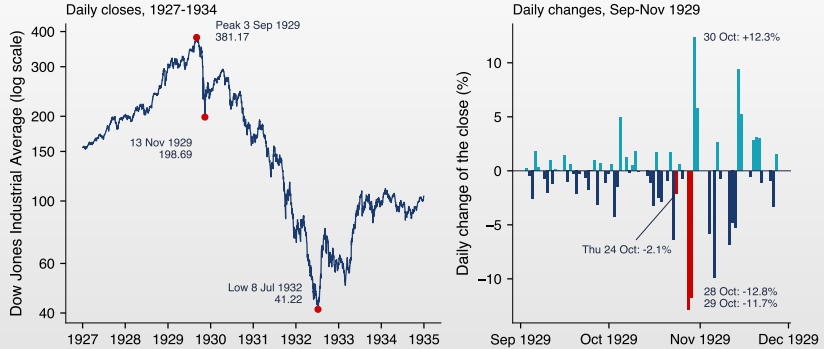


Hendrik Gerritsz Pot, *Carul nebunilor al Florei* (c. 1637), o satiră a comerțului cu lalele

Imagine: Hendrik Gerritsz Pot (c. 1637); domeniu public; Wikimedia Commons

- **Mania lalelelor, 1636–1637** Garber (1990)
  - Contractele pe bulbi rari s-au tranzacționat la prețuri foarte mari pînă la oprirea pieței, în februarie 1637
  - O parte din traiectorie se potrivește cu fundamentele unui bun de lux nou
  - Lecția 1: ca să numim ceva bulă, avem nevoie de un model al valorii fundamentale
- **Marea Sudului și Mississippi, 1720** Kindleberger & Aliber (2005)
  - Acțiunile au crescut de cîteva ori în cîteva luni, apoi s-au prăbușit
  - Ingredientele: o inovație financiară, credit ușor, o poveste despre profiturile viitoare
  - Lecția 2: bulele vin cu expansiunea creditului Kindleberger & Aliber (2005) și cu volume mari Scheinkman & Xiong (2003)
- **1929** Kindleberger & Aliber (2005)
  - Un avînt finanțat parțial cu bani împrumutați s-a încheiat cu crahul din octombrie
  - Secvența lui Kindleberger (după Minsky): șoc inițial, avînt, euforie, tensiune, panică
  - Lecția 3: avem nevoie de teste care funcționează pe o singură serie de timp, în timp real, înainte de panică

Studiu de caz: Joia Neagră, 24 octombrie 1929 (1/2)



Source: S. H. Williamson, Daily Closing Value of the Dow Jones Average, MeasuringWorth (2026)

- Indicele Dow Jones Industrial Average, închideri zilnice, scară logaritmică în stînga; sursa: Williamson (2026)

MFM_ch17_case1929

Studiu de caz: Joia Neagră, 24 octombrie 1929 (2/2)



Mulțimea din fața Bursei din New York după crah, octombrie 1929

Foto: guvernul SUA (Social Security Administration); domeniu public; Wikimedia Commons

- **Înainte**: vîrful de 381,17 la 3 sept. 1929, după o creștere de 99% în doi ani
  - Pînă la 23 oct., indicele scăzuse deja cu 20%, la 305,85; doar în acea zi, $-6{,}3\%$
- **Joi, 24 oct.**: 12 894 650 de acțiuni tranzacționate la Bursa din New York (NYSE), un record Time (1929)
  - Bancherii marilor bănci din New York, reuniți la J.P. Morgan & Co. de Thomas Lamont, organizează un fond de sprijin
  - Richard Whitney, vicepreședintele NYSE, oferă 205 dolari pe acțiunea U.S. Steel, peste prețul curent
  - Închiderea: 299,47, adică $-2{,}1\%$, o scădere mai mică decît cea din 23 oct.
- **Luni 28 și marți 29 oct.**: $-12{,}8\%$ și $-11{,}7\%$, cele mai mari scăderi zilnice din 1921–1955
  - 30 oct.: $+12{,}3\%$; 13 nov.: 198,69, cu 48% sub vîrf
- **Mai departe**: o revenire de 48% pînă la 17 apr. 1930, apoi minimul de 41,22 la 8 iul. 1932 (-89%)
  - Vîrful nominal din 1929 a fost depășit abia la 23 nov. 1954
- **Lecția**: sprijinul bancherilor a oprit panica unei zile, nu scăderea
  - Crahul a fost o succesiune de săptămîni și de ani, nu o singură zi

Ipoteza instabilității financiare: Minsky

- Minsky clasifică debitorii după capacitatea fluxurilor de numerar de a acoperi datoria Minsky (1992)
  - Finanțare **hedge**: fluxurile de numerar acoperă dobînda și principalul
  - Finanțare **speculativă**: acoperă dobînda, dar principalul trebuie refinanțat
  - Finanțare **Ponzi**: nu acoperă nici dobînda; datoria crește, iar rambursarea depinde de creșterea prețului activului
- Mecanismul fragilității
  - O perioadă lungă de stabilitate mută ponderea debitorilor spre finanțarea speculativă și Ponzi
  - O creștere a dobînzilor sau o scădere a prețurilor transformă debitorii speculativi în debitori Ponzi
  - Vînzările forțate de active scad prețurile și împing și alți debitori spre insolvență
- Legătura cu acest capitol
  - Creditul care finanțează avîntul: al doilea studiu de caz
  - Prețurile care accelerează: testele de explozivitate

Valoarea fundamentală și bula rațională

- **Întrebarea**: ce parte a prețului nu poate fi justificată de dividende și ce se poate testa despre ea?
- Prețul fără oportunități de arbitraj: $P_t = \mathbb{E}_t[M_{t+\mathbf{1}}(P_{t+\mathbf{1}} + D_{t+\mathbf{1}})]$
  - P_t: prețul de la sfîrșitul perioadei t
  - $D_{t+\mathbf{1}}$: dividendul plătit în perioada $t+1$
  - $M_{t+\mathbf{1}}$: factorul stocastic de actualizare
  - $\mathbb{E}_t$: media condiționată de informația de la t, sub măsura fizică
- **Ipoteza simplificatoare**: $M_{t+\mathbf{1}} \equiv 1/(1+r)$, deci $P_t = \mathbb{E}_t[P_{t+\mathbf{1}} + D_{t+\mathbf{1}}]/(1+r)$
  - O primă de risc constantă nu face $M_{t+\mathbf{1}}$ constant
  - În general, bula satisface $B_t = \mathbb{E}_t[M_{t+\mathbf{1}} B_{t+\mathbf{1}}]$
- Prin substituții succesive: **valoarea fundamentală** $F_t = \sum_{i \geq \mathbf{1}} \mathbb{E}_t[D_{t+i}]/(1+r)^i$
  - Valoarea actualizată a dividendelor așteptate
  - Cazul Gordon, dividende care cresc cu rata $g < r$: $F_t = D_{t+\mathbf{1}}/(r-g)$
- Dar și $P_t = F_t + B_t$ rezolvă ecuația de preț, pentru orice B_t cu $\mathbb{E}_t[B_{t+\mathbf{1}}] = (1+r)\,B_t$
  - B_t este **bula rațională**: investitorii plătesc pentru ea fiindcă se așteaptă să revîndă la un preț mai mare Blanchard & Watson (1982)

Caracterul exploziv al bulei raționale

- Din $\mathbb{E}_t[B_{t+1}] = (1+r)B_t$: $\mathbb{E}_t[B_{t+h}] = (1+r)^h B_t$ pentru orice orizont de h perioade
  - O **medie condiționată explozivă**
  - Traiectoriile individuale pot suferi un crah
  - Bula crește mai repede decît dividendele ($r > g$), deci ponderea ei în preț crește în timp
- Bulele raționale sînt pozitive și există de la prima tranzacție Diba & Grossman (1988)
  - O bulă negativă ar împinge în cele din urmă prețul așteptat sub zero
  - O bulă care azi este zero trebuie să rămînă zero
- O bulă este încălcarea **condiției de transversalitate** $\lim_{h\to\infty} \mathbb{E}_t[P_{t+h}]/(1+r)^h = 0$
  - Prețul conține o valoare care nu este plătită niciodată ca dividend (derivarea în ▸ Anexă)
- **Implicația testabilă**
  - Dacă dividendele sînt cel mult I(1) (staționare după o diferențiere), atunci fără bulă prețul și raportul preț/dividend **nu sînt explozive**

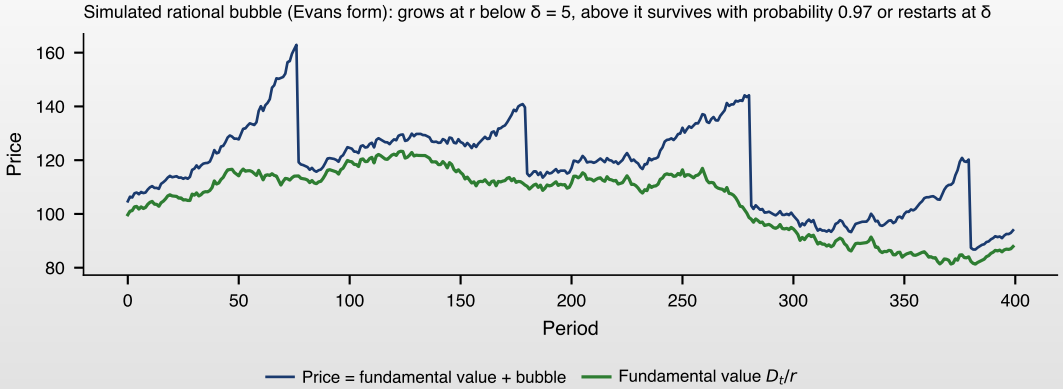
Bule care se sparg: Blanchard și Watson

- În fiecare perioadă bula supraviețuiește cu probabilitatea π și se prăbușește cu probabilitatea $1-\pi$ Blanchard & Watson (1982)
  - $B_{t+1} = \dfrac{1+r}{\pi} B_t + \varepsilon_{t+1}$ cu probabilitatea π, $B_{t+1} = \varepsilon_{t+1}$ altfel
  - $\pi \in (0,1)$: probabilitatea de supraviețuire
  - ε_{t+1}: un șoc cu media condiționată zero, dată fiind informația de la t
- Creșterea așteptată a bulei rămîne r
  - Cît timp supraviețuiește, bula crește mai repede, cu rata $(1+r)/\pi - 1$, care compensează riscul de crah
- Durata de viață așteptată: $1/(1-\pi)$ perioade, un timp de așteptare geometric

Forma Evans: bule care repornesc

- Problema: după un colaps Blanchard–Watson, $B = \varepsilon$ poate fi negativă, ceea ce exclude Diba & Grossman (1988)
- Forma Evans: bula pornește și repornește de la o valoare $\delta > 0$ Evans (1991)
  - Supraviețuire (probabilitatea π): $B_{t+1} = \left[\delta + \frac{1+r}{\pi}\left(B_t - \frac{\delta}{1+r}\right)\right] u_{t+1}$
  - Colaps (probabilitatea $1-\pi$): $B_{t+1} = \delta\, u_{t+1}$
  - u_{t+1}: un zgomot pozitiv cu media 1, independent de supraviețuire
- Condiția de bulă rămîne îndeplinită: $\mathbb{E}_t[B_{t+1}] = \pi\left[\delta + \frac{1+r}{\pi} B_t - \frac{\delta}{\pi}\right] + (1-\pi)\delta = (1+r)B_t$
- Ramura bulelor mici: dacă $B_t \le \alpha$, atunci $B_{t+1} = (1+r)B_t u_{t+1}$
  - Cele două ramuri de mai sus se aplică doar pentru $B_t > \alpha$
  - Fără prag, ramura de supraviețuire devine negativă pentru $B_t < \delta(1-\pi)/(1+r)$
  - Cu $0 < \delta < (1+r)\alpha$ bula rămîne pozitivă; simularea folosește $\alpha = \delta$

O bulă rațională simulată (1/2)



MFM_ch17_rational_bubble ▶ Interactiv

O bulă rațională simulată (2/2)

- Simularea
  - Dividende D_t care urmează un mers aleator (*random walk*)
  - Rata de actualizare $r = 1\%$, probabilitatea de supraviețuire $\pi = 0{,}97$
  - Forma Evans cu $\delta = \alpha = 5$
  - Valoarea fundamentală: $\mathbb{E}_t[D_{t+i}] = D_t$, deci $F_t = \sum_{i \geq \mathbf{1}} D_t/(1+r)^i = D_t/r$
  - Cît timp persistă și are o valoare mare, bula crește cu $(1+r)/\pi - 1 \approx 4{,}1\%$ pe perioadă
- Graficul: prețul $P_t = F_t + B_t$ (albastru) și valoarea fundamentală F_t (verde), pe 400 de perioade
- Bula a crescut mult și s-a spart de 4 ori
  - La vîrf prețul a fost de 1,46 ori valoarea fundamentală
- Între episoade prețul urmează fundamentele
  - Un test pe întregul eșantion analizează mai ales date „normale”: testele din acest capitol folosesc **ferestre**

MFM_ch17_rational_bubble

Bule dincolo de așteptările raționale



Robert J. Shiller, Premiul Nobel 2013

Foto: Presidential Office Building, Taiwan (2017); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- **Feedback și narațiuni** Shiller (2015)
  - Prețurile în creștere atrag cumpărători noi
  - Poveștile despre o „eră nouă" se răspîndesc din gură în gură
- **Dezacord și limite la vînzarea în lipsă** Scheinkman & Xiong (2003)
  - Prețul include opțiunea de a revinde unui cumpărător mai optimist
- **Rămînerea în bulă** (*riding the bubble*) Abreu & Brunnermeier (2003), Brunnermeier & Nagel (2004)
  - Investitorii informați rămîn cît timp rămîn și ceilalți, fiindcă nimeni nu poate declanșa singur crahul
- Semnătura comună a celor trei mecanisme
  - Prețurile cresc un timp mai repede decît fundamentele: tiparul exploziv pe care îl testăm

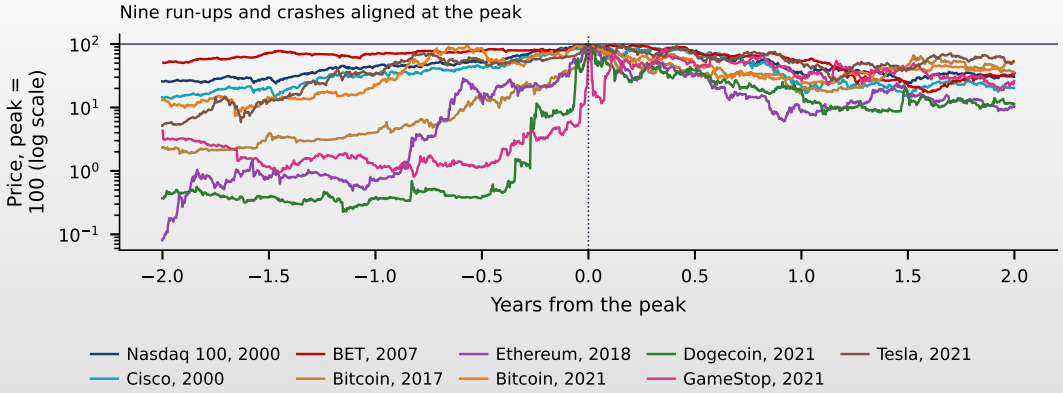
Nouă episoade: creștere și crah

- **Întrebarea**: sînt urmate creșterile foarte rapide de crahuri, și cît de des?

Episod	Vîrf	Creștere în 2 ani	Scădere max.	Minim	Înapoi la vîrf
Nasdaq 100, 2000	27 mar. 2000	+288%	−83%	oct. 2002	nov. 2015
Cisco, 2000	27 mar. 2000	+592%	−89%	oct. 2002	aug. 2021
BET, 2007	24 iul. 2007	+97%	−83%	feb. 2009	mar. 2021
Bitcoin, 2017	16 dec. 2017	+4 186%	−83%	dec. 2018	nov. 2020
Ethereum, 2018	13 ian. 2018	+124 004%	−94%	dec. 2018	feb. 2021
Bitcoin, 2021	8 nov. 2021	+667%	−77%	nov. 2022	mar. 2024
Dogecoin, 2021	7 mai 2021	+26 897%	−92%	iun. 2022	încă nu
GameStop, 2021	27 ian. 2021	+2 218%	−88%	apr. 2024	încă nu
Tesla, 2021	4 nov. 2021	+1 837%	−74%	ian. 2023	dec. 2024

- Vîrful: cea mai mare închidere zilnică din episod
- Creșterea: variația procentuală simplă a prețului în cei doi ani dinaintea vîrfului
  - $P_{\text{vîrf}}/P_{\text{vîrf}-2\text{ ani}} - 1$
- Scăderea maximă: pînă la cea mai mică închidere din următorii patru ani
- BET 2007 (*Bucharest Exchange Trading*, indicele de referință al Bursei de Valori București): singurul episod fără o creștere spectaculoasă în ultimii doi ani
  - Dar cu una dintre cele mai adînci scăderi

Creșteri și crahuri aliniate la vîrf (1/2)



MFM_ch17_episodes ▶ Interactiv

Creșteri și crahuri aliniate la vîrf (2/2)

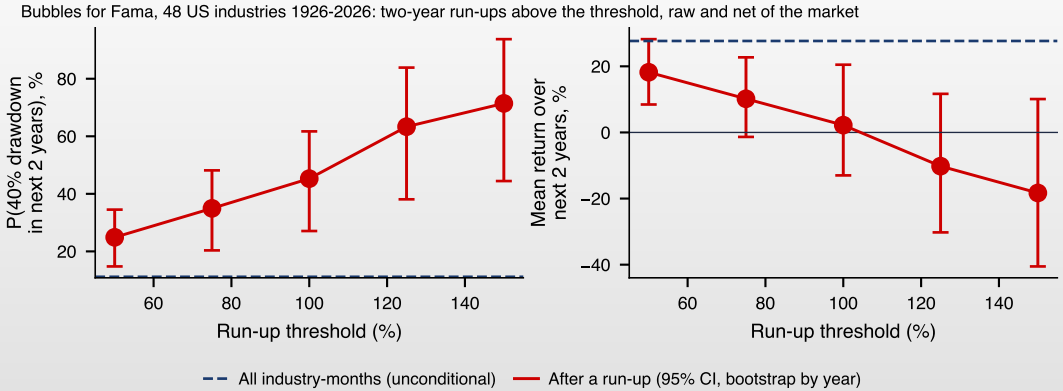
- Prețuri zilnice cu doi ani înainte și după fiecare vîrf, vîrful = 100, scară logaritmică
- Creșterile pe doi ani diferă cu ordine de mărime, scăderile mult mai puțin (74–94%)
- Forma comună: o creștere care accelerează, un vîrf ascuțit, o scădere adîncă
  - Convexă pe scara logaritmică: însăși rata de creștere crește, comportamentul **exploziv** căutat de teste
- Distorsiune de selecție (*selection bias*): am ales aceste episoade pentru că s-au încheiat cu crahuri
  - Multe creșteri nu au fost urmate de crahuri

MFM_ch17_episodes

„Bubbles for Fama": metodologia

- Obiecția lui Fama: o „bulă" este bulă doar dacă sfîrșitul ei este previzibil Fama (2014)
  - Altfel poate fi o reacție rațională la știri
- Greenwood, Shleifer și You răspund cu **toate** industriile americane din 1926 Greenwood, Shleifer & You (2019)
  - Nu doar cu episoadele celebre
  - Sînt urmate creșterile bruște de crahuri sau de randamente mici?
- **Creșterea**: randamentul industriei pe ultimii 2 ani peste un prag (de exemplu 100%)
  - Randamentul industriei este ponderat cu capitalizarea bursieră
  - Ambele condiții simultan: randamentul brut **și** randamentul în exces față de piață depășesc pragul
  - Și un randament brut de cel puțin 50% pe ultimii 5 ani (din 1931), pentru ca revenirile după scăderi să nu fie incluse
  - Episodul este datat în prima lună a creșterii
  - Un episod nou în aceeași industrie este numărat abia după doi ani
- **Crahul**
  - O scădere de cel puțin 40% față de un maxim anterior în următorii 2 ani
  - Fiecare frecvență a crahurilor are un interval de încredere (CI, *Confidence Interval*) de 95%
- Eșantionul: primele 48 dintre cele 49 de industrii din Kenneth French Data Library (fără „Other")
  - Luni cu cel puțin zece firme: 41 721 de luni-industrie, 1926–2026

