









Modelarea piețelor financiare

Capitolul 2: Eficiența pieței — de la EMH la piețe adaptive



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Pot prețurile trecute și informațiile publice să prezică randamentele?



Eugene F. Fama. **Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons**

"A market in which prices always 'fully reflect' available information is called 'efficient.'"
— *Fama (1970)*

- Autocorelația de lag 1 a randamentelor zilnice: $-0{,}099$ la S&P 500 (*Standard & Poor's*) și $0{,}109$ la BET (*Bucharest Exchange Trading*, indicele de referință al Bursei de Valori București), ambele semnificative
  - Bitcoin: $-0{,}022$, în banda de test robustă, deci nu respingem $\rho_1 = 0$
- Randamentul de ieri explică 0,98% din dispersia randamentului de azi la S&P 500 și 1,19% la BET
- Raportul dividend–preț, 680 de prognoze lunare pentru S&P 500: R^2 în afara eșantionului (*out-of-sample*) $= -0{,}51\%$
  - prognoza este mai slabă decît media istorică
- Din 2 000 de reguli de tranzacționare aleatoare, 5,2% sînt „semnificative" la 5%
  - cea mai bună are $|t| = 3{,}30$, deși este pur hazard

▸ Graficul central: autocorelația de ordinul 1 pe piețe

Planul capitolului

- Pot prețurile trecute, știrile sau alte informații publice să prezică randamentele?
  - după ajustarea la risc și costuri
- Secțiunile 1–5 conțin materia de bază și se încheie cu o scurtă verificare.
- Temele pentru studiu suplimentar conțin demonstrațiile, celelalte teste și temele de proiect.
- Exemplele detaliate și subiectele avansate sînt în Aprofundări, după Sinteză
  - butonul din subsol duce la ele, iar butonul Înapoi revine la slide-ul de plecare

- 1. Randamente și informație
- 2. Autocorelație și raportul variațelor
- 3. Predictibilitate în afara eșantionului
- 4. Studii de eveniment
- 5. Testare multiplă și anomalii
- Teme pentru studiu suplimentar

Rezultatele învățării

- derivați restricțiile mersului aleator (*random walk*) și raportul variațelor (*variance ratio*) din autocorelații
- calculați autocorelația de lag 1 și raportul variațelor cu erori standard robuste
- calculați R^2 în afara eșantionului și testul Clark–West
- calculați randamentul anormal cumulat într-un studiu de eveniment
- interpretați o anomalie după corecția Holm
- Aprofundări și Anexa: lectură pentru familiarizare

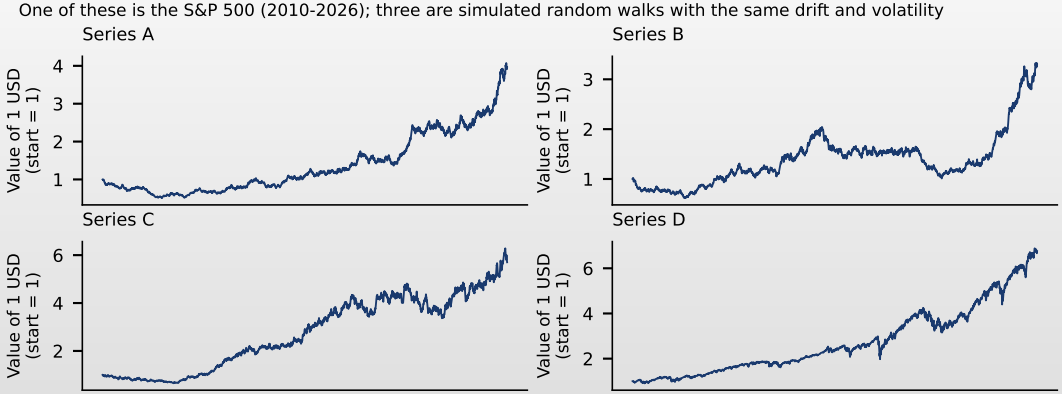
1. Randamente și informație

- **RW1**: Random Walk 1 — mers aleator cu variații independente și identic distribuite.
- **RW2**: Random Walk 2 — mers aleator cu variații independente, fără cerința unei distribuții identice.
- **RW3**: Random Walk 3 — mers aleator cu variații necorelate, care pot fi dependente.

- Întrebarea: ce înseamnă, precis, că prețurile trecute nu conțin informație?
  - informație despre randamentele viitoare
- Contează ce variantă de mers aleator testăm.
  - Un test construit sub RW1 poate respinge doar pentru că volatilitatea variază în timp.
- Orice test are nevoie și de un model al randamentului așteptat.
  - Deci o respingere nu dovedește singură ineficiența.

O serie de prețuri reală printre mersuri aleatoare simulate (1/2)

S&P 500: Standard & Poor's 500 — indice al acțiunilor a 500 de companii mari din Statele Unite.



O serie de prețuri reală printre mersuri aleatoare simulate (2/2)

- Care panou este S&P 500? Votați: A, B, C sau D?

MFM_ch2_random_walk_game

O serie de prețuri reală printre mersuri aleatoare simulate (2/2)

- Care panou este S&P 500? Votați: A, B, C sau D?
- Răspuns: **D**.
- Roberts (1959): mersurile aleatoare simulate produc „tipare" din întîmplare
- Avem nevoie de teste statistice, nu doar de inspecție vizuală
- Bachelier (1900) și Samuelson (1965): prețurile anticipate corect variază aleator
  - deci imprevizibilitatea este semnul unei piețe care funcționează bine

MFM_ch2_random_walk_game

Eficiența și mulțimea de informații

- Fama (1970): o piață este **eficientă** dacă prețurile „reflectă complet" toată informația disponibilă $\mathcal{I}_t$
  - ipoteza piețelor eficiente (*Efficient Market Hypothesis*, EMH)
  - portret și articole de sinteză: Anexa
  - precursori: Anexa
  - formal: nicio strategie bazată pe $\mathcal{I}_t$ nu obține randamente **așteptate** peste randamentul de echilibru (ajustat la risc)

Forma	**Mulțimea de informații $\mathcal{I}_t$**	**Testul tipic (în acest capitol)**
Slabă	Prețurile și randamentele trecute	Autocorelație, raportul variațelor; în anexă: teste de secvențe (runs) și de memorie lungă
Semi-tare	Toată informația publică (știri, raportări)	Studii de eveniment
Tare	Informația publică și cea privilegiată	Randamentele persoanelor inițiate (insiders) și ale administratorilor de fonduri

- Forma tare implică forma semi-tare, iar forma semi-tare implică forma slabă
- Ajustăm randamentele la risc folosind modele factoriale
  - în Capitolul 3

Problema ipotezei comune

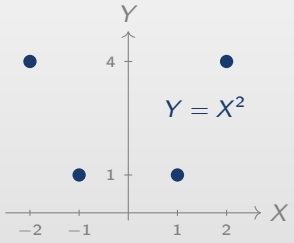
CAPM: Capital Asset Pricing Model — model care leagă randamentul cerut de expunerea la riscul pieței.

- Pentru a stabili „randamentul de echilibru" avem nevoie de un model al randamentelor așteptate
  - de ex. CAPM, Capitolul 3
- Orice test de eficiență este un test **comun** al eficienței și al modelului de evaluare Fama (1991)
  - O respingere poate însemna o piață ineficientă **sau** un model de risc greșit
  - Randamentele **așteptate** predictibile sînt permise dacă ele compensează un risc variabil în timp
- La orizont zilnic randamentele așteptate sînt foarte mici
  - deci alegerea modelului contează puțin
  - testele formei slabe depind cel mai puțin de model
- Un test nu poate demonstra eficiența pieței
  - poate doar să nu o respingă

Corelația și dependența randamentelor

- „Trecutul nu conține informație" poate însemna corelație zero sau independență: cele două nu coincid.
- Autocorelația la lag k este corelația dintre un randament și randamentul de acum k perioade.
- Corelația zero exclude asocierea liniară, dar poate lăsa dependență între pătratele randamentelor.

- Exemplu ipotetic: $X = -2, -1, 1, 2$, la fel de probabile; $Y = X^2$.
- $\mathbb{E}[X] = 0$ și $\mathbb{E}[XY] = (-8 - 1 + 1 + 8)/4 = 0$, deci corelația este zero.
- Dar dacă știm X, știm exact Y: variabilele sînt dependente.



Mersul aleator: modelul

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad p_t = \ln P_t$$

- P_t: nivelul indicelui la închiderea zilei t; p_t: log-prețul.
  - μ: drift-ul (creșterea medie pe zi).
  - ε_t: șocul zilei, cu media zero și dispersia σ^2.
- Prin substituții repetate: $p_t = p_0 + \mu t + \sum_{s=1}^{t} \varepsilon_s$.
  - Log-prețul este un trend liniar plus suma tuturor șocurilor trecute.
- Echivalent, randamentul logaritmic $r_t = p_t - p_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$.
- Cea mai bună prognoză: $\mathbb{E}[p_{t+h} \mid \mathcal{I}_t] = p_t + \mu h$, cu $\mathcal{I}_t = \{p_t, p_{t-1}, \dots\}$.
  - Valabilă dacă $\mathbb{E}[\varepsilon_{t+1} \mid \mathcal{I}_t] = 0$ (șocuri cu media condiționată zero): prețul de azi plus drift-ul.
  - RW3 (autocorelații nule) nu ajunge: trecutul este, în general, inutil doar pentru prognoza *liniară*.
- Cu șocuri necorelate de dispersie σ^2: $\mathrm{Var}(p_{t+h} - p_t) = h\,\sigma^2$.
  - Dispersia crește liniar cu orizontul.
  - Baza raportului variațelor din secțiunea 2.
- RW1, RW2 și RW3 diferă doar prin ce presupun despre șocurile ε_t Campbell, Lo & MacKinlay (1997).

RW1, RW2, RW3: restricțiile asupra randamentelor

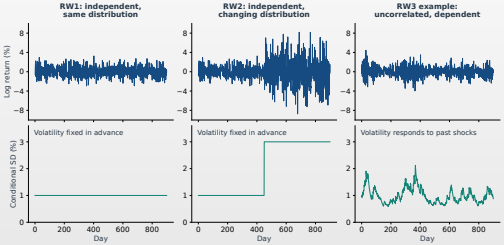
- **i.i.d.**: independent and identically distributed — independente și identic distribuite.
- **GARCH**: Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity.
  - Model al dispersiei condiționate, explicată prin șocuri și dispersii trecute.
- z_t: șoc cu distribuția Normală standard $N(0,1)$.
  - În GARCH(1,1), $\omega > 0$ și $\alpha, \beta \geq 0$.

	Condiția asupra șocurilor	Exemplu de model pentru randamente
RW1	ε_t i.i.d., media 0, dispersia σ^2	$r_t = \mu + 0{,}01 z_t$, z_t i.i.d. $N(0,1)$
RW2	ε_t independente; dispersia σ_t^2 poate varia în timp	$r_t = \mu + \sigma_t z_t$, $\sigma_t = 1\%$ apoi 3%, fixat dinainte
RW3	$\mathrm{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0$ pentru orice $k \geq 1$	GARCH: $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$, $\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$

- RW1 implică RW2: randamentele i.i.d. sînt în particular independente.
- RW2 implică RW3: randamentele independente sînt în particular necorelate, dacă dispersia lor există.
- Un model GARCH păstrează corelația zero, dar încalcă RW2.
  - Mărimea variației de azi depinde de șocurile trecute.
- RW3 nu garantează că media de mîine este imprevizibilă.
  - O funcție neliniară a trecutului o poate prognoza.

Trei modele pentru randamente și volatilitate

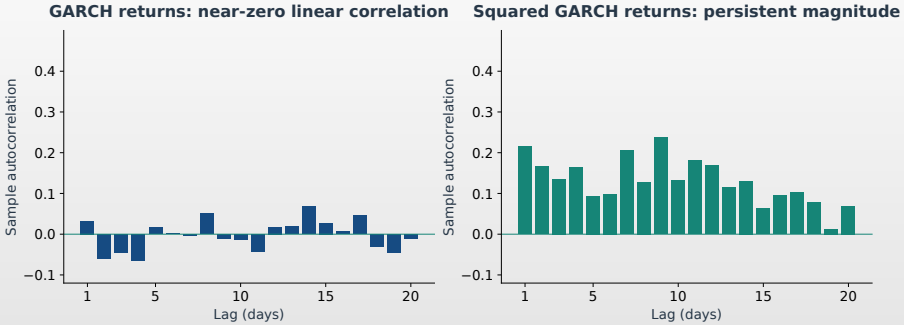
SD: Standard Deviation — abaterea standard a observațiilor.



- Trei serii simulate, cu media zero.
  - Sus: randamentele zilnice; jos: abaterea standard condiționată folosită la simulare.
- Volatilitatea RW2 este fixată dinainte, iar cea GARCH răspunde șocurilor trecute.
  - RW2: 1% apoi 3%, de la mijlocul eșantionului.
- Gruparea volatilității (*volatility clustering*): variațiile mari tind să fie urmate de variații mari.
- Și seria RW2 are o perioadă agitată, deși randamentele ei sînt independente.
  - Graficul singur nu deosebește o schimbare de regim fixată dinainte de gruparea volatilității.

▶ Interactiv

GARCH: randamente versus randamente la pătrat



- Stînga: autocorelațiile randamentelor GARCH simulate sînt aproape zero la toate lagurile.
- Dreapta: autocorelațiile pătratelor sînt pozitive pînă la lagul 20.
  - O zi cu variație mare este urmată de alte zile cu variații mari.

Verificare: randamente și informație

- Pot randamentele rămîne independente dacă abaterea lor standard trece de la 1% la 3%?
  - la o dată fixată dinainte
- Autocorelația zero dovedește independența?
- De ce respingerea unui test de eficiență nu dovedește, singură, că piața este ineficientă?

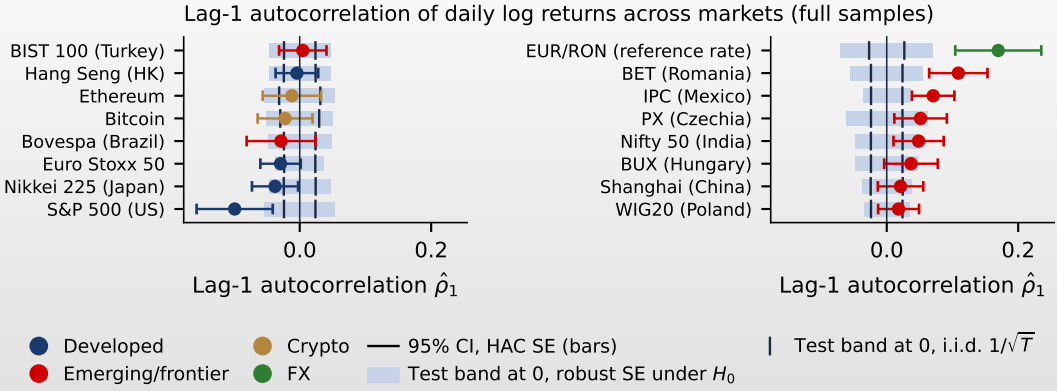
Răspunsuri: randamente și informație

- Da. Seria respectă RW2, dar încalcă RW1, deoarece distribuția nu mai este identică.
- Nu. În exemplul GARCH, autocorelația randamentelor este zero, dar pătratele lor sînt dependente.
- Orice test de eficiență testează și modelul randamentului așteptat.
- Respingerea poate veni dintr-un model de risc greșit (problema ipotezei comune).

2. Autocorelație și raportul variațelor

- Întrebarea: prezice randamentul de azi randamentul de mîine?
  - pe piețele de acțiuni, criptoactive și valutare
- Autocorelația de lag 1, ρ_1, măsoară dependența liniară dintre două zile consecutive.
  - Raportul variațelor cumulează autocorelațiile pînă la orizontul q.
- Piețele: 13 indici bursieri, Bitcoin, Ethereum și cursul de referință euro/leu (EUR/RON).
  - Indici dezvoltați și emergenți, inclusiv BET.
- De ce această selecție: predictibilitatea are mai multe șanse pe unele piețe.
  - Acolo unde lichiditatea este mică (BET, criptoactive).
  - Sau unde cursul este administrat (EUR/RON).
- Eșantioanele: toate pînă la 18 septembrie 2026.
  - Acțiuni din ianuarie 2000, EUR/RON din iulie 2005.
  - Bitcoin din septembrie 2014 și Ethereum din ianuarie 2016.

Autocorelația de ordinul 1 pe piețe (1/3)



MFM_ch2_autocorrelation ▶ Interactiv

Autocorelația de ordinul 1 pe piețe (2/3)

SE: Standard Error — eroare standard; **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent — consistent la heteroscedasticitate și autocorelație; **CI**: Confidence Interval — interval de încredere.

- Fiecare punct este autocorelația de lag 1, $\hat{\rho}_1$, a unei piețe.
  - Randamente logaritmice zilnice, pe tot eșantionul ei.
- Bara colorată este intervalul de încredere de 95% $\hat{\rho}_1 \pm 1{,}96\,\mathrm{SE}_{\mathrm{HAC}}$.
  - $\mathrm{SE}_{\mathrm{HAC}}$: eroarea standard HAC a estimatorului, valabilă și cînd $\rho_1 \neq 0$ (formula).
- Banda deschisă este banda de test robustă $0 \pm 1{,}96\,\mathrm{SE}_0$; liniuțele marchează banda i.i.d. $0 \pm 1{,}96/\sqrt{T}$.
  - SE_0: calculată sub H_0 (medie imprevizibilă), Construcția testelor; T: numărul de randamente zilnice.
- Regula de citire: respingem $\rho_1 = 0$ la 5% dacă punctul iese din banda de test robustă.
  - Nikkei 225 și PX (*Prague Stock Exchange index*, indicele Bursei din Praga): intervalul HAC exclude 0, dar $\hat{\rho}_1$ rămîne în banda de test, deci nu respingem.
- La toate cele 16 serii, SE_0 depășește valoarea i.i.d.; la S&P 500 ($T = 6\,717$) este 0,027, față de 0,012.
- BIST (*Borsa İstanbul*, indicele BIST 100), WIG20 (*Warszawski Indeks Giełdowy 20*, cele mai mari 20 de companii), BUX (*Budapesti Értéktőzsde index*), PX, IPC (*Índice de Precios y Cotizaciones*) și BET sînt indicii burselor din Istanbul, Varșovia, Budapesta, Praga, Mexic și București.
  - FX este piața valutară (cursul de referință EUR/RON).

Autocorelația de ordinul 1 pe piețe (3/3)

- BET ($\hat{\rho}_1 = 0{,}109$), IPC (0,071), Nifty 50 (0,048) și EUR/RON (0,170): pozitive și semnificative.
- S&P 500: $\hat{\rho}_1 = -0{,}099$, negativă și semnificativă.
- Bitcoin ($-0{,}022$) și Ethereum ($-0{,}012$): în banda de test robustă, deci nu respingem $\rho_1 = 0$.
- La BET, persistența poate proveni din tranzacționarea rară a unor acțiuni.
  - Prețurile lor încorporează știrile cu întîrziere.
- La EUR/RON, ea poate proveni din regimul de flotare administrată (*managed float*).
  - În acest regim, banca centrală netezește variațiile cursului.
- La S&P 500, inversarea poate proveni din reacția excesivă pe termen scurt și din furnizarea de lichiditate.
- Efectul este mic: $\hat{\rho}_1^2$ este 0,98% la S&P 500 și 1,19% la BET.
  - Este partea din dispersia randamentului de azi explicată de randamentul de ieri.
- Ambele erori standard robuste presupun moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1.
- Tipul de dovadă: descriere (arată ce s-a întîmplat în date, fără un test al cauzei).
  - Mecanismele propuse (tranzacționare rară, flotare administrată, reacție excesivă) nu sînt testate aici.

MFM_ch2_autocorrelation

Raportul variațelor: de ce și ce măsoară

VR: Variance Ratio — raportul dintre dispersia randamentului pe q zile și q ori dispersia randamentului pe o zi.