Puterea predictivă a creșterilor bruște (1/2)



MFM_ch17_bubbles_for_fama ▶ Interactiv

Puterea predictivă a creșterilor bruște (2/2)

- Frecvența crahurilor după pragul c: $\hat{p}(c) = n_{\text{crah}}(c)/n(c)$
  - Ponderea creșterilor de peste c urmate de un crah de 40%
  - Graficul: în stînga $\hat{p}(c)$ cu CI de 95% la pragurile 50, 75, 100, 125 și 150%, în dreapta randamentul mediu pe 2 ani; linia punctată: toate lunile-industrie
- După o creștere de peste 100%, a urmat un crah de 40% în 45% din cazuri
  - 53 de episoade în 27 de industrii
  - CI de 95% $[27\%, 62\%]$
  - Față de 11% pentru o lună-industrie oarecare
  - După o creștere de peste 150%: crah în 71% din cazuri ($n = 21$)
- CI: bootstrap pe ani calendaristici, fiindcă episoadele se grupează în timp
  - De exemplu 1928–1929, 1967–1968, 1980
  - Mărimea efectivă a eșantionului: aproximativ 31 de observații independente (▸ Anexă)
- Randamentul mediu din următorii 2 ani nu diferă semnificativ de zero
  - 2% după o creștere de 100%, CI $[-13\%, 20\%]$
- Creșterile măresc **riscul** unui crah, nu pierderea previzibilă Greenwood, Shleifer & You (2019)
  - Rezultatul nu arată profitabilitatea unei strategii de sincronizare cu piața (*market timing*)
- Tipul de dovadă: asociere (variabilele se mișcă împreună; nu dovedește o relație cauzală)
  - o frecvență condiționată: creșterea precede crahul, fără un mecanism identificat

MFM_ch17_bubbles_for_fama

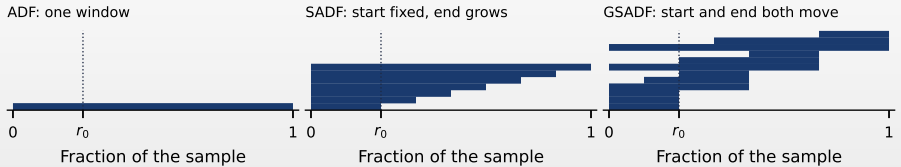
ADF pe coada dreaptă (1/2): regresia și ipoteza

- **Întrebarea**: cum arătăm, pe o singură serie de prețuri, că a existat o fază explozivă și cînd a început?
- Regresia pe logaritmul prețului y_t: $\Delta y_t = a + b\, y_{t-\mathbf{1}} + \varepsilon_t$
  - $\Delta y_t = y_t - y_{t-\mathbf{1}} = \ln(P_t/P_{t-\mathbf{1}})$: randamentul log
  - ε_t: șocul (regresia nu include aici valori întîrziate ale lui Δy)
  - $\mathrm{ADF} = \hat{b}/\mathrm{SE}(\hat{b})$: statistica t Augmented Dickey–Fuller (ADF)
  - $\hat{b}$: estimarea OLS (*Ordinary Least Squares*, cele mai mici pătrate), SE: eroarea ei standard (*standard error*)
  - $b < 0$: revenire la medie
  - $b = 0$: mers aleator (rădăcină unitară)
  - $b > 0$: fiecare creștere o alimentează pe următoarea, o traiectorie explozivă
- Testul de bulă: $H_{\mathbf{0}} : b = 0$ (rădăcină unitară) față de $H_{\mathbf{1}} : b > 0$ (rădăcină explozivă), **coada dreaptă** Phillips, Wu & Yu (2011)
  - Tabelul Dickey–Fuller pentru coada stîngă nu se aplică

ADF pe coada dreaptă (2/2): bulele care se prăbușesc

- Evans: o bulă care se prăbușește periodic lasă testul pe **întregul eșantion** cu putere mică Evans (1991)
  - Seria analizată în întregime pare staționară sau un mers aleator
  - Colapsurile imprimă pantei estimate pe întregul eșantion un semn negativ (Anexă)
- Soluția: estimăm regresia ADF pe multe **ferestre** și luăm cea mai mare statistică
  - SADF (Sup Augmented Dickey–Fuller) Phillips, Wu & Yu (2011) și GSADF (Generalised Sup Augmented Dickey–Fuller) Phillips, Shi & Yu (2015a) diferă prin ferestrele parcurse

Trei moduri de a alege ferestrele (1/2)



- $\mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2}$: statistica ADF pe fereastra de la fracția r_1 la fracția r_2 a eșantionului
  - Fiecare bară din grafic este o regresie ADF
  - r_0: fereastra minimă, ca fracție din cele T variații Δy_t
  - sup: cea mai mare valoare pe ferestrele permise
- Regula ferestrei minime: $r_0 = 0{,}01 + 1{,}8/\sqrt{T}$ Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - De exemplu, $T = 440$ de luni: $r_0 = 0{,}096$, adică 42 de luni
  - Fereastra prea scurtă: ADF imprecis și mai multe alarme false
  - Fereastra prea lungă: bulele scurte se pierd
  - $w_0 = r_0 T = 0{,}01T + 1{,}8\sqrt{T}$: ponderea minimă r_0 scade spre 1%, dar numărul minim de observații crește
  - Un episod de durată fixă poate deveni prea scurt pentru fereastra minimă a unui eșantion foarte lung

MFM_ch17_windows ▶ Interactiv

Trei moduri de a alege ferestrele (2/2)

- SADF Phillips, Wu & Yu (2011)
  - $\mathrm{SADF}(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} \mathrm{ADF}_0^{r_2}$
  - Ferestrele încep la prima observație și se termină oriunde după r_0
- GSADF Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - $\mathrm{GSADF}(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} \mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2}$
  - Ferestrele încep și se termină oriunde, cu lungimea de cel puțin r_0
- BSADF (Backward Sup Augmented Dickey–Fuller): SADF retrospectiv, cu capătul ferestrei la r_2 Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - $\mathrm{BSADF}_{r_2} = \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} \mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2}$, $\mathrm{GSADF} = \sup_{r_2} \mathrm{BSADF}_{r_2}$
  - BSADF_{r_2} folosește doar datele pînă la r_2: poate fi calculat **în timp real**
- O căutare mai largă cere un prag mai înalt
  - Valoarea critică se simulează pentru fiecare T, r_0 și număr de laguri

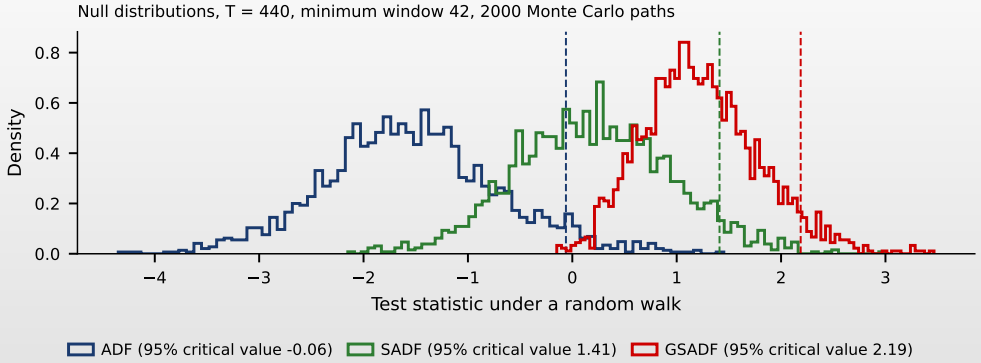
Datarea unui episod (1/2): regulile PSY

- **Începutul**, în procedura PSY (Phillips, Shi și Yu) Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - Prima dată la care BSADF_{r_2} depășește valoarea critică cv_{r_2}
  - cv_{r_2}: cuantila de 95% a BSADF_{r_2} sub ipoteza nulă, dată cu dată
- **Sfîrșitul** (PSY, ec. 8) Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - Prima dată după $\hat{r}_e + \delta \ln(T)/T$ la care BSADF coboară sub cv_{r_2}
  - $\hat{r}_e$: începutul estimat, ca fracție din eșantion
  - T: numărul de variații Δy_t
  - $\delta \ln(T)/T$: o durată minimă, cu δ ales după frecvența datelor (alt δ decît cel din forma Evans)
  - De ce $\ln T$: o depășire izolată apare des din întîmplare, iar o durată care crește încet cu T elimină alarmele scurte fără a pierde bulele lungi
- Datarea PWY (Phillips, Wu și Yu) folosește în schimb $\mathrm{ADF}_0^{r_2}$ recursiv Phillips, Wu & Yu (2011)
  - Poate rata o a doua bulă după un colaps

Datarea unui episod (2/2): durata minimă, timpul real și lanțul

- Regula duratei minime din pachetul R exuber Vasilopoulos, Pavlidis & Martínez-García (2022)
  - Secvențele de depășiri consecutive mai scurte de L perioade sînt eliminate
  - $L = \lceil \ln T \rceil$, adică $\delta = 1$, unde $\lceil \cdot \rceil$ este rotunjirea în sus
  - De exemplu, $T = 440$ de luni dă $L = 7$
- Începutul: prima depășire
- Sfîrșitul: ultima depășire
  - Regula PSY (ec. 8) ar transforma o singură depășire într-un episod de L perioade
- Timpul real: episodul este **confirmat** abia după L depășiri consecutive
  - La $L - 1$ perioade după începutul datat retrospectiv
- **Lanțul**: secvențe păstrate, separate de o pauză scurtă
  - Date lunare: secvența următoare începe la cel mult 93 de zile după sfîrșitul celei precedente (cel mult două luni fără depășire)

Distribuțiile sub ipoteza nulă și valorile critice (1/2)



MFM_ch17_windows ▶ Interactiv

Distribuțiile sub ipoteza nulă și valorile critice (2/2)

- Mers aleator cu un drift mic, $y_t = T^{-1} + y_{t-1} + \varepsilon_t$, simulat de 2 000 de ori cu $T = 440$
- Valorile critice de 95% Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - $-0{,}06$ pentru un singur ADF (negativă)
  - 1,41 pentru SADF și 2,19 pentru GSADF
- Supremul pe aproximativ 80 000 de ferestre mută distribuția GSADF spre dreapta
- Teoria asimptotică (Anexă)
  - Limita sub ipoteza nulă este pivotală: nu depinde de parametri necunoscuți
  - Față de alternativele cu rădăcini ușor explozive testele sînt consistente: puterea tinde la 1
- Datarea păstrează o șansă de 5% de alarmă falsă la fiecare dată Phillips, Shi & Yu (2015b)

MFM_ch17_windows

Volatilitate variabilă: wild bootstrap

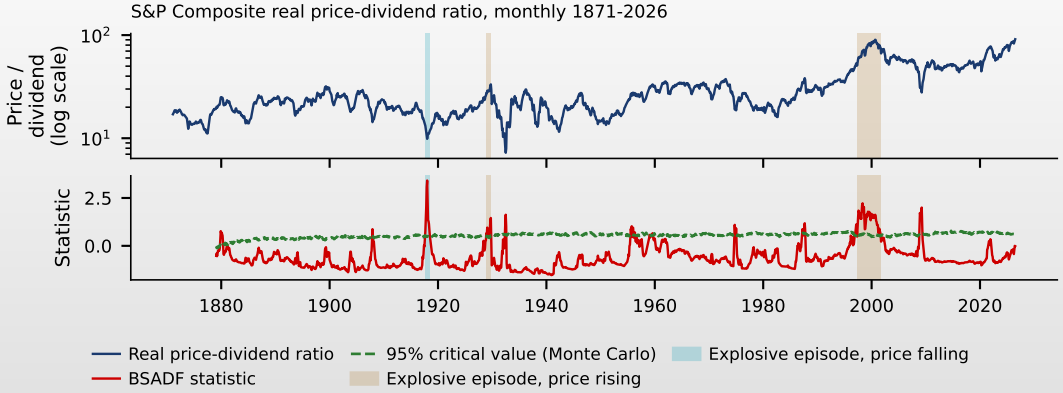
- Valorile critice Monte Carlo simulează $y_t = T^{-1} + y_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$
  - Șocuri cu dispersie constantă
  - Prețurile reale prezintă gruparea volatilității (*volatility clustering*) și schimbări ale ei
  - O creștere bruscă a volatilității poate imita exploziviteatea și poate crește rata respingerilor false Harvey et al. (2016)
- **Wild bootstrap**: randamentele centrate, cu semne schimbate aleator Phillips & Shi (2020)
  - $\Delta y_t^* = w_t(\Delta y_t - \overline{\Delta y})$, cu $w_t = \pm 1$, fiecare cu probabilitatea $1/2$
  - $y_t^* = y_0 + \sum_{s \le t} \Delta y_s^*$, apoi recalculăm BSADF pe y^*
  - Datele bootstrap au prin construcție o rădăcină unitară (nicio rădăcină explozivă) și moștenesc tiparul în timp al $\mathrm{Var}(\Delta y_t)$ Harvey et al. (2016)
  - Centrarea elimină drift-ul, ca în modelul nul
- Versiunea retrospectivă și versiunea în timp real
  - Centrarea cu media întregului eșantion și reeșantionarea întregii traiectorii dau valori critice **retrospective**
  - În timp real le recalculăm cu datele pînă la fiecare dată

Dependența serială: o verificare cu un lag

Seria	$\hat{\rho}_1$	p Ljung–Box	GSADF, $k = 0$	GSADF, $k = 1$	Val. critică 95%, $k = 1$
Nasdaq 100, lunar	0,05	0,58	2,57	3,08	2,40
Bitcoin, săptămînal	0,07	0,35	3,85	3,60	2,37
BET, lunar	0,18	0,008	2,90	2,29	2,39

- Regresiile ADF din capitol nu au laguri ale lui Δy; randamentele autocorelate le pot distorsiona nivelul
  - $\hat{\rho}_1$: autocorelarea de ordinul 1 a randamentelor
  - p Ljung–Box: testul cu 12 laguri, fără corecție pentru heteroscedasticitate
  - k: numărul de laguri ale lui Δy în regresia ADF
  - Valoarea critică Monte Carlo este recalculată pentru regresia cu un lag (2 000 de traiectorii)
- Nasdaq 100 și Bitcoin: concluzia rămîne aceeași cu un lag
- BET: randamentele lunare sînt autocorelate, iar cu un lag GSADF trece sub valoarea critică ($p = 0{,}063$)
- Wild bootstrap păstrează tiparul în timp al variației, nu și autocorelarea: semnele independente o distrug
  - Nu acoperă nici varianța infinită

Raportul preț/dividend S&P Composite (Shiller), 1871–2026 (1/2)



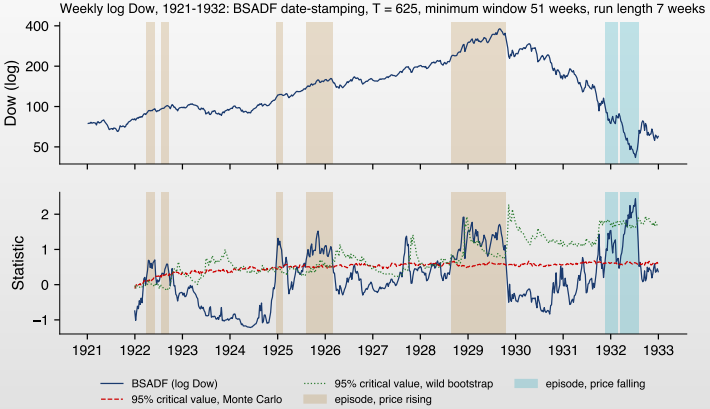
MFM_ch17_sp_pd ▶ Interactiv

Raportul preț/dividend S&P Composite (Shiller), 1871–2026 (2/2)

- Prețul real împărțit la dividendul real, lunar, ian. 1871–iun. 2026
  - $T = 1\,865$, fereastra minimă 96 de luni
  - În legenda graficului, „price rising/falling" se referă la seria reprezentată, aici raportul
- GSADF = 3,41 față de valoarea critică de 95% 2,39 (99%: 2,88)
  - ADF pe întregul eșantion ($-1{,}11$) nu detectează nimic
- Episoade: aug. 1917–iun. 1918, nov. 1928–sept. 1929, mai 1997–aug. 2001
  - 1917–1918: o **scădere** accelerată a raportului, explozivă, dar nu o bulă: raportăm mereu direcția
- Dot-com: vîrful 90,2 în aug. 2000, media pe termen lung 29,8
  - Maximul din eșantion, 91,2 în mai 2026, nu cade în niciun episod: un raport mare nu este neapărat exploziv
- Un raport poate exploda prin numitor: verificăm atît prețul, cît și dividendul
- Tipul de dovadă: descriere (arată ce s-a întîmplat în date, fără un test al cauzei)
  - testul datează episoade explozive, nu le separă de fundamente explozive

MFM_ch17_sp_pd

Dow Jones, 1921–1932: testele în timp real (1/2)



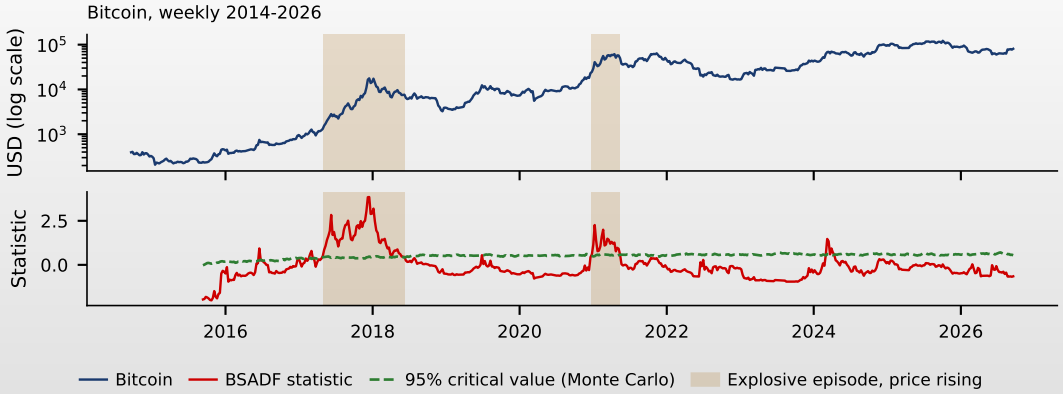
Sursa datelor: Williamson (2026)

MFM_ch17_case1929

Dow Jones, 1921–1932: testele în timp real (2/2)

- Logaritmul închiderilor săptămînale, 1921–1932: $T = 625$, fereastra minimă 51 de săptămîni, durata minimă 7 săptămîni
- GSADF $= 2{,}44$: peste valoarea critică Monte Carlo de 95% (2,30), sub cea wild bootstrap (3,92)
  - Volatilitatea din 1929–1932 schimbă concluzia: cu valori critice robuste la heteroscedasticitate, testul global nu respinge ipoteza nulă
- Episodul principal: 25 aug. 1928–19 oct. 1929
  - Începutul este datat retrospectiv: alarma în timp real vine după 7 săptămîni, la 6 oct. 1928, cu indicele la 240,17
  - Indicele mai crește apoi cu 59% pînă la vîrf: alarma vine devreme și nu datează sfîrșitul
  - Semnalul se încheie în săptămîna dinaintea Joii Negre: testul măsoară accelerarea, iar creșterea se oprise din septembrie
- Alte patru episoade de creștere, mai scurte, 1922–1926: în următorii doi ani, scăderi de cel mult 19%
- 1931–1932: episoade de scădere accelerată, deci nu bule
- Raportul preț/dividend Shiller datează un episod apropiat: nov. 1928–sept. 1929