- De ce încă un test: $\hat{\rho}_1$ privește un singur lag.
  - Autocorelații mici la multe laguri pot trece fiecare testul.
  - Dar se cumulează pe orizonturi mai lungi.
- **Raportul variațelor** pe orizontul de q zile Lo & MacKinlay (1988): $\mathrm{VR}(q) = \dfrac{\mathrm{Var}(r_t + \cdots + r_{t-q+1})}{q\,\mathrm{Var}(r_t)}$.
  - Egal cu 1 fără autocorelație.
  - $q = 5$: o săptămînă de tranzacționare.
- Fără autocorelație, $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ tinde la 1 și cînd volatilitatea variază în timp (RW2, RW3).
- Pentru o serie staționară în covarianță, $\mathrm{VR}(q) = 1 + 2\sum_{k=1}^{q-1}\left(1 - \frac{k}{q}\right)\rho_k$.
  - O sumă ponderată a autocorelațiilor, cu ponderi care scad cu lagul k.
- $\mathrm{VR}(q) > 1$ indică persistență, iar $\mathrm{VR}(q) < 1$ inversare (mean reversion).
- Pentru $q = 2$, $\mathrm{VR}(2) = 1 + \rho_1$: la S&P 500, $1 - 0{,}099 = 0{,}901$, egal cu $\widehat{\mathrm{VR}}(2)$ estimat direct.

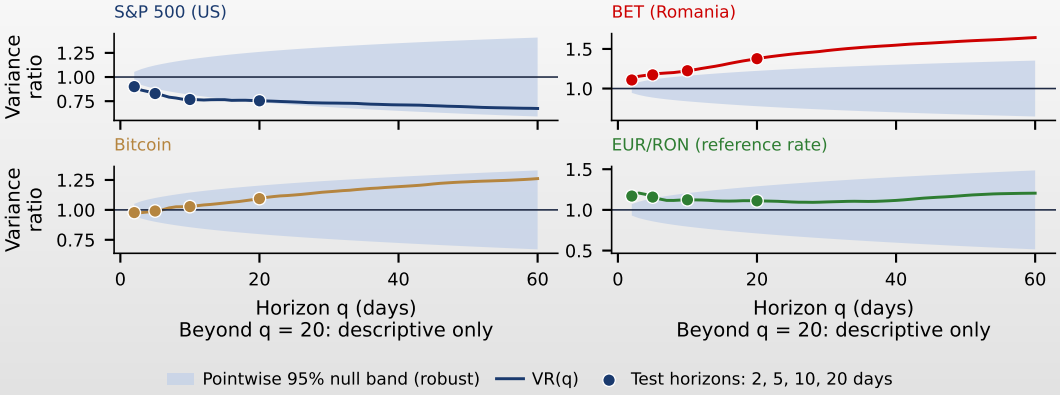
Banda robustă sub ipoteza nulă pentru raportul variațelor

- Banda robustă de 95% sub ipoteza nulă (*null band*), ca banda de test de la $\hat{\rho}_1$, este centrată în 1, valoarea sub H_0.
  - Dacă $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ cade în afara lui, respingem ipoteza nulă la 5%.
- Banda sub ipoteza nulă nu este un interval de încredere.
  - Un interval de încredere ar fi centrat în estimația $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$, nu în 1.
- Banda robustă sub ipoteza nulă este $1 \pm 1{,}96\sqrt{\hat{\theta}(q)/T}$ (Construcția testelor).
  - T: numărul de randamente zilnice.
  - $\hat{\theta}(q)$: dispersia estimată a lui $\sqrt{T}\,(\widehat{\mathrm{VR}}(q) - 1)$, robustă la heteroscedasticitate.
- Cînd volatilitatea se grupează, $\hat{\theta}(q)$ crește și banda sub ipoteza nulă se lărgește.
  - Gruparea volatilității: variațiile mari urmează altor variații mari.
- $\hat{\theta}(q)$ crește și cu q, deci banda sub ipoteza nulă se lărgește la orizonturi lungi.
  - Un eșantion conține mai puține perioade independente de q zile.

Ce orizonturi testăm cu raportul variațelor?

- De ce mai multe orizonturi: dinainte nu știm la care apare efectul.
  - Inversarea sau persistența pot apărea la o zi, la o săptămînă sau la o lună.
- Testăm patru orizonturi, $q = 2, 5, 10, 20$ zile de tranzacționare.
  - Două zile, aproximativ o săptămînă, două săptămîni și o lună bursieră.
- Alegerea urmează Lo & MacKinlay (1988), care folosesc $q = 2, 4, 8, 16$ pe date săptămînale.
  - Alte orizonturi pot da alt rezultat.
- Banda robustă sub ipoteza nulă are nivelul 5% la fiecare orizont separat.
  - Cu patru teste, o respingere falsă apare mai des decît în 5% din cazuri.
- Testul Chow–Denning Chow & Denning (1993) corectează acest lucru.
  - Folosește cel mai mare $|z^*(q)|$ dintre cele patru orizonturi.
  - Și valoarea critică 2,49 în loc de 1,96.
- Testul Chow–Denning respinge RW3 pentru 5 din cele 16 serii, printre care BET și S&P 500.
- Pentru Bitcoin, testul Chow–Denning nu respinge RW3: valoarea p (p-*value*) $= 0{,}835$.
- z^* și testul Chow–Denning presupun moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1.

Profilul raportului variațelor (1/2)



Profilul raportului variațelor (2/2)

- Fiecare curbă arată raportul variațelor estimat $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ pentru orizonturi q de la 2 la 60 de zile.
  - $q = 60$, circa trei luni bursiere, este doar descriptiv.
- Zona hașurată este banda robustă de 95% sub ipoteza nulă, în jurul valorii 1, valoarea fără autocorelație.
- S&P 500: $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ este sub 1 (inversare) și iese din bandă la 2, 5 și 10 zile
  - la 20 de zile rămîne chiar în interiorul benzii (0,754 față de marginea 0,740)
  - $\widehat{\mathrm{VR}}(2) = 0{,}901$, $\widehat{\mathrm{VR}}(5) = 0{,}829$, $\widehat{\mathrm{VR}}(10) = 0{,}767$, $\widehat{\mathrm{VR}}(20) = 0{,}754$; $\widehat{\mathrm{VR}}(60) = 0{,}674$
- BET: $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ este peste 1 (persistență) și crește cu q
  - iese din bandă la toate cele patru orizonturi testate
  - $\widehat{\mathrm{VR}}(2) = 1{,}108$, $\widehat{\mathrm{VR}}(5) = 1{,}173$, $\widehat{\mathrm{VR}}(10) = 1{,}225$, $\widehat{\mathrm{VR}}(20) = 1{,}377$; $\widehat{\mathrm{VR}}(60) = 1{,}644$
- Bitcoin rămîne în interiorul benzii la toate orizonturile: nu respingem ipoteza nulă.
- EUR/RON: $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ rămîne peste 1 la toate orizonturile, dar iese din bandă doar la 2 și 5 zile.
  - $\widehat{\mathrm{VR}}(2) = 1{,}170$, $\widehat{\mathrm{VR}}(5) = 1{,}157$.
- Tipul de dovadă: descriere.

MFM_ch2_variance_ratio

Verificare: autocorelație și raportul variațelor

- De ce poate induce în eroare banda i.i.d. sub ipoteza nulă cînd volatilitatea se grupează?
- O autocorelație pozitivă implică profit după costuri?
- Ce sugerează un raport al variațelor sub unu?
- Aplicare: o statistică de test are modulul 2,4.
  - Dacă estimația VR rămîne aceeași, dar eroarea standard se dublează, cît devine modulul statisticii?
- Se mai respinge ipoteza nulă la 5% (test bilateral)?

Răspunsuri: autocorelație și raportul variațelor

- Eroarea standard i.i.d. ignoră dependența din pătratele randamentelor, deci este prea mică.
  - Testul respinge ipoteza nulă prea des.
- Nu: mai contează mărimea efectului, riscul, implementarea și costurile.
- Un raport al variațelor sub 1 sugerează inversare pe orizontul ales.
- Pentru a afirma că abaterea este semnificativă avem nevoie de o eroare standard robustă.
- Modulul statisticii scade la 1,2.
- Nu: 1,2 nu depășește 1,96.
  - Efectul estimat rămîne același, dar dovezile sînt mai slabe.

3. Predictibilitate în afara eșantionului

- Întrebarea: prognozează o variabilă cunoscută azi randamentul pieței de luna viitoare?
- Candidatul clasic este *dp*, logaritmul raportului dividend–preț.
  - Dividendele pe ultimele 12 luni împărțite la nivelul mediu al indicelui în luna respectivă.
- În eșantionul de estimare (*in-sample*), regresiile de acest tip par să funcționeze.
  - pe date noi, în afara eșantionului, majoritatea predictorilor publicați eșuează Welch & Goyal (2008).
- Testul corect: fiecare prognoză folosește doar datele disponibile în momentul în care este făcută.

Cum construim prognozele

OS: Out-of-Sample.

- r: randamentul logaritmic lunar al S&P 500, cu dividende.
  - Minus dobînda la titlurile de stat americane pe 3 luni.
- În fiecare lună t estimăm $r_{s+1} = \alpha + \beta\, dp_s + u_{s+1}$ pe toate lunile de pînă la t (α, β: interceptul și panta, nu parametrii GARCH).
  - La pasul următor fereastra crește cu o lună (fereastră extinsă, *expanding window*).
- Prognoza cu dp pentru luna $t+1$: $\hat{r}_{t+1} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\, dp_t$.
- Prognoza concurentă: media istorică $\bar{r}_{t+1}$, media randamentelor de pînă în luna t.
  - Ea corespunde lipsei de predictibilitate.
- Prima prognoză este pentru ianuarie 1970.
  - Rezultă 680 de prognoze lunare.
- Dividendele lunare sînt interpolate din totaluri trimestriale.
  - Deci dp_t nu era cunoscut exact în luna t.
  - Exercițiul este doar aproximativ în afara eșantionului (*pseudo-out-of-sample*).

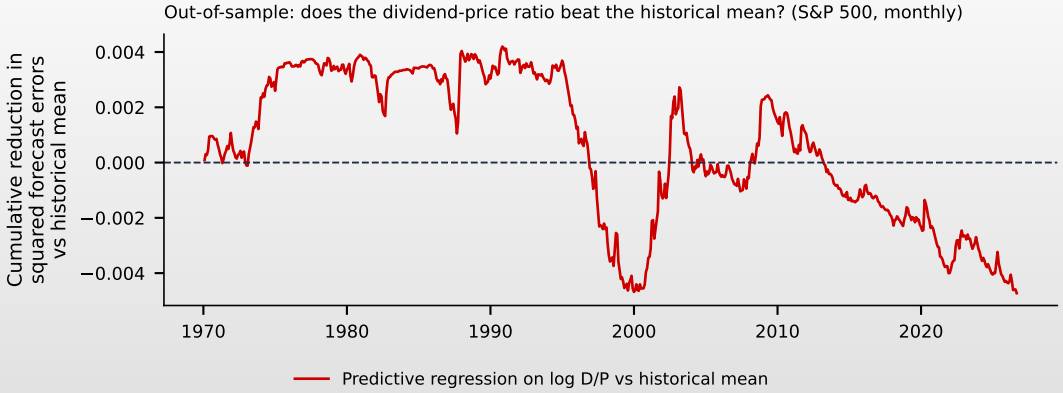
Cum măsurăm rezultatul: R^2_{OS}

- $R^2_{OS} = 1 - \sum_t (r_t - \hat{r}_t)^2 / \sum_t (r_t - \bar{r}_t)^2$, cu sumele pe lunile prognozate.
- $R^2_{OS} > 0$: prognoza cu *dp* are erori pătratice mai mici decît media istorică.
- $R^2_{OS} < 0$: media istorică prognozează mai bine.
  - Spre deosebire de R^2 în eșantion, R^2_{OS} poate fi negativ.
- De ce diferă cele două: în eșantion, $\hat{\beta}$ se potrivește și cu zgomotul lunilor pe care le explică.
- Un R^2_{OS} pozitiv poate apărea și din întîmplare.
  - Semnificația lui o testăm separat (testul Clark–West, la rezultate).

Cum citim graficul erorilor pătratice cumulate

- În fiecare lună, din 1970, adunăm diferența $(r_t - \bar{r}_t)^2 - (r_t - \hat{r}_t)^2$.
  - Eroarea pătratică a mediei istorice minus cea a prognozei cu *dp*.
- Curba urcă în lunile în care *dp* prognozează mai bine și coboară în cele în care prognozează mai prost.
- Valoarea finală a curbei are semnul lui R^2_{OS}.
- Axa verticală: suma diferențelor, cu randamentele în fracții (0,01 = 1%), ridicate la pătrat.

Raportul dividend–preț: prognoze în afara eșantionului



MFM_ch2_predictability ▶ Interactiv

Raportul dividend–preț: rezultatele pentru S&P 500 (1/2)

- Curba se termină sub zero: pe 680 de prognoze lunare, $R^2_{OS} = -0{,}51\%$.
- Testul Clark–West Clark & West (2007) compară erorile pătratice și corectează un dezavantaj al modelului cu *dp*.
  - Chiar dacă $\beta = 0$, estimarea lui β adaugă zgomot prognozei.
- Pe S&P 500, testul dă $t = 0{,}42$ (p unilateral $= 0{,}34$): nu respingem lipsa predictibilității.
  - Testul pe erori pătratice presupune moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1.
- Pînă în 1990 curba urcă: *dp* a prognozat mai bine decît media istorică.
- În boom-ul anilor 1990, avantajul s-a pierdut.
  - *dp* a coborît la minime record, iar prețurile au continuat să crească.
- În anii 2000 avantajul a revenit parțial, iar după 2010 s-a pierdut din nou.
- Tipul de dovadă: comparație între proceduri (arată care metodă funcționează mai bine pe aceleași date, nu de ce).

Raportul dividend–preț: rezultatele pentru S&P 500 (2/2)

- Contează economic un R^2_{OS} mic? Campbell & Thompson (2008) arată că da: și 0,5% este mult pentru un investitor.
- Un investitor medie–dispersie și-ar crește randamentul așteptat cu circa 20%.
  - Își mărește expunerea la acțiuni cînd prognoza este mare și o micșorează cînd este mică.
  - Formula: Anexa.
- Calculul folosește raportul Sharpe lunar al pieței, 0,160.
- Campbell și Thompson impun și două restricții.
  - $\hat{\beta}$ cu semnul prezis de teorie.
  - Prognoză nenegativă a primei de risc.
- Pe S&P 500, cîștigul economic lipsește, pentru că R^2_{OS} rămîne negativ.
  - Restricțiile se activează în 5,7% din luni și lasă R^2_{OS} la $-0{,}51\%$.

Verificare: predictibilitate în afara eșantionului

- Ce înseamnă un R^2_{OS} negativ?
- De ce poate o regresie cu R^2 bun în eșantion să eșueze pe date noi?
- Poate o strategie profitabilă să aibă R^2_{OS} negativ?
- Ce spune pierderea avantajului lui *dp* în anii 1990 despre stabilitatea relației?

Răspunsuri: predictibilitate în afara eșantionului

- Media istorică a prognozat mai bine decît modelul pe lunile evaluate.
- În eșantion, $\hat{\beta}$ se potrivește și cu zgomotul.
  - Pe date noi zgomotul nu se repetă.
- Da: profitul nu vine neapărat din erori pătratice mici.
  - Poate veni din expunerea constantă la piață sau din cîteva prognoze corecte de semn.
- Relația nu este stabilă.
  - Un predictor util pînă în 1990 își pierde tot avantajul cînd *dp* coboară la minime record.

4. Studii de eveniment

- Întrebarea: cît de repede și cît de complet încorporează prețul o știre publică datată precis?
- Pentru răspuns avem nevoie de randamentul pe care acțiunea l-ar fi avut fără știre.
- Diferența dintre randamentul observat și acest randament așteptat este randamentul anormal (*abnormal return*, AR).
- Un studiu de eveniment (*event study*) măsoară AR în jurul știrii și testează astfel eficiența semi-tare Fama, Fisher, Jensen & Roll (1969).
- Exemplul secțiunii: taxa bancară anunțată în decembrie 2018.
  - O știre neanticipată care a lovit direct băncile listate.

Metoda studiului de eveniment (1/2)



- Modelul de piață: $r_{i,t} = a_i + b_i r_{m,t} + \varepsilon_{i,t}$.
  - a_i: termenul liber; b_i: beta de piață a firmei i.
  - $r_{m,t}$: randamentul indicelui pieței în ziua t.
- Modelul scoate din randamentul firmei partea explicată de mișcarea pieței din aceeași zi.
- La date zilnice, modelele cu mai mulți factori reduc doar puțin dispersia lui AR MacKinlay (1997).
- Fereastra de estimare $[-250, -11]$: circa un an de tranzacționare în care estimăm a_i și b_i.
- Ea se oprește cu 10 zile înainte de eveniment, ca o eventuală scurgere de informație să nu intre în estimare.
- Fereastra evenimentului $[0, +5]$: ziua anunțului și încă cinci zile.
  - Ca să vedem dacă reacția continuă sau se inversează.

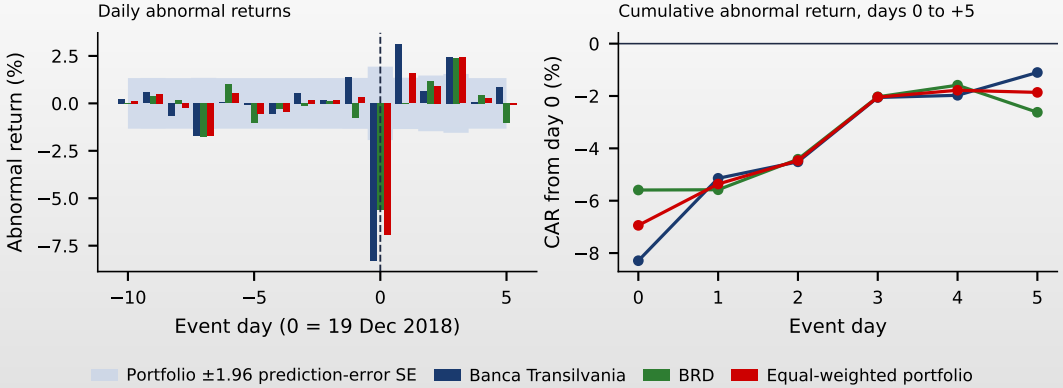
Metoda studiului de eveniment (2/2)

- Randamentul anormal: $AR_{i,t} = r_{i,t} - \hat{a}_i - \hat{b}_i r_{m,t}$, cu $\hat{a}_i$, $\hat{b}_i$ estimate în fereastra de estimare.
- Randamentul anormal cumulat: $CAR_i[\tau_1, \tau_2] = \sum_{t=\tau_1}^{\tau_2} AR_{i,t}$.
  - CAR: *cumulative abnormal return*.
  - $[\tau_1, \tau_2]$: zilele însumate.
- Test de primă aproximare: $t = CAR_i/(\hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{L})$ MacKinlay (1997).
  - $\hat{\sigma}_\varepsilon$: abaterea standard a reziduurilor din fereastra de estimare.
  - L: numărul de zile însumate.
- Formula ignoră incertitudinea lui $\hat{a}_i$ și $\hat{b}_i$.
  - Corecția ei apare la exemplul rezolvat.
- Pentru o știre neanticipată, eficiența implică un salt în ziua 0
  - fără drift și fără inversare predictibilă ulterior
- Datele zilnice pot arăta doar absorbția în aceeași zi
  - viteza la scara microsecundelor necesită date intrazilnice (Capitolul 10)
  - literatura: ▸ Anexa
- Aplicație: reacția prețului Ethereum la etapele de dezvoltare ale rețelei
  - Quantinar (ETH: Ether, criptomoneda rețelei Ethereum): Market Responses to ETH Development Milestones

Taxa bancară: datele și cum citim graficul

- Guvernul a anunțat taxa pe activele bancare în seara de 18 decembrie 2018.
  - Ziua 0 a evenimentului este 19 decembrie.
- Analizăm Banca Transilvania (simbol bursier TLV), BRD–Groupe Société Générale (simbol BRD) și portofoliul lor egal ponderat.
  - $r_{m,t}$ este randamentul indicelui BET.
- Panoul din stînga: *AR* zilnic, în procente, din ziua -10 pînă în ziua $+5$.
- Banda albastră deschis: $\pm 1{,}96$ abateri standard ale erorii de predicție a portofoliului.
  - O bară a portofoliului în afara ei este semnificativă la 5%.
- Panoul din dreapta: *CAR* de la ziua 0 pînă la ziua de pe axa orizontală, în procente.
- O curbă care revine spre zero după ziua 0 indică o reacție inversată.