Bitcoin: episoade explozive (1/2)



MFM_ch17_bitcoin ▶ Interactiv

Bitcoin: episoade explozive (2/2)

- Logaritmul închiderilor săptămînale în dolari americani (USD), 2014–2026
  - $T = 626$, fereastra minimă 51 de săptămîni
- GSADF = 3,85: respingem cu oricare valoare critică
  - Valoarea critică de 95%: Monte Carlo 2,27, wild bootstrap 2,82
- Episoade cu valori critice Monte Carlo: apr. 2017–iun. 2018, dec. 2020–mai 2021
  - Cu valori critice wild bootstrap: mai 2017–ian. 2018, dec. 2020–feb. 2021
- Episodul din 2017 începe cu 8 luni înainte de vîrful din 16 dec. 2017
  - Se încheie la 6 luni după el
- Creșterea din 2024–2025 la noi maxime **nu** este semnalată
  - O creștere constantă nu este o accelerare explozivă
- Tipul de dovadă: descriere

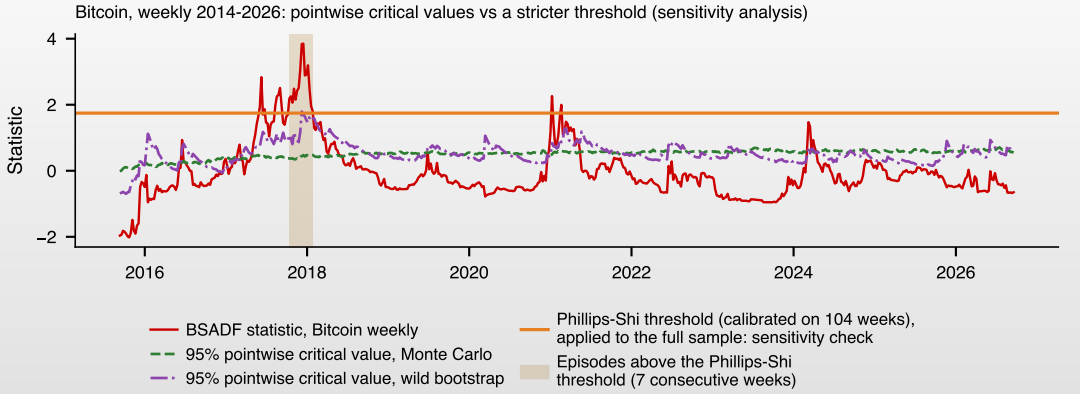
MFM_ch17_bitcoin

Datarea este un test multiplu: Bitcoin (1/2)

- BSADF față de valoarea critică la fiecare dintre cele 626 de săptămîni: sute de teste dependente
- Rata erorii pe familie (FWER, Family-Wise Error Rate)
  - Probabilitatea a cel puțin unei alarme false pe toată fereastra de monitorizare
  - 2 000 de traiectorii de mers aleator cu T și w_0 ale Bitcoin: o depășire în 95%, un „episod" în 59% din traiectorii
- Phillips și Shi: bootstrap pentru **maximul** BSADF Phillips & Shi (2020)
  - Pe ultimele τ_b date de monitorizare, aici $\tau_b = 104$ săptămîni
  - Pragul Phillips–Shi: 1,75, față de valori punctuale Monte Carlo de cel mult 0,71
- Episoade peste pragul Phillips–Shi aplicat întregii istorii: oct. 2017–ian. 2018
  - Episodul din 2020–2021 găsit cu valorile punctuale Monte Carlo nu se mai confirmă
- O verificare de sensibilitate, nu un control FWER demonstrat (schema în ▸ Anexă)
  - Pragul este calibrat pe 104 săptămîni; aplicat celor 626, sub ipoteza nulă dă o depășire în 19% din traiectorii
  - Un episod confirmat (7 depășiri consecutive) apare în 2% din traiectorii

MFM_ch17_inference

Datarea este un test multiplu: Bitcoin (2/2)



MFM_ch17_inference ▶ Interactiv

Timp real și retrospectivă

Episod	Început / Vîrf	Confirmat	Avans (luni)	Avans de la confirmare	Creștere după confirmare	Scădere după vîrf
Nasdaq 100, lunar	iun. 1995 / mar. 2000	dec. 1995	57	51	+716%	−76%
BET, lunar	nov. 2003 / iul. 2007	apr. 2004	44	39	+299%	−83%
Bitcoin 2017, săptămînal	apr. 2017 / dec. 2017	iun. 2017	8	6	+590%	−83%
Bitcoin 2021, săptămînal	dec. 2020 / apr. 2021	feb. 2021	4	2	+66%	−75%
GameStop, zilnic	13 ian. 2021 / 27 ian. 2021	22 ian. 2021	0,5	0,2	+435%	−88%

- Coloanele (precizări în ▸ Anexă)
  - Început: prima depășire din lanțul de secvențe BSADF care duce la vîrf (retrospectiv)
  - Confirmat: după L depășiri consecutive (în timp real)
  - Avansul: lunile pînă la vîrf, de la început sau de la confirmare
  - Creșterea: de la confirmare la vîrf
  - Scăderea: pînă la cea mai mică închidere din următorii 2 ani (GameStop: în 1 an)
- Chiar la confirmare testele **avertizează devreme**, dar nu anticipează momentul crahului Phillips, Shi & Yu (2015b)
  - Vînzarea la confirmare ar fi ratat cea mai mare parte a creșterii
- Tipul de dovadă: descriere
  - cinci episoade încheiate cu crahuri: avansul nu este o rată de succes a alarmelor

Cum citim tabelul în timp real

- Pauza maximă din lanț
  - 93 de zile pentru datele lunare
  - 28 de zile pentru cele săptămînale
  - 10 zile pentru GameStop (zilnic)
- Nasdaq 100: lanțul unește 3 secvențe, din iun. 1995
  - Regula strictă păstrează doar secvența care conține vîrful
  - Regula strictă: început în sept. 1998, confirmare în mar. 1999
  - Avansul este de 18 luni de la început și de 12 luni de la confirmare, în loc de 57 și 51
  - Pentru BET, Bitcoin și GameStop cele două reguli dau același început
- Două scăderi pentru același crah dot-com
  - Acest tabel: -76%, cea mai mică închidere zilnică în cei 2 ani de după vîrf
  - Tabelul celor nouă episoade: -83% în 4 ani; minimul din oct. 2002 a venit la 30 de luni după vîrf, în afara ferestrei de 2 ani
- Bitcoin 2021: vîrful de aici este maximul local din 13 apr. 2021, nu maximul istoric din 8 nov. 2021
  - Lanțul exploziv s-a încheiat în mai 2021, iar maximul ulterior a venit după o scădere adîncă și o revenire mai lentă, nesemnalate de BSADF

Crahurile ca puncte critice



Didier Sornette, ETH (*Eidgenössische Technische Hochschule*) Zürich

Foto: Didier Sornette (2012); CC BY-SA 3.0 (Germany); Wikimedia Commons

- **Întrebarea**: poate forma creșterii să indice cînd se termină bula?
- Johansen, Ledoit și Sornette (JLS) Johansen, Ledoit & Sornette (2000)
  - Imitația dintre investitori face ca **rata de hazard** a crahului să crească pe măsură ce se apropie un moment critic t_c
  - Rata de hazard: probabilitatea crahului pe unitatea de timp, dat fiind că nu a avut loc încă
- Investitorii raționali rămîn doar dacă prețul crește suficient de repede
  - Creșterea suplimentară compensează riscul tot mai mare de crah
- Rezultatul: o creștere **mai rapidă decît exponențiala**
  - Însoțită de oscilații care se accelerează lîngă t_c
- t_c este sfîrșitul cel mai probabil al bulei, nu o dată sigură a crahului Sornette (2017)

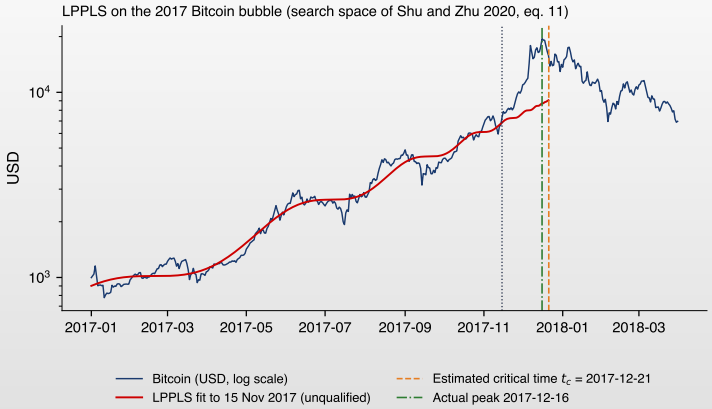
Ecuația LPPLS

- $\ln p(t) = A + B\,(t_c - t)^m + C\,(t_c - t)^m \cos(\omega \ln(t_c - t) - \phi), \quad t < t_c$
  - În cuvinte: logaritmul prețului este o tendință de tip lege de putere spre momentul critic plus oscilații a căror frecvență crește pe măsură ce se apropie t_c
  - $p(t)$: prețul la momentul t
  - t_c: momentul critic
- A: logaritmul prețului la t_c
- $B < 0$: tendința super-exponențială pentru o bulă în creștere
- $0 < m < 1$: exponentul legii de putere
  - Rata de creștere a tendinței de tip lege de putere, $-Bm(t_c - t)^{m-1}$, crește nelimitat cînd $t \to t_c$
- C, ω, ϕ: amplitudinea, frecvența unghiulară logaritmică și faza oscilațiilor log-periodice
- Șapte parametri: $A, B, C, \phi, t_c, m, \omega$; după rescrierea cu $C_1 = C\cos\phi$, $C_2 = C\sin\phi$ rămîn neliniari doar t_c, m, ω (Aprofundări)
- LPPL: tiparul legii de putere log-periodice
  - LPPLS: modelul cu singularitatea în timp finit la t_c

Ajustări calificate: condițiile pe parametri și pe reziduuri

- O ajustare pe fereastra de estimare $[t_1, t_2]$ este **calificată**
  - Dacă trece toate condițiile din Shu & Zhu (2020a, ec. 12)
  - Și $B < 0$ pentru o bulă în creștere
  - $m \in [0{,}01; 0{,}99]$, $\omega \in [2, 25]$, $t_c \in [t_2, t_2 + (t_2 - t_1)/5]$
  - Amortizarea $\frac{m|B|}{\omega|C|} \geq 1$ (impusă deja în căutare)
  - Numărul de oscilații (semiperioade) $O = \frac{\omega}{\pi} \ln \frac{t_c - t_1}{t_c - t_2} \geq 2{,}5$, astfel încît oscilațiile să nu fie doar zgomot
  - Cea mai mare eroare relativă a prețului ajustat $\max_t |\hat{p}_t - p_t|/p_t \leq 0{,}15$
- Periodograma Lomb a reziduului fără tendință $(t_c - t)^{-m}(\ln p_t - A - B(t_c - t)^m)$
  - Filtru euristic cu prag nominal 0,10: tendința este estimată pe aceleași date, deci valoarea p (*p-value*) nu este calibrată
  - Periodograma Lomb: puterea spectrală pentru puncte neuniform distanțate, aici valorile lui $\ln(t_c - t)$
- Reziduul $\ln \hat{p}_t - \ln p_t$ trebuie să fie staționar
  - Testele Dickey–Fuller și Phillips–Perron resping rădăcina unitară la pragul nominal 0,10, tot un filtru euristic
  - Phillips–Perron: un test de tip Dickey–Fuller cu o corecție neparametrică pentru autocorelare

LPPLS pe Bitcoin, 2017 (1/2)



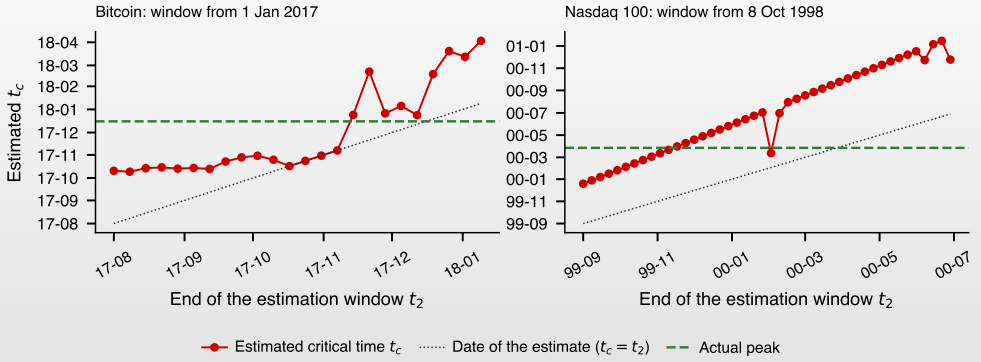
MFM_ch17_lppls ▶ Interactiv

LPPLS pe Bitcoin, 2017 (2/2)

- Ajustare pe logaritmul prețurilor zilnice, 1 ianuarie–15 noiembrie 2017
  - Traiectoria după 15 noiembrie este în afara eșantionului de estimare (*out-of-sample*)
- Ajustarea reproduce tendința și oscilațiile din 2017, dar eroarea relativă maximă depășește 0,15
  - $m = 0{,}95$, $\omega = 10{,}54$, $B = -2{,}62$
  - Raportul de amortizare $\frac{m|B|}{\omega|C|} = 1{,}00$, la limita impusă în căutare; condiția exactă $m|B| \geq |C|\sqrt{m^2 + \omega^2}$ nu este îndeplinită (raport 0,996)
- t_c estimat: 21 dec. 2017, iar vîrful real: 16 dec. 2017
- Ajustarea **nu** trece filtrul, deși pare convingătoare

MFM_ch17_lppls

Stabilitatea momentului critic (1/2)



MFM_ch17_lppls ▶ Interactiv

Stabilitatea momentului critic (2/2)

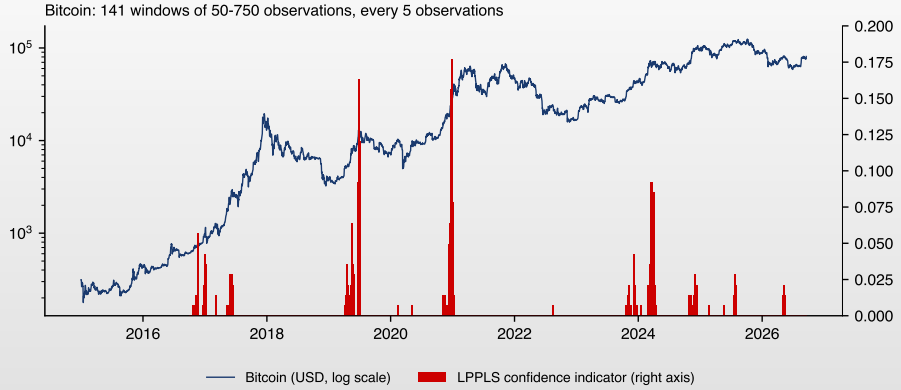
- O ajustare bună pe eșantionul de estimare (*in-sample*) nu este o prognoză
  - Fiecare punct: o ajustare pe o fereastră cu început fix, care se termină la data de pe axa orizontală (la fiecare 7 zile)
- Bitcoin: înainte de vîrf (20 de ajustări) t_c a variat între oct. 2017 și feb. 2018
  - Eroarea absolută medie a lui t_c față de vîrf: 48 de zile
  - Doar 20% dintre ajustări au plasat t_c la mai puțin de 30 de zile de vîrf
- Nasdaq 100: înainte de vîrf (30 de ajustări) t_c a variat între dec. 1999 și sept. 2000
  - Eroarea absolută medie a lui t_c față de vîrf: 71 de zile
  - $t_c \geq t_2$ este o constrîngere a căutării, nu o prognoză
- Ponderea ajustărilor calificate înainte de vîrf: 0% pentru Bitcoin și 0% pentru Nasdaq 100
  - O singură fereastră nu ajunge: indicatorul de încredere agregă multe ferestre

MFM_ch17_lppls

Indicatorul de încredere LPPLS: definiția și evaluarea

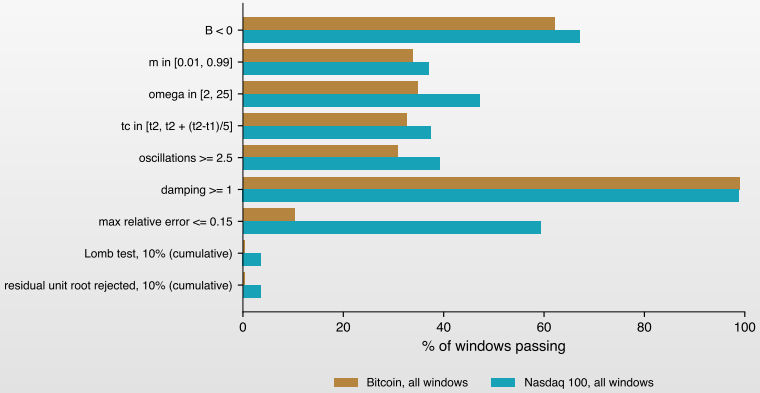
- La fiecare dată t_2, ajustăm multe ferestre $[t_2 - \ell, t_2]$ și raportăm **ponderea ajustărilor calificate** Demirer et al. (2019)
  - $I_{t_2} = \frac{1}{N} \sum_\ell 1\{\text{ajustarea pe } [t_2 - \ell, t_2] \text{ este calificată}\}$, între 0 și 1
  - Grila lui Shu și Zhu: $N = 141$ de ferestre, cu lungimea ℓ de la 750 la 50 de observații, cu pasul 5 Shu & Zhu (2020a)
  - t_2 avansează cu cîte 5 observații (pentru Bitcoin, zile calendaristice) și folosim doar date pînă la t_2
- O pondere mare înseamnă că semnătura de bulă este robustă la alegerea ferestrei
- Formarea unei bule este mai ușor de diagnosticat decît momentul crahului Demos & Sornette (2017)
- Evaluarea: urmează după un semnal ($I_{t_2} > 0$) o scădere de cel puțin 20% în 90 de zile
  - Mai des decît în lipsa lui?
  - Scăderea se măsoară de la prețul din ziua semnalului
  - Folosim doar datele ale căror 90 de zile calendaristice următoare sînt complet observate
  - Pragul de 20% și orizontul de 90 de zile sînt fixate dinainte; secțiunea despre AI verifică o grilă de 4 orizonturi $\times$ 3 praguri

Bitcoin: indicatorul de încredere LPPLS



MFM_ch17_lppls_confidence ▶ Interactiv

LPPLS: filtrele de calificare



MFM_ch17_lppls_confidence ▶ Interactiv

Indicatorul de încredere și filtrele: rezultate

- Panoul prețului: prețul Bitcoin și ponderea celor 141 de ferestre cu ajustare calificată
  - Ponderea apare ca bare pe axa din dreapta, la fiecare 5 zile, 2016–2026
  - Panoul filtrelor: ponderea tuturor ferestrelor care trec fiecare condiție, pentru Bitcoin și, pentru comparație, pentru Nasdaq 100
  - Rîndurile cumulative: testele Lomb și al reziduului numără doar ferestrele care trec toate condițiile de deasupra
- Indicatorul este pozitiv în 14% din datele din 2017
  - În 3% din cele din 2021
  - În 12% din cele din ceilalți ani
  - Maximum 0,18 în dec. 2020
- O scădere de 20% în 90 de zile a urmat după 22% din semnale și după 37% din datele fără semnal
  - Eșantionul Bitcoin are 709 date
  - Nasdaq 100, 1997–2026 (1 483 de date): scădere după 4% din semnale, față de 11% din datele fără semnal
- Diferența brută nu este încă o dovadă (testul pe slide-ul următor)
  - Semnalele apar în serii, iar ferestrele de 90 de zile ale rezultatului se suprapun

MFM_ch17_lppls_confidence

Indicatorul comparat cu întîmplarea: un test (1/2)

- H_0: $P(\text{scădere} \geq 20\% \text{ în 90 de zile} \mid \text{semnal}) = P(\cdot \mid \text{fără semnal})$
  - Statistica $\Delta = \hat{p}_{\mathbf{on}} - \hat{p}_{\mathbf{off}}$: proporția datelor cu semnal urmate de o astfel de scădere minus proporția datelor fără semnal
- Suprapunerea
  - Datele aflate la 5 zile distanță au în comun pînă la 85 din cele 90 de zile ale rezultatului
  - Testul z pentru două eșantioane presupune date independente și subestimează astfel eroarea standard
- Inferența robustă la dependență
  - Bootstrap pe blocuri circulare al perechilor (semnal, rezultat): blocuri de 90 de zile, 9 999 de replici
  - Regresie liniară de probabilitate a rezultatului pe semnal, cu erori standard Newey–West cu 18 laguri (90 de zile, la pasul de 5 zile)

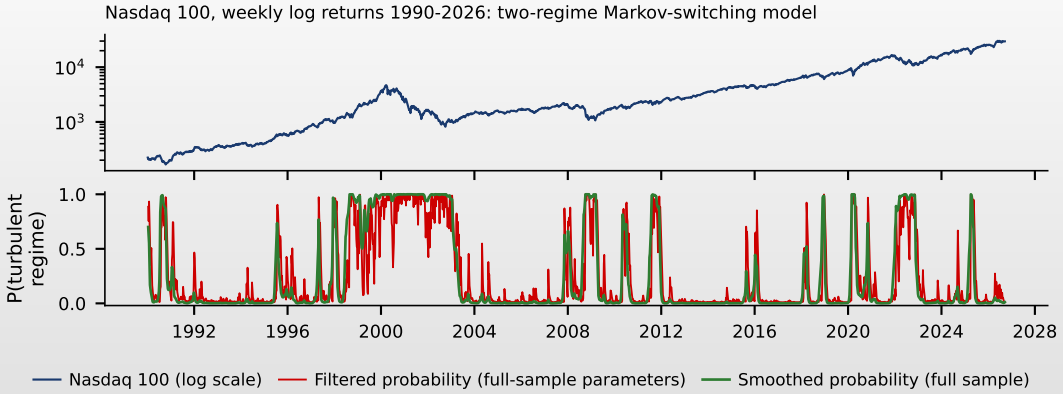
Indicatorul comparat cu întîmplarea: un test (2/2)

- Bitcoin: $\Delta = -15{,}5$ puncte procentuale
  - CI bootstrap pe blocuri de 95% $[-30{,}0; 1{,}8]$, care include zero
  - Eroarea standard (SE) pe blocuri este 8,1, față de 5,0 pentru date independente
  - Blocuri de 36 și 72 de date: CI $[-30{,}8; 2{,}4]$ și $[-30{,}2; 1{,}0]$
- Regresia Newey–West: valoarea p bilaterală $= 0{,}049$ pentru H_0: $\Delta = 0$, la limita pragului de 5%
  - CI percentil și testul t Newey–West folosesc erori standard diferite, deci pot să nu coincidă lîngă pragul de 5%
- Dovezi slabe, iar estimarea punctuală este negativă
  - Mai degrabă o rată mai mică a crahurilor după semnale
  - Semnalele apar în creșteri constante, nu chiar înaintea crahurilor
  - Direcția negativă nu a fost stabilită dinainte: valoarea p unilaterală 0,024 este doar exploratoriu
- Tipul de dovadă: asociere
  - între semnal și scăderile ulterioare: slabă, iar estimarea punctuală este negativă

Modelul Markov-switching

- **Întrebarea**: putem descrie creșterile și crahurile ca stări de risc care alternează, fără a data o bulă?
- Randamentul log săptămînal $r_t = \mu_{s_t} + \sigma_{s_t}\varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, regimul $s_t \in \{1,2\}$ neobservat Hamilton (1989)
  - $r_t = 100 \ln(P_t/P_{t-1})$, în %
  - Fiecare regim are propria medie μ și propria volatilitate σ: un regim calm și unul turbulent
- Regimurile urmează un lanț Markov: $p_{ij} = P(s_t = j \mid s_{t-1} = i)$
  - Durata așteptată a regimului i: $1/(1-p_{ii})$
- Estimare prin verosimilitate maximă cu filtrul Hamilton
  - Filtrul actualizează $P(s_t = j \mid r_1, \ldots, r_t)$ săptămînă de săptămînă
- Probabilitatea **netezită** folosește întregul eșantion (retrospectiv)
- Probabilitatea **filtrată** folosește doar randamentele pînă la t, pentru parametri dați
  - Parametrii noștri sînt estimați pe întregul eșantion, deci probabilitățile filtrate descriu doar o analiză în **pseudo-timp real**
  - O analiză în timp real cere reestimarea parametrilor cu datele pînă la t

Nasdaq 100: două regimuri (1/2)



MFM_ch17_markov_switching ▶ Interactiv

Nasdaq 100: două regimuri (2/2)

Regim	$\hat{\mu}$ (SE)	$\hat{\sigma}$	$\hat{p}_{ii}$	Durata
Calm	0,43 (0,06)	2,30	0,987	75,4
Turbulent	−0,32 (0,27)	5,40	0,957	23,5

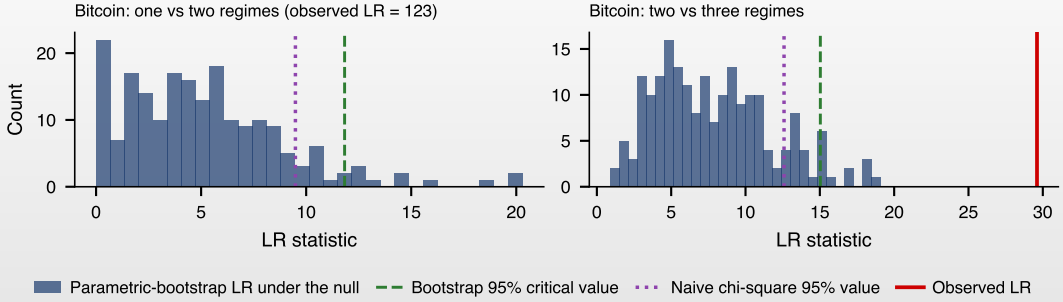
- Randamente log săptămînale în %, 1990–2026, 1 915 săptămîni
  - Durata este exprimată în săptămîni
  - Regimul calm acoperă 76% din săptămîni
- Turbulent: volatilitate de peste două ori mai mare, medie negativă (nesemnificativă)
- Episodul turbulent din jurul vîrfului din 2000 a început în iun. 1998
  - Probabilitatea netezită peste 0,5
  - Probabilitatea filtrată 0,99 la sfîrșitul lui martie 2000, în prima săptămînă de scădere după vîrf
  - Închiderea săptămînală: de la 4 691,61 (24 martie, vîrful) la 4 397,84 (31 martie), un randament log de −6,5%

MFM_ch17_markov_switching

Numărul de regimuri: un test LR cu bootstrap (1/3)

- H_0: un regim (randamente normale iid: independente și identic distribuite) față de H_1: două regimuri Markov
  - Statistica raportului de verosimilitate (LR): $\mathrm{LR} = 2(\hat{\ell}_2 - \hat{\ell}_1)$
  - $\hat{\ell}_1$, $\hat{\ell}_2$: log-verosimilitățile maxime cu unul și cu două regimuri
- Distribuție nestandard sub ipoteza nulă (Anexă) Hansen (1992)
  - p_{11}, p_{22} nu sînt identificate sub H_0, deci LR nu urmează o distribuție χ^2
- **Bootstrap parametric**
  - Simulăm din modelul H_0 estimat, reestimăm ambele modele și recalculăm LR
  - Numărul de replici bootstrap: $B = 199$, deci cea mai mică valoare p posibilă este $1/(B+1) = 0{,}005$
  - $p = (1 + \#\{\mathrm{LR}^* \geq \mathrm{LR}\})/(B+1)$
  - $\#\{\cdot\}$: numărul valorilor bootstrap LR^* cel puțin egale cu LR observat

Numărul de regimuri: un test LR cu bootstrap (2/3)



MFM_ch17_inference ▶ Interactiv

Numărul de regimuri: un test LR cu bootstrap (3/3)

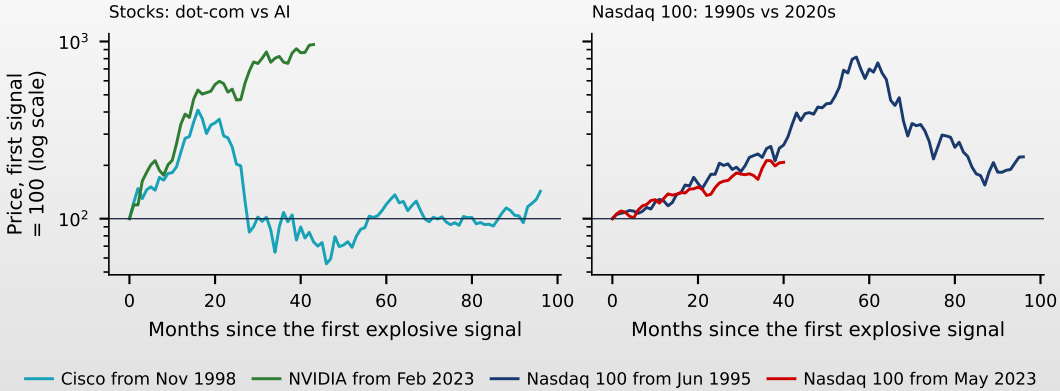
- Un regim față de două: valoarea p bootstrap 0,005, minimul posibil
  - După reoptimizare, 5 (Bitcoin) și 1 (Nasdaq 100) din 199 de LR bootstrap rămîn negative, de ordinul 10^{-3}: optimizarea numerică a modelului cu două regimuri se poate opri într-un maxim local
  - Bitcoin: LR = 123,2, valoarea critică de 95% 11,8, cea mai mare replică 20,3
  - Nasdaq 100: LR = 475,7, valoarea critică de 95% 11,2, cea mai mare replică 18,1
- Două regimuri față de trei, Bitcoin: LR = 29,6
  - Peste toate replicile (maximum 19,1), deci tot $p = 0{,}005$
  - Valoarea critică bootstrap de 95% este 15,0, față de 12,6 din distribuția χ^2_6 folosită naiv
- Ipoteza unui singur regim este respinsă pentru ambele serii
  - Un al treilea regim Bitcoin: o probabilitate de tranziție estimată de ordinul 10^{-9}, deci un maxim pe frontieră
  - 154 din 199 de replici ajung și ele pe frontieră: p pentru trei regimuri este doar orientativ
  - Atenție: ipoteza nulă cu un regim folosește distribuția Normală, deci și cozile groase singure pot favoriza două regimuri
- Tipul de dovadă: descriere

MFM_ch17_inference

Cripto-activele și ipoteza de bulă

- **Întrebarea**: fără valoare fundamentală, putem totuși testa prețul: este exploziv și cînd?
- Cripto-activele nu au dividende: valoarea fundamentală a Bitcoin este greu de definit
  - O estimare o plasează la zero Cheah & Fry (2015)
- Alternativa: valoarea din adoptarea rețelei (legea lui Metcalfe: valoarea rețelei crește cu pătratul numărului de utilizatori), cu bule LPPLS suprapuse Wheatley et al. (2019), Pele & Mazurencu-Marinescu-Pele (2019)
- Cripto-activele se comportă tot mai mult ca o clasă de active alternative, nu ca o bulă pură Pele et al. (2023)
- O parte din creșterea Bitcoin din 2017 a fost asociată emisiunii de Tether, o criptomonedă legată de dolar Griffin & Shams (2020)

Dot-com și AI (1/2)



MFM_ch17_crypto_ai ▶ Interactiv

Dot-com și AI (2/2)

- Închideri lunare, rebazate la 100 la primul semnal exploziv al fiecărui episod (BSADF, date lunare)
  - Primul semnal: începutul primei secvențe datate care începe în 1995 sau mai tîrziu (dot-com) ori în 2023 sau mai tîrziu (AI), nu al secvenței care conține vîrful
- Primul semnal exploziv: nov. 1998 pentru Cisco și feb. 2023 pentru NVIDIA (*NVIDIA Corporation*, proiectant american de cipuri)
  - Cisco a atins vîrful după 16 luni, la un preț de 4,1 ori mai mare decît la semnal
  - NVIDIA, după 43 de luni: de 9,6 ori mai mare, episod încă deschis
- Nasdaq 100: creșterea din era AI este mai lentă decît în anii 1990
  - Episodul din anii 1990 (primul semnal în iun. 1995): vîrful a venit după 57 de luni, la un nivel de 8,2 ori mai mare
  - Episodul AI (primul semnal în mai 2023): un nivel de 2,1 ori mai mare după 40 de luni

MFM_ch17_crypto_ai

Bula AI: ce pot spune testele

- BSADF lunar semnalează NVIDIA și Nasdaq 100
  - NVIDIA: episoade explozive în mar. 2016–nov. 2018, feb. 2020–mai 2022, feb. 2023–în curs
  - Nasdaq 100: episodul curent, început în mai 2023
  - Date lunare ($T = 332$, $w_0 = 36$, $L = 6$ luni)
  - Cronologia săptămînală ($T = 1\,443$, $w_0 = 82$, $L = 8$ săptămîni) mută datele cu pînă la cîteva luni, fiindcă T, w_0 și L se schimbă odată cu frecvența
- Testele nu pot separa o bulă de fundamente explozive Pástor & Veronesi (2009)
  - Și profiturile așteptate în creștere rapidă ale unei tehnologii noi pot face prețurile explozive
- Concluzia prudentă
  - Testele detectează o dinamică explozivă a prețurilor, nu cauza ei
  - Dovezile despre creșterile industriilor Greenwood, Shleifer & You (2019) justifică urmărirea riscului de crah, dar nu îl cuantifică pentru aceste acțiuni
  - Momentul unui eventual crah este necunoscut
- Tipul de dovadă: descriere

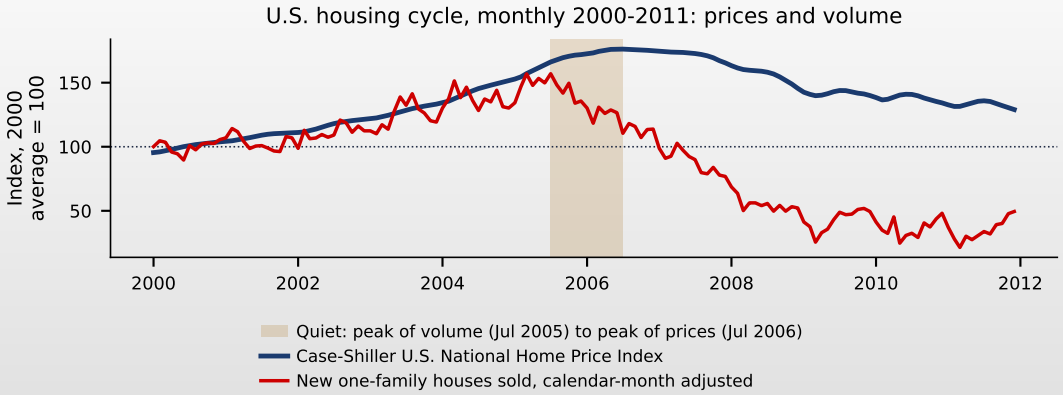
Studiu de caz (1/5): întrebarea de cercetare

- Articolul: DeFusco, Nathanson & Zwick (2022), *Journal of Financial Economics*, 146(1), 205–229
  - Context: expansiunea și crahul pieței imobiliare din SUA în 2000–2011, asociate crizei din 2008
- Întrebările
  - Cine cumpără în perioada de expansiune?
  - Poate speculația explica evoluția comună a prețurilor, a volumului tranzacțiilor și a stocului de locuințe oferite spre vînzare?
- Speculația, în definiția Harrison–Kreps adoptată de autori
  - Disponibilitatea de a plăti mai mult pentru un activ datorită dreptului de a-l revinde
- Trei faze
  - Expansiunea: cresc prețurile și volumul
  - „Acalmia" (*quiet*): volumul scade, prețurile continuă să crească, stocul locuințelor nevîndute se mărește
  - Crahul

Studiu de caz (2/5): rezultatele principale

- Figurile 2 și 4
  - Prețurile corelează cel mai puternic cu volumul de acum 24 de luni: volumul precede prețurile
  - Revînzările după o deținere scurtă explică 39% din creșterea vînzărilor din 2000–2005
- Tabelul 2: orașele cu mai multă speculație au avut expansiuni și crahuri mai mari
  - O abatere standard în plus a volumului speculativ: creștere mai mare cu 24,9 puncte, scădere mai adîncă cu 7,4 puncte
- Modelul (Secțiunile 5–6, Tabelul 6)
  - Cumpărătorii care extrapolează și au orizont scurt amplifică ciclul
  - O taxă de 5% din prețul de cumpărare, plătită la vînzare, reduce scăderea simulată a log-prețului de la 8,2 la 1,1 puncte logaritmice
- Tipul de dovadă: asociere
  - între speculație și amplitudinea ciclului, pe orașe; efectul taxei vine din model, nu din date

Studiu de caz (3/5): prețuri și volum, 2000–2011



MFM_ch17_case_study ▶ Interactiv

Studiu de caz (4/5): prețuri și volum, 2000–2011

- FRED (Federal Reserve Economic Data)
  - Indicele Case-Shiller U.S. National Home Price Index
  - Vînzările de case unifamiliale noi
  - Ambele serii sînt rebazate astfel încît media din 2000 = 100
  - Volumul este ajustat cu mediile lunilor calendaristice
- Expansiunea: vînzările ating vîrful de 157 în iul. 2005
  - Prețurile urcă pînă la 176 în iul. 2006
- Acalmia: 12 luni de la vîrful volumului la vîrful prețurilor
  - La vîrful prețurilor vînzările au coborît deja la 110 (cu vînzări neajustate sezonier, decalajul este de 16 luni)
- Crahul: mediile din 2011 sînt 35 pentru vînzări și 133 pentru prețuri
  - Vînzările de case noi nu includ revînzările, deci nu arată cine tranzacționează

MFM_ch17_case_study

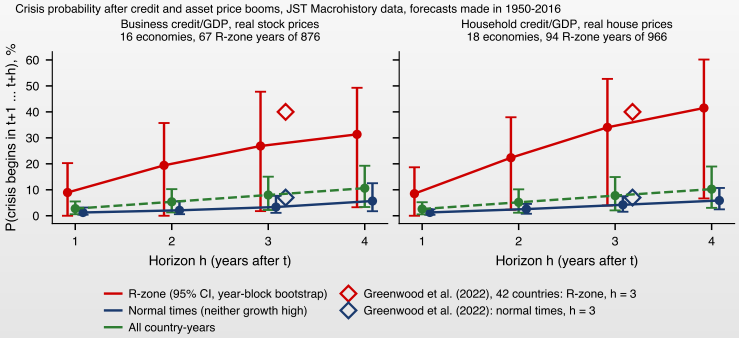
Studiu de caz (5/5): limite și întrebări deschise

- Limita datelor din ilustrarea noastră
  - Seriile publice sînt naționale: volumul privește locuințele noi, iar Case–Shiller prețurile locuințelor existente (metoda vînzărilor repetate, *repeat sales*)
  - Universurile diferite limitează comparația preț–volum
  - Volumul revînzărilor rapide și cel al cumpărătorilor neocupanți nu pot fi construite din ele
  - Figurile 1–2 pot fi ilustrate, Tabelul 2 nu
- Limitele declarate de autori
  - Perioadele de deținere sînt cele realizate, nu cele intenționate (verificare cu variabile instrumentale în anexa online a articolului)
  - Clasificarea după adresa de corespondență poate identifica greșit drept rezidenți proprietarii care folosesc adresa locuinței pentru corespondența fiscală
  - Orizontul de vînzare este exogen în model, deci scenariile contrafactuale pot supraestima rolul cumpărătorilor pe termen scurt
  - Creditul și construcțiile noi sînt omise
- Întrebări deschise
  - În episoadele de expansiune cripto, volumul tranzacțiilor atinge maximul înaintea prețurilor?
  - Există o acalmie (volum în scădere, prețuri în creștere) înainte de încheierea episoadelor Bitcoin datate de BSADF?