Exemplu rezolvat: taxa bancară din decembrie 2018



MFM_ch2_seminar ▶ Interactiv

Taxa bancară din decembrie 2018: rezultatele (1/2)

- Pentru TLV, beta de piață estimat este 1,18.
  - Abaterea standard a reziduurilor din fereastra de estimare este 0,83% pe zi.
- În ziua 0, randamentul anormal al TLV este $AR_0 = -8{,}3\%$, cu $t = -10{,}0$ după formula de primă aproximare.
- Tot în ziua 0: $AR_0 = -5{,}6\%$ pentru BRD și $-6{,}9\%$ pentru portofoliul egal ponderat.
- În aceeași zi, randamentul logaritmic al BET a fost $-11{,}9\%$, adică o scădere a indicelui de 11,2%.
- Cu un randament al pieței atît de extrem, incertitudinea lui $\hat{b}$ contează.
  - Eroarea standard a predicției pentru TLV crește de la 0,83% la 1,21%.
- Cu această eroare de predicție, $t = -6{,}85$.
  - Efectul rămîne puternic semnificativ.
- TLV și BRD au ponderi mari în BET, deci $r_{m,0}$ conține deja o parte din șoc, iar AR_0 subestimează scăderea.

Taxa bancară din decembrie 2018: rezultatele (2/2)

- În zilele $+1, \ldots, +5$, randamentul anormal cumulat al TLV este $+7{,}2\%$ ($t = 3{,}82$).
- Pe fereastra $0, \ldots, +5$, randamentul anormal cumulat este doar $-1{,}1\%$ ($t = -0{,}54$).
  - Componenta anormală a scăderii TLV, măsurată față de BET, este aproape compensată în următoarele cinci ședințe de tranzacționare.
  - Asta nu arată că prețul acțiunii și-a recuperat pierderea: pe zilele 0 pînă la $+5$, randamentul logaritmic este $-15{,}6\%$ la TLV și $-12{,}7\%$ la indicele de referință BET.
- Explicația 1: o **reacție excesivă** în ziua 0, incompatibilă cu eficiența semi-tare.
- Explicația 2: știri ulterioare despre forma finală a ordonanței.
- Explicația 3: indicele de referință s-a mișcat odată cu evenimentul.
  - TLV și BRD au ponderi mari în BET, care a scăzut cu 11,9% (logaritmic) în ziua 0.
  - Deci *AR* și *CAR* măsoară TLV față de un indice care conține deja șocul.
  - BET nu a revenit: în zilele $+1$ pînă la $+5$, randamentul lui logaritmic este $-0{,}8\%$.
- Un singur eveniment nu ne permite să alegem între cele trei explicații.
- Tipul de dovadă: identificare cauzală, doar pentru reacția din ziua 0.
  - Dacă nicio altă știre nu a sosit în acea zi; compensarea ulterioară rămîne neexplicată.

MFM_ch2_seminar

Verificare: studii de eveniment

- De ce trebuie precizată fereastra de eveniment?
- Ar putea alt anunț explica aceeași mișcare?

Răspunsuri: studii de eveniment

- CAR adună randamentele anormale doar din zilele ferestrei.
- O fereastră aleasă după ce vedem datele poate crea sau ascunde un efect.
- Da: știrile suprapuse sînt o explicație alternativă, deci reacția singură nu dovedește cauzalitatea.

5. Testare multiplă și anomalii

- Întrebarea: rămîne o anomalie de calendar semnificativă?
  - după ce ținem cont de cîte tipare au fost căutate
- Literatura a testat mii de tipare pe aceleași date, iar unele trec testul doar din întîmplare Harvey, Liu & Zhu (2016).
- O valoare p mică are alt sens după 15 teste decît după unul singur.
- Întîi măsurăm cîte false anomalii produce hazardul, apoi corectăm testele reale cu Bonferroni și Holm.

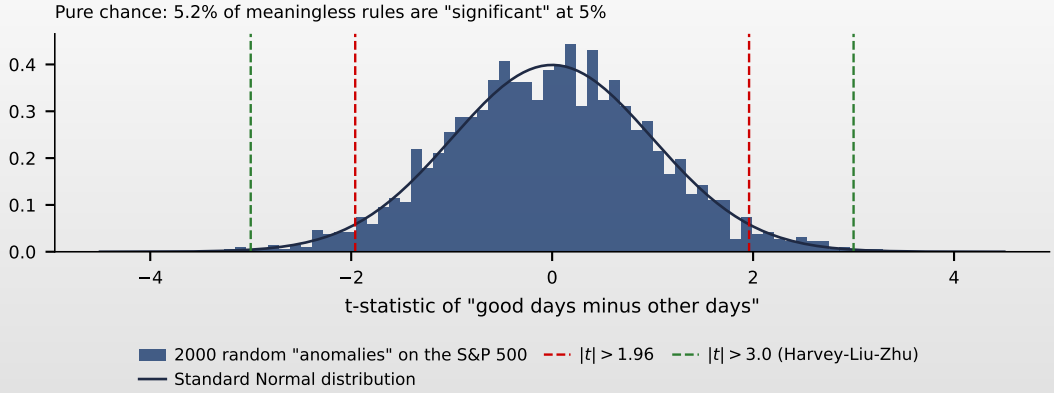
Efecte de calendar și căutarea repetată în aceleași date

- Un efect de calendar (*calendar effect*) este o diferență de randament mediu asociată unei zile sau luni.
- Efectul zilei săptămînii: randamentele medii diferă între luni, marți, . . . , vineri French (1980).
- Efectul lunii ianuarie: randamentul mediu din ianuarie diferă de cel din celelalte luni Rozeff & Kinney (1976).
- Efectul schimbării lunii (*turn of the month*, TOM): randamente medii mai mari în ultima zi de tranzacționare din lună și în primele trei ale lunii următoare Ariel (1987).
- Căutarea repetată în aceleași date (*data snooping*): alegerea unui tipar după încercarea multor alternative.

„Anomalii" produse de hazard (1/3)

- De ce simulăm: aici toate ipotezele nule sînt adevărate, deci orice respingere este falsă.
- Experimentul: 2 000 de reguli de tranzacționare fără niciun conținut economic.
  - Pe randamentele zilnice ale S&P 500.
- Fiecare regulă alege la întîmplare 20% din zile și le numește „zile bune".
- Pentru fiecare regulă, un test t compară randamentul mediu din „zilele bune" cu cel din celelalte zile.
- Graficul: histograma celor 2 000 de statistici t, peste densitatea distribuției Normale standard.
- Liniile verticale: pragurile $|t| = 1{,}96$ (5%) și $|t| = 3{,}0$, pragul propus de Harvey, Liu & Zhu (2016).

„Anomalii” produse de hazard (2/3)



MFM_ch2_multiple_testing ▶ Interactiv

„Anomalii" produse de hazard (3/3)

- Rezultat: 5,2% dintre reguli sînt „semnificative" la 5% ($|t| > 1{,}96$).
  - Cît prevede nivelul testului.
- Cea mai „spectaculoasă" regulă are $|t| = 3{,}30$.
  - Raportată singură, ar trece chiar și pragul strict $|t| > 3{,}0$, deși este pur hazard.
- Pragul $|t| > 3{,}0$ îl trec 0,30% dintre regulile aleatoare, adică 6 reguli din 2 000.
- Numărul de reguli încercate (familia de teste) contează la fel de mult ca pragul ales.
- Sullivan, Timmermann & White (1999) arată cum se corectează căutarea repetată în aceleași date în regulile de tranzacționare.

MFM_ch2_multiple_testing

Cum citim tabelul efectelor de calendar

HAC: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent — erori standard care permit dispersie variabilă și autocorelație.

- Aplicăm aceeași logică la 15 teste reale: cinci piețe × trei efecte.
  - Efectele: ziua săptămînii, ianuarie, TOM.
  - Pe date zilnice din 2000.
- Comparăm piețe dezvoltate (S&P 500, Euro Stoxx 50) cu piețe emergente din regiune (BET, WIG20, BUX).
- Diferența în ianuarie: randamentul mediu din ianuarie minus media celorlalte luni.
  - În procente pe lună.
- Diferența TOM: randamentul mediu din zilele TOM minus media celorlalte zile.
  - În puncte de bază (bp) pe zi.
  - 1 bp = 0,01 puncte procentuale.
- Folosim erori HAC pentru că volatilitatea randamentelor se grupează.
  - Erorile HAC rămîn valide în acest caz, cele obișnuite nu.
  - În aceste teste, erorile HAC sînt de 0,92–1,54 ori cele obișnuite: pot fi și mai mici, și mai mari.

Efectul lunii ianuarie și efectul schimbării lunii

Piața	Diferența în ianuarie (%/lună)	t_{HAC}	Diferența TOM (bp/zi)	t_{HAC}
S&P 500	−0,66	−0,80	3,2	0,92
BET (România)	3,48	1,49	17,3	3,62
Euro Stoxx 50	−0,30	−0,29	5,1	1,21
WIG20 (Polonia)	0,53	0,40	8,2	1,72
BUX (Ungaria)	2,66	2,25	15,1	3,63

- TOM: randamentul suplimentar este +17,3 bp pe zi pentru BET și +15,1 bp pentru BUX
  - ambele cu $|t| > 3{,}5$, peste pragul 3,0 al lui Harvey, Liu & Zhu (2016)
- Pentru S&P 500, randamentul suplimentar TOM este doar +3,2 bp pe zi ($t = 0{,}92$): nu respingem efectul nul
- Pentru BET, randamentul din ianuarie depășește media celorlalte luni cu 3,48 puncte procentuale
  - dar estimația este imprecisă ($t = 1{,}49$)
- BUX, cu $t = 2{,}25$, este singura piață pentru care valoarea p a efectului lunii ianuarie este sub 0,05
- Ziua săptămînii, al treilea efect: nu respingem H_0 pe nicio piață (cea mai mică valoare p: 0,2265, WIG20)
- Am efectuat 15 teste (5 piețe × 3 efecte)
  - întrebare: care rămîn semnificative după o corecție pentru testare multiplă?
- Tipul de dovadă: asociere (variabilele se mișcă împreună; nu dovedește o relație cauzală)

Testarea multiplă: Bonferroni și Holm

FWER: Family-Wise Error Rate — probabilitatea cel puțin unei respingeri false în familia de teste.