Al doilea studiu de caz (1/4): sînt previzibile crizele financiare?

- Articolul: Greenwood, Hanson, Shleifer & Sørensen (2022), *Journal of Finance*, 77(2), 863–921
  - Context: crizele bancare sistemice postbelice din 42 de țări, 1950–2016
- Întrebarea
  - Sînt crizele financiare șocuri imprevizibile („trăsnete din senin", *bolts from the sky*)?
  - Sau urmează previzibil unei expansiuni a creditului, ca în secvența Kindleberger–Minsky de la începutul capitolului?
- Relevanța pentru acest capitol
  - Testele de explozivitate folosesc doar prețuri; articolul adaugă creditul care finanțează expansiunea
  - Un semnal cu ani înainte de criză poate informa o politică macroprudențială care frînează avîntul creditului (*leaning against the wind*)
  - Nu o justifică singur: decizia cere și costurile intervenției și ale alarmelor false
- Afirmația principală (rezumatul articolului)
  - După 3 ani de creștere rapidă a creditului și a prețurilor activelor, o criză începe în următorii 3 ani cu probabilitatea de circa 40%
  - În perioadele normale, fără nicio creștere rapidă, probabilitatea este de circa 7%
  - Autorii numesc combinația celor două creșteri rapide R-zone (*red zone*, zona roșie)

Al doilea studiu de caz (2/4): probabilitatea unei crize după R-zone



- Axa orizontală: orizontul h în ani; axa verticală: ponderea țară-anilor t după care o criză începe în $t+1, \ldots, t+h$
- Roșu: R-zone; albastru: perioade normale; verde: toți țară-anii; romburile: cifrele din rezumatul articolului

MFM_ch17_predictable_crises ▶ Interactiv

Al doilea studiu de caz (3/4): metoda și replicarea din curs

- Variabilele din articol, pe țara i și anul t (ec. 2a–2c)
  - $\Delta_3(D/Y)_{it}$: variația pe 3 ani a creditului raportat la produsul intern brut (PIB), în puncte procentuale
  - $\Delta_3 \log P_{it}$: creșterea pe 3 ani a prețului real: acțiuni pentru firme, locuințe pentru gospodării
  - R-zone: $\Delta_3(D/Y)$ peste percentila 80 și $\Delta_3 \log P$ peste percentila 66,7 din întregul panel
  - $\mathrm{Crisis}_{i,t+1\to t+h} = 1$ dacă o criză începe în țara i într-unul din anii $t+1, \ldots, t+h$
- Articolul: 42 de țări, creditul total, cronologia crizelor din Baron, Verner & Xiong (2021)
  - Frecvențe pe 15 celule (terțile de preț $\times$ cvintile de credit); în celula R-zone, la 3 ani: 45,3% pentru firme, 36,8% pentru gospodării
  - Regresii cu efecte fixe pe țări: erori Driscoll–Kraay, valori p corectate Kiefer–Vogelsang
  - Originile prognozelor se opresc în 2012, deci toate orizonturile au aceleași observații
- Replicarea din curs: baza Macrohistory Jordà, Schularick & Taylor (2017) (JST), originile prognozelor 1950–2016, deci pînă în 2016, nu în 2012
  - Firme: 16 economii; gospodării: 18 economii; creditul bancar în locul creditului total
  - Cronologia JST: 25 de crize
  - Pragurile R-zone, firme: credit $+4{,}9$ puncte procentuale, preț real $+24{,}3$ puncte logaritmice (circa $+27{,}5\%$)
  - Gospodării: credit $+6{,}3$ puncte procentuale, preț real $+12{,}7$ puncte logaritmice (circa $+13{,}6\%$)
  - Interval de încredere (CI) de 95%: bootstrap pe blocuri de 5 ani calendaristici, cu toate țările unui an împreună
  - Pragurile se reestimează în fiecare replică; CI sînt punctuale, nu simultane pentru sectoare și orizonturi

Al doilea studiu de caz (4/4): rezultatul și limitele

- Gospodării: după R-zone, o criză începe în 3 ani în 34% din cazuri, CI [4%; 53%]
  - Perioade normale: 4%; CI al diferenței, [1,7; 46,2] puncte procentuale, exclude zero
- Firme: 27%, CI [2%; 48%], față de 3% în perioade normale
  - CI al diferenței, [0,1; 42,7] puncte procentuale, exclude zero la limită
- Semnificația depinde de lungimea blocurilor
  - Blocuri de 3 ani: CI ale diferenței [4,1; 46,0] (gospodării) și [1,8; 40,8] (firme)
  - Blocuri de 8 ani: $[-0{,}7;\ 44{,}3]$ și $[-0{,}7;\ 41{,}8]$, ambele includ zero
- Crizele vin lent: după R-zone la gospodării, 9% la un an și 41% la patru ani
  - R-zone apare în cei 3 ani dinaintea a 16 din cele 25 de crize (oricare sector)
- Tipul de dovadă: asociere
  - frecvențe condiționate, fără un mecanism identificat; direcția este cea din articol, la un nivel mai mic
- Limite
  - Doar 25 de crize, multe în 2007–2008: CI largi, iar un singur val global cîntărește mult
  - Pragurile vin din întregul eșantion, deci folosesc informație viitoare; articolul le verifică și cu praguri calculate în timp real

Pot alarmele de bulă avertiza înaintea crahurilor?

Alarme de bulă în timp real

- Întrebările
  - Pot fi date alarme de bulă în timp real cu o rată controlată a alarmelor false?
  - Conțin ele informație despre crahuri?
- Datarea BSADF controlează nivelul doar dată cu dată, nu pe întregul eșantion
  - Cercetare în curs: reguli de monitorizare pentru bule *și* crahuri Whitehouse, Harvey & Leybourne (2023)
  - „Termometre econometrice" pentru piața imobiliară Shi & Phillips (2023)
- Formularea statistică: alarma $A_t \in \{0, 1\}$, crahul $C_{t,h} \in \{0, 1\}$ (nu amplitudinea C din LPPLS) = o scădere de cel puțin 20% în $h = 90$ de zile
  - H_0: $P(C_{t,h} \mid A_t = 1) = P(C_{t,h} \mid A_t = 0)$; H_1: mai mare după o alarmă
  - Criteriul, fixat dinainte: respingem H_0 dacă testul robust la ferestre suprapuse o respinge la 5%; altfel, datele nu susțin ipoteza
  - Absența efectului se susține doar cu un test de echivalență, cu o marjă fixată dinainte
- Identificarea Pástor & Veronesi (2009)
  - Fluxurile de numerar așteptate explozive ale unei tehnologii noi lasă aceeași amprentă ca o bulă

Bucla descoperirii și verificările ei

- **Literatura**: cerem articole despre rata alarmelor false în monitorizarea secvențială a bulelor
  - Verificăm fiecare DOI (Digital Object Identifier) pe Crossref și găsim tabelul citat în răspuns
- **Ipotezele**: bulă rațională, fluxuri așteptate explozive, rată de actualizare în scădere
  - Fiecare cu propria implicație observabilă
  - De exemplu, un raport preț/profit exploziv față de profituri explozive
- **Codul**: replicăm întîi o cifră din capitol, apoi extindem
- **Robustețea**: preînregistrăm grila de orizonturi și praguri de crah, cu corecția Holm
  - Holm: al k-lea cel mai mic dintre cele m valori p se compară cu $0{,}05/(m-k+1)$, oprindu-ne la prima nerespingere
- **Critica**: cerem asistentului să atace rezultatul ca un recenzent
- **Verificările** cercetătorului (▸ Anexă)
  - Informația din întregul eșantion, coada testului
  - Volatilitatea variabilă, multiplicitatea, rezultatele suprapuse

Mini studiu de caz: alarma LPPLS ca predictor al crahurilor

- O propunere tipică a asistentului
  - „Un indicator de încredere LPPLS pozitiv anunță un crah; comparați ratele cu testul exact al lui Fisher"
  - Alarmele apar în serii și rezultatele se suprapun, deci testăm prin rotații circulare ale seriei alarmelor (o deplasăm față de rezultate, păstrîndu-i gruparea)
- Valoarea p unilaterală pentru $H_1 : \Delta > 0$ (rată de succes mai mare după o alarmă)
  - Bitcoin: $\Delta = -15{,}5$ puncte procentuale, $p = 0{,}96$ (658 de rotații)
  - Nasdaq 100: $\Delta = -7{,}7$ puncte, $p = 0{,}98$
- Grila preînregistrată de 4 orizonturi $\times$ 3 praguri
  - Cea mai mică valoare p brută este 0,76 (Bitcoin) și 0,69 (Nasdaq 100)
  - Nicio celulă nu respinge H_0 la 5%, nici înainte, nici după corecția Holm
- Interpretarea (ipotezele în Anexă)
  - Indicatorul datează creșterile care accelerează, dar aceste teste nu susțin o probabilitate mai mare a scăderilor mari după un semnal
- Tipul de dovadă: asociere
  - testată între alarmă și crah; niciun test din grilă nu o găsește

Rîndul dumneavoastră: o idee de proiect

- **Întrebările**
  - Poate o regulă de monitorizare pentru Bitcoin, Nasdaq 100 și NVIDIA să țină la 5% probabilitatea oricărei alarme false pe toată perioada?
  - Poate totuși să avertizeze înaintea scăderilor mari?
- **Replicați întîi**
  - GSADF $= 3{,}85$ pentru Bitcoin săptămînal
  - Probabilitatea de crah după creșteri de peste 100% din Greenwood, Shleifer & You (2019) (a noastră: 45%)
- **Extindeți**
  - Calibrați pragul alarmei prin simulare pe întreaga perioadă de monitorizare Whitehouse, Harvey & Leybourne (2023)
  - Evaluați alarmele cu rotații sau bootstrap pe blocuri

Idei principale

- O bulă este prețul minus valoarea fundamentală
  - Bulele raționale trebuie să fie explozive
  - Bulele care se sparg scapă testelor pe întregul eșantion
- GSADF testează existența episoadelor explozive
  - BSADF le datează în timp real
  - Cu valori critice Monte Carlo, o creștere tîrzie a volatilității distorsionează nivelul testului (rata respingerilor false), iar wild bootstrap îl corectează
  - Datarea pe multe date cere controlul ratei erorii pe familie (FWER)
- În episoadele noastre testele au avertizat cu luni înainte de vîrf
  - Dar nu au anticipat momentul crahului
- LPPLS descrie accelerarea
  - Momentul său critic se mută odată cu fereastra
  - Indicatorul de încredere, evaluat cu un test robust la dependență, nu a anticipat crahurile în datele noastre
- Creșterile bruște măresc riscul de crah fără o pierdere medie stabilită statistic
  - Un semnal pentru gestiunea riscului, nu o regulă de tranzacționare
- După R-zone, o criză la gospodării începe în 3 ani în 34% din cazuri, față de 4% în perioade normale

Alegerea instrumentului

Întrebarea	**Instrumentul**
A existat vreun episod exploziv?	GSADF cu valori critice simulate
Cînd a început și cînd s-a încheiat?	Datarea BSADF cu durata minimă $\lceil \ln T \rceil$ și valori critice pe familie pentru monitorizarea lungă
Se schimbă mult volatilitatea (cripto, crize)?	Valori critice prin wild bootstrap
Accelerează creșterea super-exponențial?	Indicatorul de încredere LPPLS pe multe ferestre
S-a schimbat starea de risc?	Probabilitățile filtrate Markov-switching
Cît de probabil este un crah după o creștere?	Frecvența crahurilor după creșteri bruște, estimată pe multe active Greenwood, Shleifer & You (2019)

Autoverificare și capitolul următor

Întrebări de verificare

- De ce ratează un ADF pe coada dreaptă, aplicat pe întregul eșantion, o bulă care se prăbușește periodic?
- De ce este valoarea critică de 95% a GSADF mult peste cea a unui singur ADF?
- De ce un singur moment critic LPPLS nu este o prognoză a crahului?
- De ce ratele de succes după alarme trebuie testate cu bootstrap pe blocuri sau cu rotații?

Capitolul 18: riscul sistemic

- Cînd se produce crahul unei bule, pierderile se propagă prin bănci și piețe
  - Contagiune și risc sistemic
- Cît adaugă o instituție la riscul sistemului
  - CoVaR: valoarea la risc (VaR) a sistemului cînd o instituție este în criză
  - SRISK: deficitul de capital al unei instituții într-o criză
- Lecturi suplimentare: Franke, Härdle & Hafner (2019), Kindleberger & Aliber (2005), Shiller (2015), Sornette (2017)

Decizia practică

- **Ce aleg**
  - pentru existența unui episod: GSADF cu valori critice prin wild bootstrap (Bitcoin: 3,85 față de 2,82)
  - pentru datare: BSADF cu durata minimă $\lceil \ln T \rceil$ și o valoare critică pe familie pentru monitorizarea lungă
  - pentru riscul de crah: frecvența crahurilor după creșteri bruște (45% după +100%, CI [27%, 62%]), ca semnal de gestiune a riscului
  - alarma LPPLS: regula evaluată nu oferă dovezi robuste că mărește probabilitatea crahului definit aici ($\Delta = -15{,}5$ puncte procentuale pentru Bitcoin)
- **În ce condiții**
  - citesc testul ca datare a unei dinamici explozive, nu ca dovadă a unei bule: fundamentele explozive lasă aceeași amprentă
  - un episod este confirmat abia după L depășiri consecutive, deci în timp real avansul este mai mic
- **Ce rezultat m-ar face să renunț**
  - un episod care nu trece valoarea critică pe familie, cum este Bitcoin 2020–2021
  - pe un eșantion nou, un CI al frecvenței crahurilor după creșteri de peste 100% care include rata de 11% a unei luni-industrie oarecare

Seriile testate: acțiuni, industrii, cripto

Seria	Frecvența	Perioada	Utilizare
S&P Composite, preț și dividend reale	lunar	1871–2026	raportul preț/dividend
48 de portofolii sectoriale din SUA	lunar	1926–2026	creșteri și crahuri
Nasdaq 100, S&P 500	zilnic, lunar	1990–2026	dot-com, AI
BET, BET-FI	zilnic, lunar	1997–2026	indicii Bursei de Valori București
Bitcoin, Ethereum, Dogecoin	zilnic, săptămînal	2014–2026	creșteri cripto
Dow Jones Industrial Average	zilnic, săptămînal	1921–1955	crahul din 1929
NVIDIA, Cisco, Tesla, GameStop, Strategy (fostă MicroStrategy)	zilnic, lunar	1990–2026	acțiuni individuale

- Prețuri de închidere pînă la 18 septembrie 2026
- Prețurile acțiunilor sînt ajustate pentru dividende și divizări
- Seriile săptămînale și lunare folosesc ultimul preț din perioadă
- Surse: shillerdata.com pentru S&P Composite și Kenneth French Data Library pentru industrii

Bula dot-com



Păpușa-șosetă Pets.com, mascota unui magazin online de produse pentru animale listat și închis în 2000

Foto: Atomic Taco (2013); CC BY-SA 2.0; Wikimedia Commons

- Fondurile de tip hedge fund au rămas în bulă (*riding the bubble*) Brunnermeier & Nagel (2004)
  - Și-au redus pozițiile înainte de scădere
- Totuși, internetul a schimbat economia Pástor & Veronesi (2009)
  - O revoluție tehnologică poate crea în același timp valoare și o bulă

Nivelurile explodează, logaritmii accelerează

- Teoria: bula este explozivă în **niveluri**, $\mathbb{E}_t[B_{t+\mathbf{1}}] = (1+r)B_t$
  - Testul folosește **logaritmul** prețului
  - O traiectorie pură de bulă $B_t = B_{\mathbf{0}}(1+r)^t$ are o creștere logaritmică constantă $\ln(1+r)$: Δy_t nu depinde de $y_{t-\mathbf{1}}$, deci $b = 0$
  - Ce detectează $b > 0$: o rată de creștere **tot mai mare** a lui $\ln P_t$, care apare cît timp ponderea bulei în $P_t = F_t + B_t$ crește Anexă
- Exemplu numeric ($1 + r = 2$): $F = 100$ constant, $B = 1, 2, 4, 8$, deci $P = 101, 102, 104, 108$
  - Ponderea bulei în preț: 1,0%; 2,0%; 3,8%; 7,4%
  - Creșterile logaritmice: $\ln(102/101) = 0{,}0099$, $\ln(104/102) = 0{,}0194$, $\ln(108/104) = 0{,}0377$
  - Ele cresc odată cu $y_{t-\mathbf{1}} = \ln P_{t-\mathbf{1}}$, deci b estimat este pozitiv
  - Bula singură, $B_t = 2^t$, are toate creșterile egale cu $\ln 2 = 0{,}693$, deci $b = 0$
- Verificare: adăugați $B = 16$, deci $P = 116$
  - Este următoarea creștere mai mare?
  - Da, $\ln(116/108) = 0{,}0715$
  - Cînd $B \gg F$, creșterile se apropie de $\ln 2$, iar b revine spre 0: puterea vine din ferestrele care prind **tranziția**

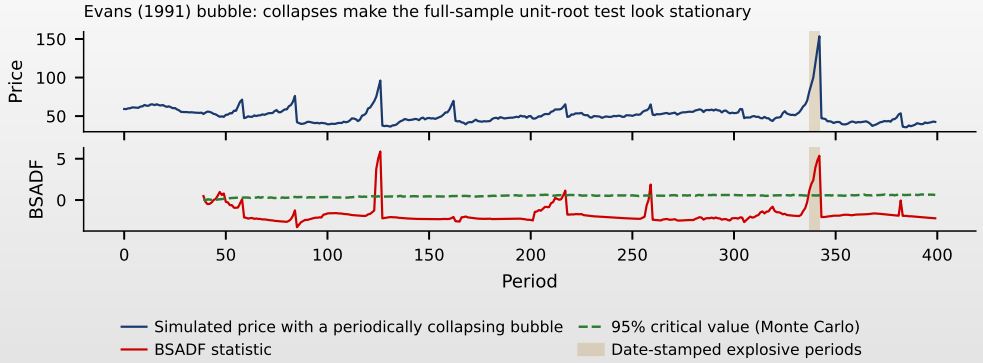
Un exemplu de datare calculat de mînă

- Cifre inventate; $L = 3$; valoarea critică $cv_t = 1{,}0$ la fiecare dată
  - Depășire $= 1$ dacă $\mathrm{BSADF}_t > cv_t$
  - î: început, c: confirmat, s: sfîrșit, e: eliminat

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
BSADF_t	0,4	1,2	1,5	1,8	1,3	0,8	1,1	1,4	1,9	1,6	0,7	0,5	1,3	1,2	0,6
Depășire	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
Eveniment		î		c	s		î		c	s			e	e	

- Secvențele $t = 2$–5 și $t = 7$–10: cîte patru depășiri, cel puțin L, deci ambele sînt păstrate
  - Confirmate la $t = 2 + L - 1 = 4$ și $t = 7 + L - 1 = 9$; fiecare se încheie la ultima depășire, $t = 5$ și $t = 10$
  - Secvența $t = 13$–14: doar două depășiri, mai puțin decît L: eliminată, niciodată confirmată
- Un lanț ilustrativ leagă 2–5 și 7–10 (o singură dată fără depășire, $t = 6$)
  - Lanțul permite cel mult o dată fără depășire între secvențe
  - Episodul care conține $t = 10$: începutul după regula strictă este $t = 7$, iar după lanț $t = 2$, deci avansul măsurat crește cu cinci perioade
- Verificare: depășirile 1 1 0 1 1 1 1 cu $L = 3$
  - Cînd este confirmat primul episod?
  - Răspuns: la $t = 6$; secvența $t = 1$–2 este prea scurtă

Bula Evans: eșantionul complet și ferestrele (1/2)



MFM_ch17_evans

Bula Evans: eșantionul complet și ferestrele (2/2)