- De ce FWER: vrem ca fiecare anomalie raportată să fie reală, nu doar majoritatea lor.
- Cu M teste independente la nivelul de semnificație α: FWER $= 1 - (1-\alpha)^M$.
- Pentru $M = 15$ și $\alpha = 5\%$, FWER ar fi 53,7% dacă testele ar fi independente.
- **Bonferroni**: respingem doar dacă $p_i < \alpha/M$.
  - Garantează FWER $\leq \alpha$ pentru orice dependență între teste.
- **Holm**: ordonăm $p_{(1)} \leq \cdots \leq p_{(M)}$ și respingem cît timp $p_{(j)} < \alpha/(M-j+1)$.
  - Ne oprim la prima nerespingere.
- Holm are aceeași garanție și respinge cel puțin tot ce respinge Bonferroni.
- Metode bootstrap care folosesc corelația dintre teste (StepM): Anexa.

Verificare: testare multiplă și anomalii

- De ce schimbă testarea multor reguli interpretarea unei valori p mici?
- Nerespingerea dovedește eficiența?
- Ce selecție nouă sau verificare de robustețe ai cere?

Răspunsuri: testare multiplă și anomalii

- Căutarea multor reguli creează mai multe ocazii de respingere falsă.
- Nu. Un test cu putere mică poate să nu respingă chiar dacă piața este ineficientă.
- Concluzia privește doar alternativa testată, nu orice formă de predictibilitate.
- Exemplu: aceeași regulă pe date de după publicare sau pe altă piață.
  - Un artefact al căutării repetate în aceleași date dispare în afara eșantionului.
- Un efect real slăbește de obicei după publicare, dar nu dispare McLean & Pontiff (2016).

Rezultatele principale ale capitolului

- S&P 500: inversare a randamentelor la orizonturi de 2–10 zile (raportul variațelor sub 1).
- BET: persistență (raportul variațelor peste 1) la toate cele patru orizonturi testate.
- Raportul dividend–preț nu bate media istorică în afara eșantionului ($R^2_{OS} < 0$).
- Taxa bancară: componenta anormală a scăderii TLV, măsurată față de BET, a fost aproape compensată în următoarele cinci ședințe de tranzacționare.
  - Un singur eveniment nu separă reacția excesivă de știrile ulterioare.
- După corecția Holm rămîn semnificative doar efectele TOM la BET și la BUX.

Teme pentru studiu suplimentar

- ⊡ Date și convenții
- ⊡ Joc echitabil, evaluare și bule raționale
- ⊡ Construcția testelor și alternative
- ⊡ Regresii predictive și deplasare
- ⊡ Memorie lungă și eficiență variabilă
- ⊡ Inferență în studiile de eveniment
- ⊡ Anomalii și explicații comportamentale
- ⊡ Machine learning și proiectarea cercetării
- ⊡ Studiu de caz: time-series momentum în Bitcoin
- ⊡ AI pentru descoperire științifică
- ⊡ Sinteză și referințe tehnice

Datele folosite în acest capitol

BNR: Banca Națională a României.

- Folosim 16 serii de prețuri zilnice, pînă la 18 septembrie 2026
  - numărul de observații al fiecărei serii este în ▸ Anexa
  - 13 indici bursieri din 2000: 4 din piețe dezvoltate (S&P 500, Euro Stoxx 50, Nikkei 225, Hang Seng), 9 din piețe emergente sau de frontieră (BET, WIG20, BUX, PX, BIST 100, Bovespa, IPC, Nifty 50, Shanghai)
  - Bitcoin din 2014 în testele pe întreaga selecție și pe ferestre mobile (*rolling windows*); analiza anuală a criptoactivelor începe din 2011, ca să acopere și primii ani ai pieței
  - Ethereum din 2016 și EUR/RON, cursul de referință BNR, din iulie 2005
- Randamente logaritmice zilnice $r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, fiecare serie pe propriul calendar
  - P_t: prețul de închidere (nivelul indicelui, cursul de schimb) din ziua t
- Pentru indicii bursieri folosim doar zilele de tranzacționare

Ce restricție impune eficiența asupra prețurilor?

- Întrebarea: ce restricție exactă impune eficiența asupra prețurilor și ce lasă liber?
- Răspunsul standard este condiția de joc echitabil (*fair game*): randamentul peste cel cerut nu poate fi prognozat.
- Testele de autocorelație din secțiunea 2 verifică doar o consecință a acestei condiții.
- Randamentul cerut vine dintr-un model de evaluare Fama (1991).
  - Deci orice test al jocului echitabil este și un test al acelui model.
- Jocul echitabil permite bule raționale (*rational bubbles*).
  - Dar exclude abaterile care revin previzibil la valoarea fundamentală (mode trecătoare, *fads*).
- Abaterile nu dispar mereu: arbitrajul este riscant cînd convergența prețurilor este nesigură Shleifer & Vishny (1997)
  - Detalii: Aprofundări.

Momente, cozi și aproximații asimptotice

- Întrebarea: ce ipoteze fac valid un test de eficiență și ce alternative poate detecta?
- Erorile standard robuste ale autocorelațiilor (Aprofundări) cer un moment de ordin patru finit, $\mathbb{E}[r^4] < \infty$
  - cozi groase (*heavy tails*): distribuția Student t cu patru grade de libertate are dispersie finită, dar $\mathbb{E}[r^4] = \infty$, iar atunci eroarea standard robustă nu mai converge
- Valorile critice ($\pm 1{,}96$, cuantilele χ^2) sînt aproximații asimptotice
  - corecte cînd numărul de observații crește
  - posibil imprecise într-o selecție scurtă, de exemplu o fereastră de 500 de zile
- Teoremele limită cer și dependență slabă (*mixing*)
  - observațiile suficient de depărtate în timp devin aproape independente
  - dependența slabă permite gruparea volatilității și dependență între zilele vecine

Variabile predeterminate, deplasare și consistență

- De ce distorsionează un predictor persistent inferența într-o selecție finită?
- Un predictor predeterminat este cunoscut înaintea șocului randamentului prognozat
  - exogenitatea strictă exclude în plus corelația cu șocurile de la toate datele.
- Raportul dividend–preț de azi poate prognoza randamentul lunii următoare.
  - Dar șocul de preț din luna următoare modifică și raportul.
  - Această retroacțiune (*feedback*) împiedică exogenitatea strictă.
- Consistent nu înseamnă nedeplasat.
  - Cu un predictor doar predeterminat, OLS (*Ordinary Least Squares*, metoda celor mai mici pătrate) converge la parametrul adevărat.
  - Dar are o deplasare (*bias*) într-o selecție finită.

Memorie scurtă, memorie lungă și scalare

- Persistă dependența pe orizonturi și în regimuri de piață diferite?

AR: AutoRegressive model — model autoregresiv; AR(p) are ordinul p.

- Memoria scurtă (*short memory*) are o sumă finită a modulelor autocovarianțelor
  - un AR(1) cu coeficientul 0,5 are corelații $0{,}5^k$ la lagul k.
- Memoria lungă (*long memory*) înseamnă aici dependență pozitivă care scade atît de lent încît suma autocovarianțelor diverge
  - descreșterea după o lege de putere (*power law*) poate produce acest lucru.
- Scalarea (*scaling*): o măsură a fluctuațiilor pe n zile, $F(n)$, crește ca n^H
  - de exemplu abaterea standard a sumei a n randamente
  - H este exponentul Hurst, estimat în Aprofundări
  - dublarea orizontului multiplică fluctuațiile cu 2^H: circa 1,41 la $H = 0{,}5$ (fără memorie lungă) și 1,68 la $H = 0{,}75$
- Antipersistența descrie variații care tind să se compenseze, ca în fractional Gaussian noise (fGn) cu $H < 0{,}5$
  - fGn este un model de variații Gaussiene staționare cu dispersia sumelor proporțională cu n^{2H}.

Raportul variațelor și exponentul Hurst: memorie lungă sau scurtă?

- Pentru fGn: $\mathrm{Var}(r_t + \cdots + r_{t-q+1}) = q^{2H}\mathrm{Var}(r_t)$.
  - fGn: procesul exact autosimilar definit mai sus.
  - Membrul stîng: dispersia sumei a q randamente.
- Rezultă $\mathrm{VR}(q) = q^{2H-1}$.
  - Deci din $\mathrm{VR}(q)$ observat deducem un exponent Hurst implicit, $H(q) = 0{,}5 + \ln \mathrm{VR}(q)/(2 \ln q)$.
- La orizontul $q = 20$ de zile, exponentul implicit este 0,553 pentru BET și 0,453 pentru S&P 500.
- Problema: un proces fără memorie lungă poate da $H(q) \neq 0{,}5$
  - Exemplu: un AR(1) cu $\rho_1 = -0{,}1$ are autocorelațiile $\rho_k = (-0{,}1)^k$, deci doar memorie scurtă.
  - Pentru acest AR(1), $\mathrm{VR}(20) = 0{,}826$, deci $H(20) = 0{,}468$: procesul pare „antipersistent", deși nu are memorie lungă.
  - La orizontul $q = 250$, același proces dă $H(250) = 0{,}482$: pentru memoria scurtă, $H(q)$ se apropie de 0,5 cînd q crește.
- Un AR(1) cu autocorelația BET, $\hat{\rho}_1 = 0{,}109$, dă $H(20) = 0{,}535$.
- Deci cea mai mare parte din abaterea lui $H(20) = 0{,}553$ al BET față de 0,5 se explică prin memoria scurtă.
- Pentru a separa memoria lungă de cea scurtă avem nevoie de o statistică construită special.
  - Statistica R/S modificată a lui Lo (Aprofundări).

Inferență în studiile de eveniment

- Întrebarea: cît de sigure sînt statisticile t cînd ipotezele lor nu țin?
  - din secțiunea Studii de eveniment
- Acolo am presupus:
  - că $\hat{a}_i$ și $\hat{b}_i$ sînt cunoscuți exact.
  - că firmele sînt independente.
  - că dispersia randamentelor anormale nu crește în ziua evenimentului.
- Eroarea de estimare: $\hat{a}_i$ și $\hat{b}_i$ provin dintr-o fereastră finită.
  - deci și randamentul normal prezis are eroare.
- Dependența transversală (*cross-sectional*).
  - două bănci afectate de aceeași știre au randamente anormale care se mișcă împreună.
- Dispersia indusă de eveniment (*event-induced variance*).
  - evenimentul însuși mărește dispersia.
  - zilele calme anterioare o subestimează.

Anomalii și explicații comportamentale

- Pot erorile comportamentale explica anomaliile care rezistă?

Momentum

- Cross-sectional momentum ordonează activele.
  - dacă A a cîștigat 10%, iar B 2%, o strategie relativă poate cumpăra A și vinde B în lipsă.
- Time-series momentum folosește semnul trecutului fiecărui activ.
  - în acel exemplu, atît A cît și B primesc semnal pozitiv.

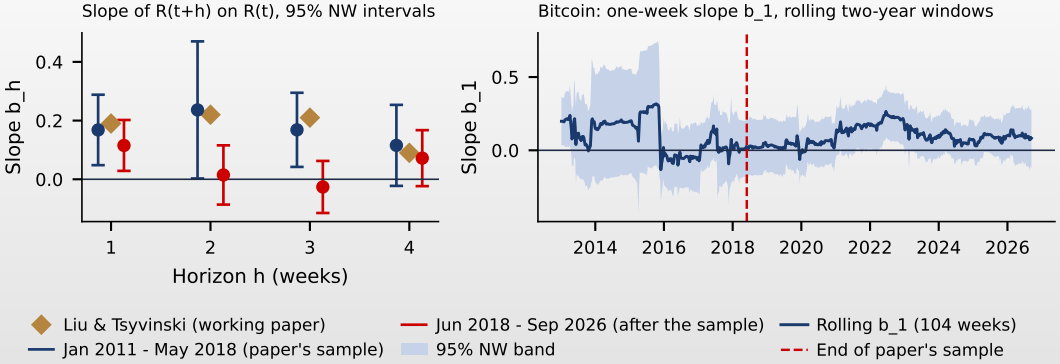
Machine learning și proiectarea cercetării

- Întrebarea: cînd testăm eficiența cu sute de predictori, ce înseamnă o respingere în eșantion?
- Anomaliile se găsesc căutînd printre mulți predictori: Harvey, Liu & Zhu (2016) numără peste 300 de factori publicați.
- Secțiunea Testare multiplă și anomalii a arătat că 2 000 de reguli aleatoare produc „anomalii" în eșantion.
- Aici: cum evaluăm corect un model flexibil.
  - de ce o respingere în eșantion poate apărea chiar și cu investitori raționali Martin & Nagel (2022).

Întrebarea: prezic randamentele trecute randamentul lui Bitcoin?

- **Întrebare**: prezice randamentul lui Bitcoin din această săptămînă randamentul săptămînilor următoare?
  - dacă da, prețurile trecute conțin informație nefolosită: o abatere de la eficiența în formă slabă
- Liu & Tsyvinski (2021), *Review of Financial Studies*
  - randamentele criptomonedelor nu sînt expuse factorilor obișnuiți ai pieței de acțiuni și nici celor macroeconomici
  - ele sînt prezise de factori proprii pieței cripto: momentum pe serii de timp (*time-series momentum*, TSMOM) și atenția investitorilor
- TSMOM: o săptămînă cu randament mare este urmată, în medie, de randamente mari în săptămînile următoare
- Cifrele autorilor (versiunea de lucru a National Bureau of Economic Research, NBER w24877; Bitcoin, ianuarie 2011 – mai 2018)
  - panta regresiei randamentului săptămînii următoare pe randamentul de azi: 0,19 ($t = 3{,}73$)
  - o abatere standard în plus azi (16,6%) adaugă 3,2% randamentului săptămînii următoare
  - după quintila săptămînilor cu cele mai mari randamente urmează în medie 11,2% pe săptămînă, după cea cu cele mai mici 2,6%
- De ce contează: un efect exploatat de investitori ar trebui să slăbească după publicare McLean & Pontiff (2016)

Bitcoin: panta momentum-ului în eșantionul lucrării și după



- Stînga: panta b_h din $R_{t+h} = a + b_h R_t + e_{t+h}$, cu intervale de 95% Newey–West (NW); romburile: cifrele autorilor
- Dreapta: panta b_1 pe ferestre mobile de 104 săptămîni (doi ani), datată la ultima săptămînă a ferestrei

MFM_ch2_crypto_momentum ▶ Interactiv

Metoda pe scurt și diferențele față de lucrare

- R_t: randamentul simplu al lui Bitcoin din săptămîna t, de la închiderea de duminică la cea de duminica următoare
  - prețuri zilnice de închidere în UTC (timpul universal coordonat), ca în lucrare
- Regresia predictivă $R_{t+h} = a + b_h R_t + e_{t+h}$, pentru $h = 1, \ldots, 4$ săptămîni
  - eșantionul lucrării: 9 ian. 2011 – 27 mai 2018, 386 de săptămîni
  - după eșantion: 3 iun. 2018 – 13 sep. 2026, 433 de săptămîni
  - testul de robustețe al autorilor: aceeași regresie începînd din 2013
- Sortarea: săptămînile sînt împărțite în cinci quintile după R_t; comparăm media lui R_{t+1} în quintila de sus și în cea de jos
- Diferențe față de lucrare
  - prețurile EODHD (EOD Historical Data) din datele cursului în locul celor CoinDesk
  - erori standard NW cu 5 laguri în locul erorilor OLS (ordinary least squares) și bootstrap ale autorilor
  - fără factorii de atenție (căutări Google, Twitter) și fără Ripple

Rezultatul: rămîne doar efectul de o săptămînă, de trei ori mai mic

- În eșantionul lucrării, datele cursului reproduc rezultatul
  - $b_1 = 0{,}168$ (t OLS $= 3{,}33$, t NW $= 2{,}75$), față de 0,19 în lucrare
  - după quintila de sus urmează 9,9% pe săptămînă, după cea de jos 2,6% (t al diferenței $= 2{,}18$)
- După eșantion, predictibilitatea rămîne doar la orizontul de o săptămînă
  - $b_1 = 0{,}115$ (t NW $= 2{,}61$); rezistă corecției Holm pe cele patru orizonturi ($p = 0{,}009 < 0{,}05/4$)
  - la $h = 2, 3, 4$: pante între $-0{,}026$ și $0{,}072$, toate cu $|t| \leq 1{,}48$
  - o abatere standard în plus azi adaugă 0,96% randamentului săptămînii următoare, față de 2,98% în eșantionul lucrării
  - volatilitatea săptămînală a scăzut de la 17,7% la 8,3%; Ethereum după eșantion: $b_1 = 0{,}107$ (t NW $= 2{,}45$)
- Tipul de dovadă: predictibilitate statistică a randamentului de o săptămînă, nu o strategie profitabilă
  - fără costuri de tranzacționare, fără ajustare la risc și fără prognoze în afara eșantionului
- Limite
  - din 2013, în eșantionul lucrării, b_1 nu mai este semnificativ (t NW $= 1{,}06$): săptămînile extreme din 2011–2012 cîntăresc mult
  - b_1 este semnificativ în doar 13% din ferestrele mobile de doi ani
  - testul t NW presupune moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1

O întrebare deschisă: devine o piață mai eficientă cînd intră arbitrajorii?

- Întrebarea: crește eficiența informațională a lui Bitcoin cînd intră arbitrajori noi?
  - arbitrajorii noi sînt aduși de instrumente reglementate, precum ETF-urile (*Exchange-Traded Fund*, fond tranzacționat la bursă) spot
- Tran & Leirvik (2020) găsesc că eficiența criptoactivelor variază în timp și crește.
- Kia, Liu, Li, Song & Xu (2026) găsesc că, după ETF-urile spot, piața spot a redevenit locul dominant al descoperirii prețului.
- Nu știm dacă schimbarea vine din ETF-uri sau din maturizarea pieței.
  - aceasta este întrebarea pe care o testăm în această secțiune.

Ministudiu de caz: au făcut ETF-urile spot Bitcoin mai eficient?

- Un asistent de inteligență artificială (AI) propune o ipoteză tipică:
  - „ETF-urile spot pe Bitcoin din Statele Unite ale Americii au adus arbitrajori, deci Bitcoin a devenit mai eficient"
  - tranzacționate din 11 ianuarie 2024
- Bucla de descoperire (prompturi: Anexa)
  - **literatură**: Kia, Liu, Li, Song & Xu (2026) și Tran & Leirvik (2020) (slide-ul de deschidere al temei)
  - **ipoteză**: $H_0 : \rho_{1,\text{post}} = \rho_{1,\text{pre}}$, două ferestre de aceeași lungime în jurul datei lansării (prima zi de tranzacționare)
  - **date și cod**: prețul zilnic de închidere al lui Bitcoin (în USD), din care se replică întîi $\hat{\rho}_1 = -0{,}022$ din capitol, pe întreaga selecție
- Verificări stabilite înainte de a vedea rezultatele
  - motivarea: Anexa
  - erori standard HAC ale estimațiilor (nu $1/\sqrt{T}$), ferestre egale, doar data lansării plus date placebo
  - un activ de control pentru factorii de confuzie (halving-ul din aprilie 2024, dobînzile, intrările de capital)
  - o corecție pentru testare multiplă (Holm sau Chow–Denning) pentru toate statisticile încercate și efectul minim detectabil (MDE)

Temă de proiect propusă

- **Întrebare**: au schimbat ETF-urile spot eficiența variabilă în timp a lui Bitcoin?
  - în comparație cu un activ de control
  - VR și DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*, analiza fluctuațiilor fără tendință) pe ferestre mobile (acest capitol) pentru Bitcoin și Ethereum
  - Ethereum nu este „tratat" pînă în iulie 2024
  - dacă tendințele paralele, absența anticipării și a efectelor de propagare (*spillover*) nu sînt plauzibile, raportați diferențe descriptive, nu cauzale
- **Replicați întîi**: autocorelațiile anuale ale lui Bitcoin din capitol
  - cifrele din ministudiul de caz
- Notați ce serie de prețuri Bitcoin și ce primă dată folosește fiecare fereastră, inclusiv ferestrele placebo
- **Preînregistrați**: H_0, H_1, date, ferestre și corecții
  - înregistrate printr-un commit înainte de obținerea rezultatelor
- **Raportați**: inferență robustă, teste placebo și MDE
- Publicați codul sub formă de Quantlet
- **Jurnale**: notați în `AI_USE.md` prompturile folosite
- Notați în `AI_ERRORS.md` fiecare eroare a asistentului AI depistată
  - de exemplu o eroare standard i.i.d. sau o referință inventată