- Pe 400 de perioade simulate comparăm BSADF cu valoarea critică de 95%
  - Valoarea critică este obținută din 2 000 de traiectorii de mers aleator
- ADF pe coada dreaptă, pe întregul eșantion: $-5{,}49$ față de valoarea critică de 95% $-0{,}09$
  - Nu respingem ipoteza nulă, bula nu este detectată
- SADF 0,98 (valoarea critică 1,46): nu respinge ipoteza nulă
- GSADF 5,88 (valoarea critică 2,21): respinge ipoteza nulă
- BSADF depășește valoarea critică în mai multe episode scurte
  - Doar unul durează suficient ca să fie datat

MFM_ch17_evans

Nivelul GSADF cînd volatilitatea se schimbă: schema simulării

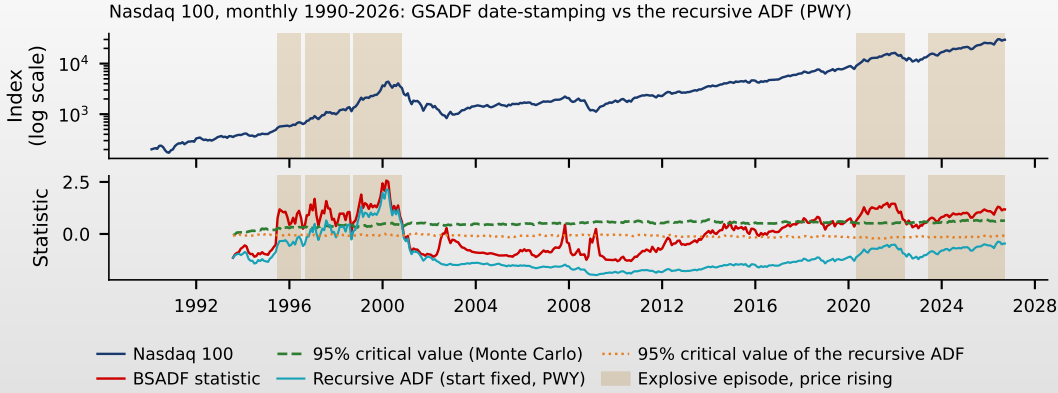
- Modelul nul, fără bulă: $y_t = T^{-1} + y_{t-1} + e_t$, un mers aleator cu un drift mic
- Patru tipare ale variației șocurilor e_t (cu media zero)
  - Variață constantă
  - Abaterea standard înmulțită cu 3 la mijlocul eșantionului ($T/2$), deci varianța de 9 ori
  - Abaterea standard împărțită la 3 la $T/2$
  - GARCH (*Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*) de ordin (1,1): $\sigma_t^2 = \omega + \alpha e_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$, cu $\alpha = 0{,}10$, $\beta = 0{,}88$
- Eșantionul: $T = 400$, fereastra minimă $w_0 = \lfloor r_0 T \rfloor = 40$ de observații
  - 1 000 de traiectorii pe scenariu, fiecare cu propriul wild bootstrap (199 de replici)
  - Eroarea Monte Carlo: $\pm 1{,}4$ puncte procentuale în jur de 5%
- Două rezultate pentru fiecare traiectorie
  - Nivelul: GSADF peste valoarea critică de 95% (Monte Carlo, MC în tabel, sau wild bootstrap)
  - Episod fals: BSADF peste valoarea punctuală de 95% timp de 6 perioade consecutive

Nivelul GSADF cînd volatilitatea se schimbă: rezultatele

Model nul, fără bulă	GSADF, val. critică MC	GSADF, val. critică wild	Episod fals, MC	Episod fals, wild
Volatilitate constantă	4,1%	3,9%	49,1%	51,9%
Volatilitate $\times 3$ la $T/2$	32,0%	4,1%	63,8%	49,6%
Volatilitate $\times 1/3$ la $T/2$	4,3%	6,1%	48,0%	54,8%
GARCH(1,1), $\alpha = 0{,}10$, $\beta = 0{,}88$	16,6%	6,8%	58,1%	52,8%

- O creștere tîrzie a volatilității este confundată cu explozivitatea Harvey et al. (2016)
  - Sub GARCH, wild bootstrap elimină cea mai mare parte a distorsiunii, dar nu toată
  - O scădere a volatilității nu afectează nivelul
- Chiar cu volatilitate constantă, 49,1% dintre traiectorii conțin un episod datat fals
  - Nivelul este controlat dată cu dată, nu pe întregul eșantion

Nasdaq 100: datarea GSADF și PWY (1/2)



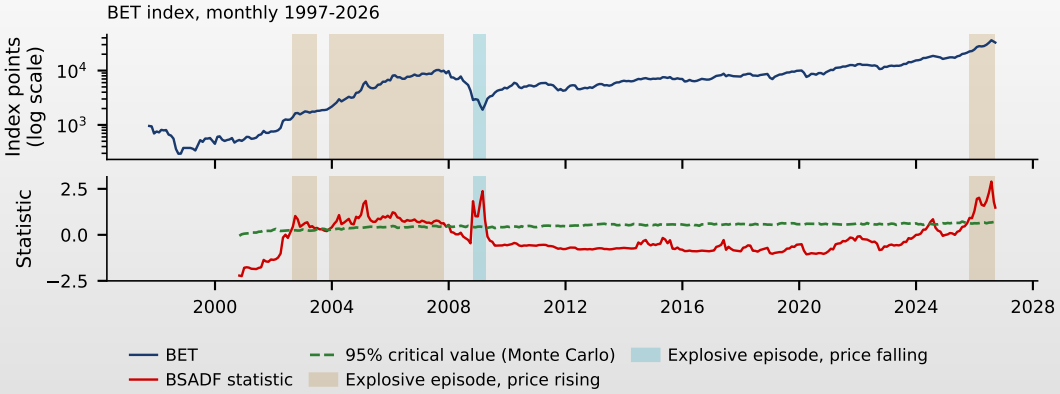
MFM_ch17_nasdaq

Nasdaq 100: datarea GSADF și PWY (2/2)

- Logaritmul închiderilor lunare 1990–2026, $T = 440$, fereastra minimă 42 de luni
- GSADF $= 2{,}57$ (valoarea critică de 95%: 2,19)
- SADF $= 2{,}14$ (valoarea critică de 95%: 1,41)
- Episoade BSADF
  - Iun. 1995–iun. 1996, aug. 1996–iul. 1998, sept. 1998–oct. 2000
  - Apr. 2020–mai 2022, mai 2023–în curs
  - Episoade PWY (început fix): apr. 1997–nov. 1997, ian. 1998–iul. 1998, sept. 1998–oct. 2000
  - ADF-ul recursiv ratează episoadele de după 2020: pornește din 1990 și este coborît de lunga stagnare de după 2000
- Episodul dot-com datat din iun. 1995: începutul unui lanț de 3 secvențe BSADF
  - Cu 57 de luni înainte de vîrful din mar. 2000
  - Confirmat în timp real în dec. 1995

MFM_ch17_nasdaq

BET: avîntul din 2007 și anul 2025 (1/2)



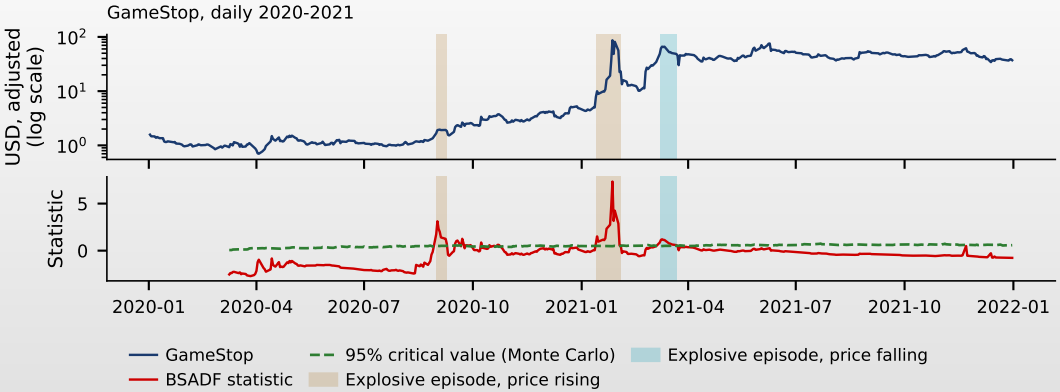
MFM_ch17_bet_gamestop

BET: avîntul din 2007 și anul 2025 (2/2)

- Logaritmul închiderilor lunare ale indicelui BET oficial, 1997–2026
  - $T = 348$, fereastra minimă 37 de luni
- GSADF = 2,90 față de valoarea critică de 95% 2,21
  - Episoade: aug. 2002–iun. 2003, nov. 2003–oct. 2007, oct. 2008–mar. 2009, oct. 2025–în curs
  - Cu un lag al randamentelor (autocorelate): GSADF = 2,29, sub valoarea critică 2,39
- 2003–2007: creșterea din jurul aderării României la Uniunea Europeană (ianuarie 2007)
- Oct. 2008–mar. 2009: o **scădere** accelerată
- Episodul actual (din oct. 2025) este încă deschis
  - Exploziv nu înseamnă că se va prăbuși: creșterea se accelerează

MFM_ch17_bet_gamestop

GameStop, ianuarie 2021 (1/2)



MFM_ch17_bet_gamestop

GameStop, ianuarie 2021 (2/2)



Un magazin GameStop, 3 februarie 2021, la o săptămînă după vîrf

Foto: Will Buckner (2021); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

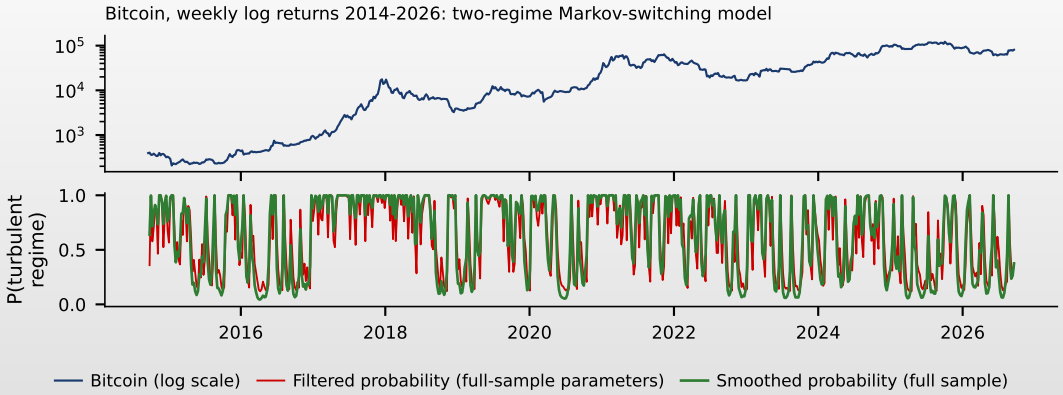
- Logaritmul închiderilor zilnice 2020–2021, $T = 504$, fereastra minimă: 45 de zile
- GSADF $= 7{,}34$, valoarea critică de 95%: 2,21
- Episodul din ianuarie începe pe 13 ian. 2021
  - Cu 14 zile înainte de maximul de închidere din 27 ian. 2021
- Episodul este confirmat pe 22 ian. 2021
- Graficul mai datează două episoade scurte: 31 aug.–9 sept. 2020 și 8–22 mar. 2021
- O creștere de doar cîteva săptămîni: detectarea ei cere date zilnice
  - Testul nu identifică mecanismul (*short covering*: răscumpărarea acțiunilor vîndute în lipsă)

MFM_ch17_bet_gamestop

Calibrarea: Filimonov și Sornette

- Rescriem cosinusul: $C\cos(\omega\ln(t_c - t) - \phi) = C_1\cos(\omega\ln(t_c - t)) + C_2\sin(\omega\ln(t_c - t))$ Filimonov & Sornette (2013)
  - $C_1 = C\cos\phi$, $C_2 = C\sin\phi$
  - A, B, C_1, C_2 devin **liniari**: pentru (t_c, m, ω) dați se obțin prin OLS pe fereastra $[t_1, t_2]$
- Optimizăm doar în raport cu (t_c, m, ω)
  - O grilă, apoi o rafinare Nelder–Mead (o căutare simplex fără derivate) a sumei pătratelor reziduurilor
- Spațiul de căutare Shu & Zhu (2020a, ec. 11)
  - $m \in [0, 1]$, $\omega \in [1, 50]$, $t_c \in [t_2, t_2 + (t_2 - t_1)/3]$
  - Amortizarea $\frac{m|B|}{\omega|C|} \geq 1$: o condiție aproximativă pentru o rată de hazard a crahului nenegativă
  - Condiția exactă: $m|B| \geq |C|\sqrt{m^2 + \omega^2}$
- Rămîn multe minime locale: ferestre și puncte de pornire diferite dau t_c diferite Geraskin & Fantazzini (2013)

Bitcoin: două regimuri (1/2)



MFM_ch17_markov_switching

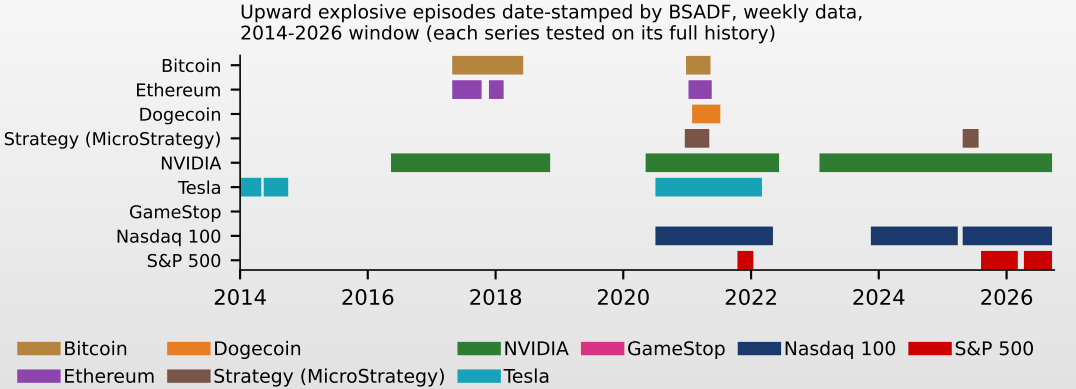
Bitcoin: două regimuri (2/2)

Regim	$\hat{\mu}$ (SE)	$\hat{\sigma}$	$\hat{p}_{ii}$	Durata
Calm	0,26 (0,28)	2,93	0,736	3,8
Turbulent	1,20 (0,58)	11,22	0,840	6,3

- Randamente log săptămînale în %, 2014–2026, 626 de săptămîni
  - Durata este exprimată în săptămîni
  - Regimul turbulent acoperă 62% din săptămîni
- Spre deosebire de acțiuni, regimul turbulent are media **mai mare**
  - Regimurile sînt scurte: stări de volatilitate, nu faze ale bulei
- Regimurile ignoră nivelul prețului: o bulă lentă și calmă rămîne în regimul calm
  - BSADF spune „prețul accelerează", iar regimul spune „riscul s-a schimbat"

MFM_ch17_markov_switching

Episoade explozive în cripto și acțiuni tehnologice (1/2)



MFM_ch17_crypto_ai

Episoade explozive în cripto și acțiuni tehnologice (2/2)

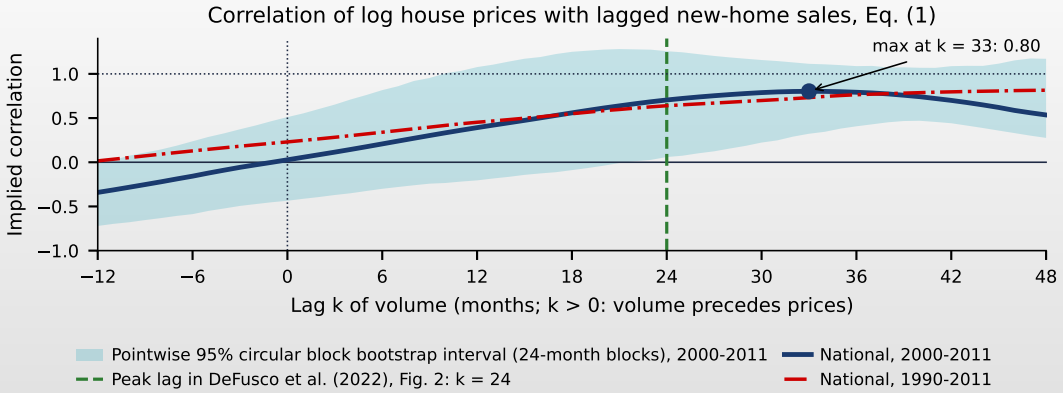
- Logaritmul închiderilor săptămînale (graficul arată doar episoadele de creștere)
  - Fiecare serie testată pe propria istorie, cu propriile valori critice Monte Carlo
- Creșterile cripto se grupează în 2017 și la sfîrșitul lui 2020–2021
  - Bitcoin: apr. 2017–iun. 2018, dec. 2020–mai 2021
  - Ethereum: apr. 2017–oct. 2017, nov. 2017–feb. 2018, ian. 2021–mai 2021
  - Dogecoin: ian. 2021–iul. 2021
- Acțiunile
  - Strategy (fostă MicroStrategy, care deține Bitcoin): dec. 2020–mai 2021, apr. 2025–iul. 2025
  - Tesla: nov. 2013–mai 2014, mai 2014–oct. 2014, iul. 2020–mar. 2022
  - NVIDIA: mai 2016–nov. 2018, mai 2020–iun. 2022, ian. 2023–în curs
  - GameStop, săptămînal: creșterea de 3 săptămîni din ianuarie 2021 este mai scurtă decît durata minimă
  - Indicii: Nasdaq 100: iul. 2020–mai 2022, nov. 2023–mar. 2025, apr. 2025–în curs
  - S&P 500: oct. 2021–ian. 2022, aug. 2025–mar. 2026, apr. 2026–în curs

MFM_ch17_crypto_ai

Studiu de caz (1/3): relevanța, date și metodă

- Testele de explozivitate din acest capitol folosesc doar prețuri
  - Dar bulele sînt însoțite de volume mari Scheinkman & Xiong (2003)
  - Investitorii tranzacționează opțiunea de revînzare din Bule dincolo de așteptările raționale
  - Cantitățile arată cine alimentează expansiunea, ca fluxurile din blockchain pentru Bitcoin în 2017 Griffin & Shams (2020)
- Datele: 51 580 408 de vînzări de locuințe din registrele de proprietate
  - 1995–2014, 115 zone metropolitane
  - **Speculatorii**: cumpărătorii care revînd în cel mult trei ani și cumpărătorii care nu locuiesc în proprietate
- Decalajul (ec. 1): $p_{i,t} = \beta_k v_{i,t-k} + \eta_{i,t}$, $k = -12, \ldots, 48$ de luni
  - i: zona metropolitană, t: luna, $\eta_{i,t}$: eroarea
  - p: logaritmul centrat al prețului, v: rata centrată a vînzărilor
  - $k > 0$: volumul de acum k luni
  - Corelația implicită: $\beta_k \, \mathrm{sd}(v_{i,t-k})/\mathrm{sd}(p_{i,t})$, unde sd este abaterea standard

Studiu de caz (2/3): volumul precede prețurile



MFM_ch17_case_study

Studiu de caz (3/3): volumul precede prețurile

- Regresia decalajului (ec. 1) pe seriile naționale, fără termen liber
  - Banda punctuală de 95%: bootstrap circular pe blocuri de 24 de luni, 2 000 de replici
- Corelația implicită este o pantă standardizată, nu o corelație Pearson: limitele pot depăși 1
- Pe 2000–2011, corelația implicită este maximă la $k = 33$ de luni: 0,80, CI [0,32; 1,11]
  - La decalajul de 24 de luni din articol: 0,70, CI [0,06; 1,26]
- Banda exclude zero pentru $k = 22, \ldots, 48$
  - Dar un singur ciclu național conține puține blocuri independente: intervale largi
- Direcția este cea din articol: volumul precede prețurile cu doi-trei ani
  - Pe 1990–2011 maximul cade la capătul grilei ($k = 48$, 0,82): decalajul nu este identificat

MFM_ch17_case_study

Rîndul dumneavoastră: o idee de proiect

- **Livrabile**
  - O grilă preînregistrată, fixată într-un document datat înaintea evaluării
  - Un notebook care regenerează fiecare cifră
  - Rate de alarme false și rate de succes (*hit rates*) cu valori p valide
- **Jurnalul AI** (șabloane)
  - `AI_USE.md`: prompturile care au influențat metodologia
  - `AI_ERRORS.md`: fiecare afirmație greșită (valori critice pentru coada stîngă, un semnal calculat cu date din întregul eșantion) și testul care a depistat-o

Transversalitatea: originea termenului de bulă

- Substituim ecuația de preț în ea însăși de h ori (legea mediilor condiționate iterate)
  - $P_t = \sum_{i=1}^{h} \frac{\mathbb{E}_t[D_{t+i}]}{(1+r)^i} + \frac{\mathbb{E}_t[P_{t+h}]}{(1+r)^h}$
- Pentru $h \to \infty$: $P_t = F_t + B_t$, cu $B_t = \lim_{h\to\infty} \mathbb{E}_t[P_{t+h}]/(1+r)^h$
- **Condiția de transversalitate**: $\lim_{h\to\infty} \mathbb{E}_t[P_{t+h}]/(1+r)^h = 0$
  - Ea este îndeplinită $\Leftrightarrow B_t = 0 \Leftrightarrow P_t = F_t$
- Decalăm limita cu o perioadă: $\mathbb{E}_t[B_{t+1}] = \lim_h \mathbb{E}_t[P_{t+1+h}]/(1+r)^h = (1+r)\, B_t$
  - Condiția ca bula actualizată să fie un martingal
- Condiția $B_t \geq 0$ exclude o bulă care pornește de la zero Diba & Grossman (1988)
  - O bulă nulă azi rămîne nulă

Înapoi

„Bubbles for Fama": mărimea efectivă a eșantionului

- Episoadele de creștere sînt distribuite în 32 de ani calendaristici și se suprapun
  - Ferestrele consecutive de 2 ani din același avînt au luni comune
- SE bootstrap pe ani: 8,9 puncte procentuale
  - SE binomială $\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} = 6{,}8$, cu $\hat{p} = 0{,}45$ și $n = 53$
- Efectul de design $\mathrm{deff} = (\mathrm{SE}_{\mathsf{boot}}/\mathrm{SE}_{\mathsf{bin}})^2 = 1{,}71$
  - Mărimea efectivă $n_{\mathsf{eff}} = n/\mathrm{deff} \approx 31$ de observații independente
- Blocuri de 2, 3 și 5 ani consecutivi: SE $= 9{,}0;\ 8{,}6;\ 7{,}8$
  - Ferestrele de 2 ani din ani vecini se suprapun
- Randamentul mediu necondiționat pe 2 ani, pe toate lunile-industrie: 28%
  - Peste CI al randamentului mediu după o creștere de 100% (-13% pînă la 20%): randamentele după creșteri par mai mici decît de obicei
  - O comparație descriptivă, nu un test formal al diferenței dintre două estimări dependente

înapoi

Eșecul ADF pe întregul eșantion: influența colapsurilor

- Panta OLS: $\hat{b} = \sum_t \tilde{y}_{t-\mathbf{1}} \Delta y_t / \sum_t \tilde{y}^{\mathbf{2}}_{t-\mathbf{1}}$
  - $\tilde{y}_{t-\mathbf{1}}$: logaritmul prețului întîrziat minus media lui din eșantion
  - Expansiunea: $\Delta y_t > 0$ în timp ce $\tilde{y}_{t-\mathbf{1}}$ urcă peste medie: termeni pozitivi
  - Colapsul: cel mai negativ Δy_t apare la cel mai mare $\tilde{y}_{t-\mathbf{1}}$: cîțiva termeni negativi foarte mari
- Forma Evans în logaritmi, $y = \ln B$, colaps la $\delta = e^c$ cu probabilitatea $1 - \pi$ Evans (1991)
  - Pentru $B \gg \delta$, creșterea logaritmică la supraviețuire este $\approx \ln \frac{\mathbf{1}+r}{\pi}$
  - $\mathbb{E}[\Delta y_t \mid y_{t-\mathbf{1}}] \approx \pi \ln \frac{\mathbf{1}+r}{\pi} + (1-\pi)(c - y_{t-\mathbf{1}})$
  - Panta $-(1-\pi) < 0$: revenire aparentă la medie, deși $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = (1+r)B_t$
- Ferestrele cu expansiunea, dar fără colaps, au $\hat{b} > 0$
  - Cînd logaritmul prețului accelerează (slide-ul următor)
  - Supremul pe ferestre îi redă testului puterea Phillips, Shi & Yu (2015b)

Înapoi

Exploziv în niveluri, accelerat în logaritmi

- O bulă rațională este explozivă în **nivel**: $\mathbb{E}_t[B_{t+\mathbf{1}}] = (1+r)B_t$
  - O rădăcină autoregresivă $1 + r > 1$
- Exemplu determinist: F constant sau cu creștere mai lentă decît r, $B_t = (1+r)^t B_{\mathbf{0}}$
  - Logaritmul prețului $\ln(F_t + B_t)$ **accelerează**: creșterea lui urcă de la cea a lui F spre $\ln(1+r)$, o traiectorie convexă
  - O bulă stocastică nu garantează această formă: la Blanchard–Watson, cît supraviețuiește, rata este $\ln((1+r)/\pi)$, iar zgomotul și colapsurile schimbă traiectoria
- Deci testul pe logaritmul prețului vizează o altă alternativă
  - Un logaritm al prețului care **accelerează**, nu condiția din niveluri
  - Contează specificarea ipotezei nule și a termenilor determiniști Phillips, Shi & Yu (2014)
- În acest capitol testăm logaritmul prețurilor și al rapoartelor, ca PWY pentru Nasdaq Phillips, Wu & Yu (2011)
  - PSY testează raportul preț/dividend Phillips, Shi & Yu (2015a)

Înapoi

Teoria asimptotică (1): distribuția sub ipoteza nulă

- Modelul nul: $y_t = d\,T^{-\eta} + y_{t-1} + \varepsilon_t$, $\eta > 1/2$, ε_t iid $(0, \sigma^2)$ Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - Un mers aleator cu drift asimptotic neglijabil $d\,T^{-\eta}$ (d: o constantă)
- Limita (PSY, Teorema 1, ec. 5)
  - Din teorema limită centrală funcțională și teorema aplicației continue
  - $$\mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} r_w \left[W(r_2)^2 - W(r_1)^2 - r_w\right] - \int_{r_1}^{r_2} W\,dr\,\left[W(r_2) - W(r_1)\right]}{r_w^{1/2} \left\{ r_w \int_{r_1}^{r_2} W^2 dr - \left(\int_{r_1}^{r_2} W\,dr \right)^2 \right\}^{1/2}}$$
  - $r_w = r_2 - r_1$: lungimea ferestrei
  - W: mișcarea browniană standard
  - $\Rightarrow$: convergența în distribuție cînd $T \to \infty$
- σ și d dispar: limita este pivotală
  - SADF și GSADF sînt supremuri ale aceleiași funcționale: valorile lor critice depind doar de r_0 și de termenii deterministi
- $r_1 = 0$, $r_2 = 1$: limita Dickey–Fuller cu termen liber
  - Cuantila ei de 95% este negativă (simulată: $-0{,}06$), departe de 1,645
  - Specificarea drift-ului și a termenului liber schimbă limita și nivelul testului Phillips, Shi & Yu (2014)

înapoi

Teoria asimptotică (2): alternative ușor explozive

- Alternativa: $y_t = \rho_T\, y_{t-\mathbf{1}} + \varepsilon_t$ cu $\rho_T = 1 + c/k_T$, $c > 0$, $k_T \to \infty$, $k_T = o(T)$
  - c: gradul de explozivitate
  - k_T: viteza cu care rădăcina se apropie de 1, iar $k_T = o(T)$ înseamnă $k_T/T \to 0$
  - PSY folosesc $k_T = T^{\alpha}$, cu $\alpha \in (0, 1)$
  - Mai aproape de 1 decît orice rădăcină explozivă fixă, mai departe decît o rădăcină local-unitară $1 + c/T$: viteza „moderată" a bulelor reale
- Phillips și Magdalinos: $\dfrac{\rho_T^T}{\rho_T^{\mathbf{2}} - 1}\,(\hat{\rho}_T - \rho_T) \Rightarrow \mathcal{C}$ Phillips & Magdalinos (2007)
  - O lege Cauchy standard, fără a presupune erori gaussiene
  - $\hat{\rho}_T$: estimarea OLS a lui ρ_T
  - $\mathcal{C}$: distribuția Cauchy standard
  - Rata de convergență $k_T \rho_T^T$ este exponențial de rapidă
  - Statistica ADF diverge la $+\infty$
- Deci și SADF și GSADF diverg: testele sînt consistente, puterea $\to 1$ Phillips, Shi & Yu (2015b)
  - Pentru GSADF ajunge orice fereastră de cel puțin $r_0 T$ observații din interiorul bulei
- În eșantioane finite, puterea depinde de c, α și de durată
  - Exploziile scurte pot rămîne sub prag, ca în simularea Evans

Înapoi

Teoria asimptotică (3): datarea consistentă

- Momentele de traversare (PSY, ec. 7–8)
  - $\hat{r}_e = \inf\{r_2 \geq r_0 : \mathrm{BSADF}_{r_2} > scv_{r_2}^{\beta_T}\}$, $\hat{r}_f = \inf\{r_2 \geq \hat{r}_e + \delta \ln(T)/T : \mathrm{BSADF}_{r_2} < scv_{r_2}^{\beta_T}\}$
  - $\hat{r}_e$, $\hat{r}_f$: începutul și sfîrșitul estimate, ca fracții din eșantion
  - inf: primul r_2 care îndeplinește condiția
  - $scv_{r_2}^{\beta_T}$: cuantila de $100(1-\beta_T)\%$ a BSADF pe $\lfloor Tr_2 \rfloor$ observații, unde $\lfloor \cdot \rfloor$ este rotunjirea în jos
  - β_T: nivelul testului
- Consistența (PSY, ec. 11): $(\hat{r}_e, \hat{r}_f) \to_p (r_e, r_f)$ dacă $\frac{1}{scv^{\beta_T}} + \frac{scv^{\beta_T}}{T^{1-\alpha/2}} \to 0$
  - $\to_p$: convergența în probabilitate către datele adevărate r_e, r_f
  - Valoarea critică trebuie să crească nelimitat, ca alarmele false să dispară ($\beta_T \to 0$)
  - Dar mai încet decît $T^{1-\alpha/2}$, ca bulele reale să fie totuși găsite, de exemplu ca $\ln T$ Phillips, Shi & Yu (2015a)
- În practică β_T este fixat la 5% la fiecare dată
  - Pe sute de date o alarmă falsă devine probabilă (studiul Monte Carlo de nivel din secțiunea despre wild bootstrap)

Înapoi

Raportul preț/dividend: comparația cu PSY

- Valorile noastre critice: 1 000 de traiectorii Monte Carlo de lungimea eșantionului
- PSY datează și 1879–1880, 1955–1956 și 1986–1987 Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - Pe date pînă în 2010 și fără filtrul nostru de 8 luni consecutive
- Cu o fereastră minimă mai scurtă apar și în datele noastre 1879–1880, 1954–1956 și 2008–2009

Înapoi

Valori critice pe familie: schema bootstrap

- Phillips și Shi: cuantila de 95% a maximului BSADF pe τ_b date consecutive Phillips & Shi (2020)
  - Fixează FWER la 5% pentru schema bootstrap: τ_b date de monitorizare după o perioadă inițială de w_0 observații
- Reeșantionarea
  - Reziduurile e_t din $\Delta y_t = a + e_t$, extrase cu revenire și înmulțite cu ponderi $N(0, 1)$
  - Traiectorii de $w_0 + \tau_b - 1$ variații
  - Numărul de replici bootstrap: 999
- De ce controlul este aici doar aproximativ
  - BSADF pe toată istoria: datele tîrzii parcurg mai multe începuturi posibile decît schema bootstrap
  - Extragerea cu revenire pierde ordinea în timp: spre deosebire de wild bootstrap-ul punctual, care păstrează fiecare Δy_t la data lui, aceste traiectorii ignoră gruparea volatilității din seria Bitcoin
- Regula punctuală dă o depășire în ultimele 104 săptămîni în 42% din traiectoriile nule

Înapoi

Timp real și retrospectivă: precizări

- Coloanele sînt definite ca pe slide-ul principal, cu două precizări
  - Confirmarea este doar pseudo timp real: w_0 și L provin din T al întregului eșantion (o procedură cu adevărat în timp real le fixează ex ante)
  - GameStop: avansurile în zile calendaristice, convertite în luni

Înapoi

Monitorizarea în timp real: proceduri mai noi

- Repetarea unui test gîndit pentru o singură aplicare exagerează rata alarmelor false Astill et al. (2018)
  - Astill et al. compară statisticile din monitorizare cu maximul dintr-o perioadă de antrenare
  - Rata alarmelor false este astfel fixată pentru un orizont ales, robust la volatilitate variabilă
- Bule și crahuri Whitehouse, Harvey & Leybourne (2023)
  - După detectarea bulei, monitorizăm crahul prin semnul mediei lui Δy_t
  - Nu semnalează niciodată un crah înainte de începutul lui
- Detectare mai timpurie Whitehouse, Harvey & Leybourne (2025)
  - Standardizări alternative ale dispersiei păstrează probabilitatea de detectare falsă, dar găsesc bulele mai devreme (Bitcoin, piața imobiliară)
- Faza de crah: PSY aplicat pe eșantionul inversat datează criza și revenirea Phillips & Shi (2018)
- Alternative la sup-ADF
  - Un test Chow de schimbare de la mers aleator la exploziv are cea mai mare putere în comparația lui Homm & Breitung (2012)
  - Teste recursive cu căutarea punctului de start Harvey, Leybourne & Sollis (2015)

Înapoi

LPPL pe piața cripto și pe pieţele emergente

- Bitcoin 2012–2018: episoade de bulă pe mai multe scări de timp, datate cu LPPLS Gerlach, Demos & Sornette (2019)
- Bitcoin: predicția în timp real a crahurilor cu indicatorul de încredere LPPLS Shu & Zhu (2020b)
- Pieţele emergente din America Latină și Asia: bule și anti-bule (scăderi accelerate) log-periodice Johansen & Sornette (2001)
- Bursa de Valori București
  - Comportament de turmă și tipare log-periodice înaintea crahului din 2007–2008 Pele, Mazurencu & Nijkamp (2013)
  - Modelarea crahurilor pe aceeași piață Pele & Mazurencu-Marinescu (2012)
- Criptomonede: o valoare fundamentală din legea lui Metcalfe (mărimea rețelei)
  - Combinată cu bule LPPL Pele & Mazurencu-Marinescu-Pele (2019), Conda et al. (2026)
- Dogecoin 2021: LPPL împreună cu sentimentul din rețelele sociale Pele (2025)
- Lecția comună: LPPL descrie bine accelerarea
  - Dar data crahului rămîne punctul slab

Înapoi

Estimarea: filtrul Hamilton, netezirea Kim, EM

- Log-verosimilitatea lui θ (toți μ_j, σ_j, p_{ij}), prin predicție și actualizare Hamilton (1989)
  - $\ell(\theta) = \sum_t \ln \sum_j P(s_t = j \mid \mathcal{F}_{t-\mathbf{1}})\, \varphi(r_t; \mu_j, \sigma_j^{\mathbf{2}})$
  - $\mathcal{F}_t$: randamentele pînă la t
  - $\varphi(x; \mu, \sigma^{\mathbf{2}})$: densitatea distribuției Normale cu media μ și dispersia $\sigma^{\mathbf{2}}$
- Netezirea Kim, înapoi Kim (1994)
  - $P(s_t = j \mid \mathcal{F}_T) = P(s_t = j \mid \mathcal{F}_t) \sum_k p_{jk} \dfrac{P(s_{t+\mathbf{1}} = k \mid \mathcal{F}_T)}{P(s_{t+\mathbf{1}} = k \mid \mathcal{F}_t)}$
- Algoritmul EM (*Expectation-Maximisation*; pasul E: media condiționată, pasul M: maximizarea), în care pasul M este o medie ponderată Hamilton (1990)
  - Probabilitățile netezite $\xi_{tj} = P(s_t = j \mid \mathcal{F}_T)$, $\xi_{t,ij} = P(s_{t-\mathbf{1}} = i, s_t = j \mid \mathcal{F}_T)$
  - $\hat{\mu}_j = \dfrac{\sum_t \xi_{tj} r_t}{\sum_t \xi_{tj}}$, $\hat{\sigma}_j^{\mathbf{2}} = \dfrac{\sum_t \xi_{tj} (r_t - \hat{\mu}_j)^{\mathbf{2}}}{\sum_t \xi_{tj}}$, $\hat{p}_{ij} = \dfrac{\sum_{t \geq \mathbf{2}} \xi_{t,ij}}{\sum_{t \geq \mathbf{2}} \xi_{t-\mathbf{1},i}}$
- Verosimilitate nemărginită ($\sigma_j \to 0$ pe un singur randament) și mai multe maxime locale
  - 20 de seturi aleatoare de valori inițiale, apoi optimizarea completă; dacă LR < 0, reoptimizare cu mai multe porniri
  - Fără penalizare: un $\hat{p}_{ij} < 10^{-\mathbf{4}}$ sau un $\hat{\sigma}_j$ sub 5% din volatilitatea eșantionului marchează un maxim pe frontieră
  - Erorile standard din inversa hessianei numerice presupun un număr cunoscut de regimuri

înapoi

Caracterul nestandard al testului LR pentru regimuri

- Sub H_0 mediile și dispersiile regimurilor coincid Hansen (1992)
  - p_{11}, p_{22} nu sînt identificate: parametri de perturbare prezenți doar sub H_1
  - Matricea informațională este singulară, iar unele scoruri sînt identic nule
- Hansen: margini pentru LR standardizat, prin teoria proceselor empirice Hansen (1992)
- Carrasco, Hu și Ploberger: un test optim Carrasco, Hu & Ploberger (2014)
  - Cere doar estimarea sub H_0, cu valori critice bootstrap
- Două regimuri față de trei: aceeași logică
  - Modelul nul este atunci lanțul cu două regimuri estimat

înapoi

Studiu de caz, date și metodă (1/2)

- Datele (Secțiunea 1.1): doar vînzări între părți independente
  - 115 zone metropolitane (48% din fondul de locuințe al SUA)
  - În 57 dintre ele, anunțurile de vînzare sînt asociate tranzacțiilor
  - Analiza ciclului acoperă 2000–2011: perioadele de deținere realizate cer vînzări consecutive
- Speculatorii (Secțiunea 1.2)
  - Cumpărătorii pe termen scurt: revînd în cel mult trei ani (perioada de deținere realizată)
  - Cumpărătorii care nu locuiesc în proprietate: declară o altă adresă de corespondență (102 zone)
- Decalajul (ec. 1, Figura 2): construcția variabilelor
  - p: logaritmul prețului, centrat pe oraș
  - v: vînzările raportate la fondul de locuințe din 2000, centrate pe oraș și lună calendaristică
  - Erori standard grupate pe lună

Înapoi

Studiu de caz, date și metodă (2/2)

- Analiza între orașe (Tabelul 2): regresii OLS pe creșterea volumului speculativ (2000–2005)
  - Variabilele explicate: creșterea prețurilor (2000–2006), scăderea lor (2006–2011), stocul oferit, volumul, executările silite
- Modelul (Secțiunile 5–6): cumpărători care extrapolează, cu orizonturi diferite
  - Nu orice locuință oferită spre vînzare se vinde
  - Scenarii contrafactuale: așteptări raționale, fără speculatori, taxe pe tranzacții

Înapoi

Studiu de caz, rezultatele complete (1/2)

- Figura 4: vînzările cresc de la 2,73 la 3,82 milioane (2000 la 2005)
  - Revînzările după o deținere scurtă: de la 510 la 940 de mii, adică 39% din creștere
  - Cumpărările neocupanților: 53%
  - Interpretare: speculatorii explică o mare parte din creșterea volumului
- Tabelul 2, Panelul A: coeficientul din regresia creșterii prețurilor 1,930
  - Eroare standard 0,297, $R^2 = 0{,}272$
  - O abatere standard în plus (12,9%, Tabelul 1): creșterea prețului mai mare cu 24,9 puncte procentuale
  - Scăderea prețului: coeficientul $-0{,}571$ (eroare standard 0,083), adică o scădere cu 7,4 puncte mai adîncă
  - Interpretare: mai multă speculație, expansiuni și crahuri mai mari

Înapoi

Studiu de caz, rezultatele complete (2/2)

- Tabelul 2, Panelurile B–C (Secțiunea 3.2)
  - Cantități în % din volumul total din 2003
  - Stocul nevîndut în acalmie: coeficientul 5,961 (eroare standard 1,353), adică 76,9 puncte în plus pentru o abatere standard
  - Executările silite: coeficientul 0,895 (eroare standard 0,398), adică 11,5 puncte, circa 370 de mii de executări în plus în cele 115 zone
  - Interpretare: speculatorii care au cumpărat în expansiune oferă locuințele spre vînzare în acalmie și nu le vînd
  - Faptul că acest mecanism întoarce ciclul este un rezultat al modelului (Secțiunile 5–6), nu este identificat de regresii
- Figura 7, Panelul C: o creștere a prețului de 10% în ultimul an
  - Este asociată cu o pondere a cumpărătorilor pe termen scurt mai mare cu 8,2 puncte
  - Interpretare: extrapolarea atrage cumpărători cu orizont scurt
- Tabelul 6 (modelul): o taxă de 5% din prețul de cumpărare, plătită la vînzare
  - Aplicată tuturor cumpărătorilor, reduce scăderea simulată a log-prețului de la 8,2 la 1,1 puncte logaritmice (100× variația log-prețului)
  - Aplicată doar neocupanților, o reduce la 5,8 puncte
  - Interpretare: orizontul scurt, nu faptul că nu locuiesc în proprietate, amplifică ciclul

Înapoi

Studiu de caz, inferența pentru laguri

- p și v sînt centrate pe întregul eșantion
- Corelația implicită este 0,03 la $k = 0$ și $-0{,}34$ la $k = -12$
  - Corelații între niveluri, nu un test al direcției (dacă prețurile preced volumul)
- Ec. (1) nu are termen liber, iar seriile decalate nu au neapărat media zero
  - De aceea limitele bootstrap pot depăși 1
- Bootstrap-ul pe blocuri presupune serii stabile, cu dependență slabă
  - Ipoteză discutabilă pentru un singur ciclu de expansiune și crah în niveluri: banda este punctuală și exploratorie

Înapoi

Bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (1/2)

- **Literatura**: cartografiem ce se știe, apoi verificăm fiecare referință
  - „Ce articole controlează rata alarmelor false în monitorizarea secvențială a bulelor și ce nivel și putere raportează? Dă DOI-ul și configurația simulării.”
  - Accesăm fiecare referință prin DOI pe Crossref și găsim tabelul de simulare citat în răspuns
  - Căutăm cu Semantic Scholar, Elicit sau Google Scholar
- **Ipoteze**: explicații concurente, fiecare cu o implicație observabilă distinctă
  - „Pentru episodul NVIDIA actual, listează explicațiile concurente (bulă rațională, fluxuri de numerar așteptate explozive, rată de actualizare în scădere) și implicația observabilă a fiecăreia.”
  - De exemplu, o bulă implică un raport preț/profit exploziv
  - Fluxurile explozive implică profituri explozive, cu un raport stabil
- **Date și cod**: pe datele cursului, replicînd întîi o cifră cunoscută
  - „Implementează GSADF cu r0 = 0.01 + 1.8/sqrt(T) pe închiderile săptămînale Bitcoin din datele cursului și simulează valoarea critică de 95%.”
  - Replicăm întîi: GSADF $= 3{,}85$ și valoarea critică 2,27 pe 626 de săptămîni

Înapoi

Bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (2/2)

- **Robustețea**, fixată înainte de evaluarea alarmelor
  - „Preînregistrează evaluarea alarmei: orizonturi de 30/60/90/180 de zile, praguri de crah de 10/20/30%, inferență robustă la ferestre suprapuse, corecție Holm pe cele 12 celule.”
  - Douăsprezece celule încercate și una raportată înseamnă căutarea repetată în aceleași date (*data snooping*)
  - Douăsprezece celule preînregistrate și corectate înseamnă un test
- **Critica**: îi cerem asistentului să atace rezultatul
  - „Joacă rolul unui recenzent: de ce ar putea fi o asociere alarmă-crah un artefact al ferestrelor suprapuse, al folosirii informației viitoare (*look-ahead bias*) sau al alegerii activelor?”
  - Răspuns așteptat: observațiile dependente exagerează semnificația
  - Valorile critice sînt calculate pe întregul eșantion
  - Sînt alese doar episoade celebre, selecția pe care Greenwood, Shleifer & You (2019) o evită
- **Raportul**: ratele de succes cu valori p valide, toate cele 12 celule, alarmele care au eșuat
  - Prompturile folosite la stabilirea metodologiei se consemnează în `AI_USE.md`

Înapoi

Verificările cercetătorului

- **Informație din întregul eșantion în datare**
  - Valori critice, număr de laguri sau eliminarea tendinței, estimate pe întregul eșantion
  - Test: trunchiem eșantionul la t și recalculăm: semnalul de la t nu trebuie să se schimbe
- **Coada greșită**
  - Valorile critice ADF pentru coada stîngă (aproximativ $-2{,}86$) folosite pentru o alternativă explozivă
  - Test: pe traiectorii de mers aleator simulate, testul pe coada dreaptă trebuie să respingă în aproximativ 5% din traiectorii
- **Volatilitate variabilă**
  - Test: valori critice wild bootstrap, pentru Bitcoin 2,82 în loc de 2,27
- **Multiplicitatea**: multe date, active și ferestre
  - Test: rulăm regula pe traiectorii de mers aleator simulate și numărăm traiectoriile cu cel puțin o alarmă
- **Rezultate suprapuse**: testul exact al lui Fisher sau testul χ^2 exagerează semnificația
  - Test: bootstrap pe blocuri sau rotații circulare ale seriei alarmelor
  - Excludem ferestrele tăiate de sfîrșitul datelor

Înapoi

Mini studiu de caz: ce spune și ce nu spune rezultatul

- O valoare p unilaterală mare nu dovedește **lipsa** informației
  - Arată doar că datele nu susțin o probabilitate de crah **mai mare** după alarme
  - Ambele estimări punctuale sînt **negative**
  - Valoarea p unilaterală din rotații pentru $\Delta < 0$, o rată de crah **mai mică** după alarme: 0,07 pentru Bitcoin și 0,02 pentru Nasdaq 100
  - Bitcoin: acest 0,07 și valoarea p unilaterală Newey–West 0,024 răspund aceleiași întrebări sub ipoteze nule diferite (rotații staționare, față de o regresie cu erori HAC)
  - Lectură post-hoc, bilaterală: alarmele apar în creșteri constante care nu s-au încheiat cu un crah în 90 de zile
- Ipoteza din spatele valorilor p din rotații
  - Sub H_0, orice deplasare circulară a seriei alarmelor (cel puțin 26 de pași, capetele unite) este la fel de probabilă ca alinierea observată
  - Este mai restrictivă decît egalitatea ratelor: cere serii staționare și alarme independente de procesul crahurilor
  - Deci valorile p sînt exploratorii
  - Nivelul lor se verifică prin simulare sub procese nule plauzibile

Înapoi

Studiu suplimentar pe Quantinar

Cursuri avansate pe quantinar.com

- Cryptocurrency: Speculative Asset and Medium of Exchange
- Are Cryptos becoming alternative Assets?
- Statistics of Financial Markets

Cod și date

- Quantlets: github.com/danpele/MFM/tree/main/Quantlets/Ch_17

Înapoi

Acronime folosite în acest material (1/2)

- **ADF**: Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat*
- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **AR**: AutoRegressive model — *model autoregresiv*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BET-FI**: BET Financial Investment companies index — *indicele BVB al societăților de investiții financiare*
- **BSADF**: Backward Sup Augmented Dickey–Fuller (statistic) — *statistica Dickey–Fuller augmentată supremă, calculată înapoi de la fiecare dată*
- **CI**: Confidence Interval — *interval de încredere*
- **CoVaR**: Conditional Value-at-Risk — *VaR-ul sistemului condiționat de starea unei instituții*
- **DOI**: Digital Object Identifier — *identificatorul permanent al unui articol*
- **EM**: Expectation-Maximisation (algorithm) — *algoritmul expectation–maximization: pasul E (media condiționată) și pasul M (maximizarea)*
- **FRED**: Federal Reserve Economic Data — *baza de date economice a Rezervei Federale (St. Louis)*
- **FWER**: Family-Wise Error Rate — *probabilitatea de cel puțin o eroare de tip I în familia de teste*
- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity — *heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată*
- **GSADF**: Generalised Sup Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat suprem generalizat*

Acronime folosite în acest material (2/2)

- **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent (standard errors) — *erori standard robuste la heteroscedasticitate și autocorelație*
- **JLS**: Johansen–Ledoit–Sornette (model) — *modelul Johansen–Ledoit–Sornette*
- **JST**: Jordà–Schularick–Taylor (Macrohistory Database) — *baza de date Macrohistory Jordà–Schularick–Taylor*
- **LPPL**: Log-Periodic Power Law — *legea de putere log-periodică*
- **LPPLS**: Log-Periodic Power Law Singularity (model) — *modelul singularității de tip lege de putere log-periodică*
- **LR**: Likelihood Ratio (test) — *testul raportului de verosimilitate*
- **MC**: Monte Carlo (simulation) — *simulare Monte Carlo*
- **NVIDIA**: NVIDIA Corporation (company name, US chip designer) — *NVIDIA Corporation (nume de companie, proiectant american de cipuri)*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **PIB**: Produsul Intern Brut
- **PSY**: Phillips–Shi–Yu (bubble test and date-stamping procedure) — *procedura Phillips–Shi–Yu de testare și datare a bulelor*
- **PWY**: Phillips–Wu–Yu (bubble test and date-stamping procedure) — *procedura Phillips–Wu–Yu de testare și datare a bulelor*
- **SADF**: Sup Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat suprem*
- **SE**: Standard Error — *eroare standard*
- **SRISK**: Systemic RISK (capital shortfall measure) — *deficitul de capital al unei bănci într-o criză sistemică*
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **USD**: United States Dollar — *dolarul american*
- **VaR**: Value-at-Risk — *valoarea la risc*

Bibliografie (1/5)

- Abreu, D., Brunnermeier, M.K. (2003). Bubbles and crashes. *Econometrica*, 71(1), 173–204.
- Astill, S., Harvey, D.I., Leybourne, S.J., Sollis, R., Taylor, A.M.R. (2018). Real-time monitoring for explosive financial bubbles. *Journal of Time Series Analysis*, 39(6), 863–891.
- Baron, M., Verner, E., Xiong, W. (2021). Banking crises without panics. *Quarterly Journal of Economics*, 136(1), 51–113.
- Blanchard, O.J., Watson, M.W. (1982). Bubbles, rational expectations and financial markets. NBER Working Paper 945.
- Brunnermeier, M.K., Nagel, S. (2004). Hedge funds and the technology bubble. *Journal of Finance*, 59(5), 2013–2040.
- Carrasco, M., Hu, L., Ploberger, W. (2014). Optimal test for Markov switching parameters. *Econometrica*, 82(2), 765–784.
- Cheah, E.-T., Fry, J. (2015). Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. *Economics Letters*, 130, 32–36.
- Conda, A., Ginavar, A., Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu-Pele, M. (2026). Cryptocurrency market analysis: insights from Metcalfe's law and log-periodic power laws. In *Handbook of Blockchain Analytics*, Springer, 63–79.
- DeFusco, A.A., Nathanson, C.G., Zwick, E. (2022). Speculative dynamics of prices and volume. *Journal of Financial Economics*, 146(1), 205–229.
- Demirer, R., Demos, G., Gupta, R., Sornette, D. (2019). On the predictability of stock market bubbles: evidence from LPPLS confidence multi-scale indicators. *Quantitative Finance*, 19(5), 843–858.
- Demos, G., Sornette, D. (2017). Birth or burst of financial bubbles: which one is easier to diagnose?. *Quantitative Finance*, 17(5), 657–675.
- Diba, B.T., Grossman, H.I. (1988). Explosive rational bubbles in stock prices?. *American Economic Review*, 78(3), 520–530.
- Evans, G.W. (1991). Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices. *American Economic Review*, 81(4), 922–930.
- Fama, E.F. (2014). Two pillars of asset pricing. *American Economic Review*, 104(6), 1467–1485.

Bibliografie (2/5)

- Filimonov, V., Sornette, D. (2013). A stable and robust calibration scheme of the log-periodic power law model. *Physica A*, 392(17), 3698–3707.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). Statistics of Financial Markets: An Introduction, 5th ed. Springer.
- Garber, P.M. (1990). Famous first bubbles. *Journal of Economic Perspectives*, 4(2), 35–54.
- Geraskin, P., Fantazzini, D. (2013). Everything you always wanted to know about log-periodic power laws for bubble modeling but were afraid to ask. *European Journal of Finance*, 19(5), 366–391.
- Gerlach, J.-C., Demos, G., Sornette, D. (2019). Dissection of Bitcoin's multiscale bubble history from January 2012 to February 2018. *Royal Society Open Science*, 6(7), 180643.
- Greenwood, R., Hanson, S.G., Shleifer, A., Sørensen, J.A. (2022). Predictable financial crises. *Journal of Finance*, 77(2), 863–921.
- Greenwood, R., Shleifer, A., You, Y. (2019). Bubbles for Fama. *Journal of Financial Economics*, 131(1), 20–43.
- Griffin, J.M., Shams, A. (2020). Is Bitcoin really untethered?. *Journal of Finance*, 75(4), 1913–1964.
- Hamilton, J.D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384.
- Hamilton, J.D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, 45(1–2), 39–70.
- Hansen, B.E. (1992). The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the Markov switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics*, 7(S1), S61–S82.
- Harvey, D.I., Leybourne, S.J., Sollis, R. (2015). Recursive right-tailed unit root tests for an explosive asset price bubble. *Journal of Financial Econometrics*, 13(1), 166–187.
- Harvey, D.I., Leybourne, S.J., Sollis, R., Taylor, A.M.R. (2016). Tests for explosive financial bubbles in the presence of non-stationary volatility. *Journal of Empirical Finance*, 38, 548–574.

Bibliografie (3/5)

- Homm, U., Breitung, J. (2012). Testing for speculative bubbles in stock markets: a comparison of alternative methods. *Journal of Financial Econometrics*, 10(1), 198–231.
- Johansen, A., Ledoit, O., Sornette, D. (2000). Crashes as critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3(2), 219–255.
- Johansen, A., Sornette, D. (2001). Bubbles and anti-bubbles in Latin-American, Asian and Western stock markets: an empirical study. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 4(6), 853–920.
- Jordà, Ò., Schularick, M., Taylor, A.M. (2017). Macrofinancial history and the new business cycle facts. *NBER Macroeconomics Annual*, 31, 213–263.
- Kim, C.-J. (1994). Dynamic linear models with Markov-switching. *Journal of Econometrics*, 60(1–2), 1–22.
- Kindleberger, C.P., Aliber, R.Z. (2005). Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crises, 5th ed. Palgrave Macmillan.
- Minsky, H.P. (1992). The financial instability hypothesis. Levy Economics Institute, Working Paper 74.
- Pástor, Ľ., Veronesi, P. (2009). Technological revolutions and stock prices. *American Economic Review*, 99(4), 1451–1483.
- Pele, D.T. (2025). Dogecoin and speculative bubbles: a study using LPPL and sentiment analysis. Quantinar course.
- Pele, D.T., Mazurencu, M., Nijkamp, P. (2013). Herding behaviour, bubbles and log periodic power laws in illiquid stock markets: a case study on the Bucharest Stock Exchange. SSRN Working Paper.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M. (2012). Modelling stock market crashes: the case of Bucharest Stock Exchange. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 58, 533–542.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu-Pele, M. (2019). Metcalfe's law and log-period power laws in the cryptocurrencies market. *Economics*, 13(1), 2019-29.
- Pele, D.T., Wesselhöfft, N., Härdle, W.K., Kolossiatis, M., Yatracos, Y.G. (2023). Are cryptos becoming alternative assets?. *European Journal of Finance*, 29(10), 1064–1105.

Bibliografie (4/5)

- Phillips, P.C.B., Magdalinos, T. (2007). Limit theory for moderate deviations from a unit root. *Journal of Econometrics*, 136(1), 115–130.
- Phillips, P.C.B., Shi, S. (2018). Financial bubble implosion and reverse regression. *Econometric Theory*, 34(4), 705–753.
- Phillips, P.C.B., Shi, S. (2020). Real time monitoring of asset markets: bubbles and crises. In *Handbook of Statistics: Financial, Macro and Micro Econometrics Using R*, Elsevier, 61–80.
- Phillips, P.C.B., Shi, S., Yu, J. (2014). Specification sensitivity in right-tailed unit root testing for explosive behaviour. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 76(3), 315–333.
- Phillips, P.C.B., Shi, S., Yu, J. (2015a). Testing for multiple bubbles: historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500. *International Economic Review*, 56(4), 1043–1078.
- Phillips, P.C.B., Shi, S., Yu, J. (2015b). Testing for multiple bubbles: limit theory of real-time detectors. *International Economic Review*, 56(4), 1079–1134.
- Phillips, P.C.B., Wu, Y., Yu, J. (2011). Explosive behavior in the 1990s Nasdaq: when did exuberance escalate asset values?. *International Economic Review*, 52(1), 201–226.
- Scheinkman, J.A., Xiong, W. (2003). Overconfidence and speculative bubbles. *Journal of Political Economy*, 111(6), 1183–1220.
- Shi, S., Phillips, P.C.B. (2023). Diagnosing housing fever with an econometric thermometer. *Journal of Economic Surveys*, 37(1), 159–186.
- Shiller, R.J. (2015). Irrational Exuberance, revised and expanded 3rd ed. Princeton University Press.

Bibliografie (5/5)

- Shu, M., Zhu, W. (2020a). Detection of Chinese stock market bubbles with LPPLS confidence indicator. *Physica A*, 557, 124892.
- Shu, M., Zhu, W. (2020b). Real-time prediction of Bitcoin bubble crashes. *Physica A*, 548, 124477.
- Sornette, D. (2017). Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems. Princeton University Press.
- Time (1929). Business & Finance: Bankers v. Panic. *Time*, 4 noiembrie 1929.
- Vasilopoulos, K., Pavlidis, E., Martínez-García, E. (2022). exuber: recursive right-tailed unit root testing with R. *Journal of Statistical Software*, 103(10).
- Wheatley, S., Sornette, D., Huber, T., Reppen, M., Gantner, R.N. (2019). Are Bitcoin bubbles predictable? Combining a generalized Metcalfe's law and the log-periodic power law singularity model. *Royal Society Open Science*, 6(6), 180538.
- Whitehouse, E.J., Harvey, D.I., Leybourne, S.J. (2023). Real-time monitoring of bubbles and crashes. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 85(3), 482–513.
- Whitehouse, E.J., Harvey, D.I., Leybourne, S.J. (2025). Real-time monitoring procedures for early detection of bubbles. *International Journal of Forecasting*, 41(3), 1260–1277.
- Williamson, S.H. (2026). Daily closing value of the Dow Jones Average, 1885 to present. MeasuringWorth.