Sinteză, autoverificare și următorul pas: Capitolul 3

Cinci pași pentru orice afirmație despre eficiență

- **Mulțimea de informații**: ce informație $\mathcal{I}_t$ presupunem că este reflectată în prețuri?
  - prețuri trecute, știri publice
- **Ipoteza nulă**: RW1, RW3 sau diferența de martingal ($\mathbb{E}[r_t \mid \mathcal{I}_{t-1}] = \mu$, detalii în Aprofundări), formulată împreună cu modelul de risc
- **Statistica**: folosim o estimare a dispersiei validă cînd volatilitatea se grupează
- **Incertitudinea**: orizonturile, piețele și ferestrele încercate, plus dovezi în afara eșantionului
- **Economia**: o respingere statistică nu înseamnă profit exploatabil după costuri
  - profitul nu dovedește că piața este irațională

Autoverificare și următorul pas

- De ce poate fi respinsă RW3 pentru S&P 500, deși piața rămîne eficientă în sens economic?
- De ce $H(20) > 0{,}5$ pentru BET (exponentul Hurst implicit din VR(20), Memorie lungă) nu dovedește memoria lungă?
- Care dintre cele două rezultate ar rămîne valabil dacă schimbăm testul, fereastra și metoda de inferență?
  - persistența BET sau nerespingerea pentru Bitcoin
- Următorul pas, Capitolul 3: randamente ajustate la risc cu modele factoriale și mulțimea factorilor propuși (*factor zoo*)
- Manuale: Campbell, Lo & MacKinlay (1997), cap. 2; Franke, Härdle & Hafner (2019)
  - cursuri avansate: Anexa

Decizia practică

- **Ce aleg**
  - testele formei slabe cu erori standard robuste, nu i.i.d. (S&P 500: SE robustă a lui $\hat{\rho}_1$ 0,027, față de 0,012)
  - Chow–Denning pentru cele patru orizonturi ale raportului variațelor, Holm pentru cele 15 teste de calendar
  - pentru un predictor: R^2_{OS} și testul Clark–West față de media istorică, nu R^2 în eșantion
- **În ce condiții**
  - erorile standard robuste presupun moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1
  - o respingere testează și modelul randamentului așteptat și nu înseamnă profit după costuri
- **Ce rezultat m-ar face să renunț**
  - la un predictor: $R^2_{OS} < 0$ cu Clark–West nesemnificativ, ca *dp* pe S&P 500 ($-0{,}51\%$, $t = 0{,}42$)
  - la o anomalie: o respingere care nu trece corecția Holm, ca efectul lunii ianuarie la BUX ($t = 2{,}25$)
  - la persistența BET: un raport al variațelor care rămîne în banda robustă sub ipoteza nulă pe ferestre noi

De ce banda robustă este mai largă: verificare numerică

- Pentru $q = 2$, statistica clasică este $z = \sqrt{T}\,(\widehat{\mathrm{VR}}(2) - 1)$.
  - Ea presupune randamente i.i.d. (RW1).
- Statistica robustă z^* împarte același numărător la $\sqrt{\hat{\theta}(2)}$.
- Fără gruparea volatilității, $\hat{\theta}(2) \approx 1$ și $z^* \approx z$.
  - Cu gruparea volatilității, $\hat{\theta}(2) > 1$ și $|z^*| < |z|$.
- Exemplu ipotetic: $T = 400$ de zile și $\widehat{\mathrm{VR}}(2) = 0{,}90$.
  - Rezultă $z = 20 \times (-0{,}10) = -2{,}0$: respingem ipoteza nulă la 5%.
- Dacă gruparea volatilității face $\hat{\theta}(2) = 4$, atunci $z^* = -2{,}0/\sqrt{4} = -1{,}0$ și nu mai respingem.
- Banda robustă sub ipoteza nulă din jurul lui 1 este atunci de $\sqrt{4} = 2$ ori mai largă.
- Pentru S&P 500, $z = -8{,}15$ și $z^* = -3{,}66$.
  - Statistica robustă este de circa 2,2 ori mai mică, dar respingem în continuare.

De ce raportul dividend–preț?

- Identitatea Campbell & Shiller (1988): $dp_t \approx c + \sum_{j \geq 0} \rho^j \left(r_{t+1+j} - \Delta d_{t+1+j} \right)$.
  - ρ puțin sub 1.
  - Δd: creșterea logaritmică a dividendelor.
- Identitatea rezultă din definiția randamentului printr-o aproximare log-liniară, fără vreun model economic.
- Consecință: dacă dp variază, el trebuie să prognozeze ceva.
  - Randamentele viitoare, creșterea viitoare a dividendelor sau amîndouă.
- Datele arată că dp prognozează slab creșterea dividendelor Cochrane (2008).
  - Deci variația lui ar trebui să prognozeze randamentele.
- De aceea dp este cel mai studiat predictor al pieței Fama & French (1988).
- O prognoză reușită nu ar dovedi ineficiența: poate reflecta o primă de risc care variază în timp.

Holm pe cele 15 valori p ale testelor de calendar

- Valori p bilaterale, din două teste.
  - Ianuarie, TOM: statistica t HAC față de distribuția Normală.
  - Zilele săptămînii: testul Wald χ^2_4 al egalității celor cinci medii zilnice.

Piața	Zilele săptămînii, medii egale	Ianuarie	TOM
S&P 500	0,8263	0,4257	0,3585
BET (România)	0,3052	0,1368	0,0003
Euro Stoxx 50	0,6319	0,7738	0,2266
WIG20 (Polonia)	0,2265	0,6865	0,0853
BUX (Ungaria)	0,9327	0,0245	0,0003

- Cele mai mici două valori p sînt TOM la BET și TOM la BUX, ambele 0,0003.
- Ele sînt sub pragurile Holm $0{,}05/15 = 0{,}0033$ și $0{,}05/14 = 0{,}0036$, deci ambele ipoteze nule se resping.
- A treia valoare p, ianuarie la BUX (0,0245), depășește pragul $0{,}05/13 = 0{,}0038$, deci Holm se oprește aici.
- Fără corecție, ianuarie la BUX ar fi fost a treia respingere, pentru că $0{,}0245 < 0{,}05$.

Datele folosite: zilele eliminate și alinierea seriilor

- Eliminăm o observație cu același preț de închidere ca în ziua precedentă doar dacă ziua nu arată tranzacționare
  - volum zero, open = high = low = close sau o copie a rîndului precedent
  - atunci este o zi nelucrătoare completată cu ultimul preț disponibil
  - o închidere neschimbată reală, cu volum și interval intrazilnic, rămîne în date ca zi cu randament zero (S&P 500: 3 din circa 6 700 de zile)
  - fișierul BET conține doar prețurile de închidere, deci nu eliminăm nicio zi
  - fișierul IPC are 46 de astfel de zile (44 în 2023–2026), cu volum apropiat de cel din ziua precedentă, probabil dubluri ale furnizorului de date; regula le păstrează
  - fără ele, statisticile IPC se schimbă puțin: $\hat{\rho}_1$ cu 0,001, $z^*(2)$ cu 0,04, $\hat{d}$ cu 0,014, AQ cu 0,29
- Criptoactivele se tranzacționează 7 zile din 7: 365 de observații pe an
- Analizele care folosesc mai multe serii simultan aliniază prețurile pe zilele comune de tranzacționare
  - de ex. studiile de eveniment
  - alinierea se face înainte de calculul randamentelor

Pieţele din grafice

- **US**: United States — în grafice, seria indicelui S&P 500.
- **HK**: Hong Kong — în grafice, seria indicelui Hang Seng.
- **BIST**: Borsa İstanbul — Bursa din Istanbul (indicele BIST 100).
- **WIG20**: Warszawski Indeks Giełdowy 20.
  - Indicele celor mai mari 20 de companii de la Bursa din Varșovia.
- **BUX**: Budapesti Értéktőzsde index — indicele Bursei din Budapesta.
- **PX**: Prague Stock Exchange index — indicele Bursei din Praga.
  - Index Burzy cenných papírů Praha.
- **IPC**: Índice de Precios y Cotizaciones — indicele Bursei din Mexic.
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — indicele de referință al Bursei de Valori București.
- **FX**: Foreign eXchange — piața valutară.

Joc echitabil și martingal

- **Joc echitabil** pentru randamentele în exces: $\mathbb{E}[r_{t+1} - \mu_t \mid \mathcal{I}_t] = 0$
  - $\mathcal{I}_t$: informația disponibilă la sfîrșitul zilei t; $\mathbb{E}[\cdot \mid \mathcal{I}_t]$: media condiționată de această informație
  - μ_t: randamentul cerut (de echilibru), compensația pentru risc
  - în cuvinte: randamentul peste μ_t nu poate fi prognozat din $\mathcal{I}_t$
- **Martingal**: valoarea așteptată la momentul următor este egală cu valoarea curentă
  - un proces pentru care această egalitate are loc dată fiind informația din trecut
  - cu un randament simplu cerut constant m, valoarea V_t a unei poziții cu dividendele reinvestite, actualizată cu m, $V_t/(1+m)^t$, este un martingal Campbell, Lo & MacKinlay (1997)
  - actualizarea cu dobînda fără risc dă un martingal doar sub măsura neutră la risc (*risk-neutral measure*), pe slide-ul dedicat
  - prețul P_t însuși este martingal doar dacă nu se plătesc dividende și $m = 0$; atunci randamentul logaritmic așteptat este negativ (termenul lui Jensen, slide-ul următor)

Termenul lui Jensen: de ce diferă mediile

- Logaritmul este concav: media logaritmilor este mai mică decît logaritmul mediei.
  - Egalitate pentru rezultate constante.
- Randamentele simple egal probabile de $+10\%$ și -10% au media zero.
- Media randamentului logaritmic este $\frac{1}{2}\ln(1{,}1) + \frac{1}{2}\ln(0{,}9) = \frac{1}{2}\ln(0{,}99) \approx -0{,}00503$.
- Pe o traiectorie cu o creștere și o scădere, averea 100 devine $100(1{,}1)(0{,}9) = 99$.
  - Media aritmetică zero nu păstrează averea acumulată.

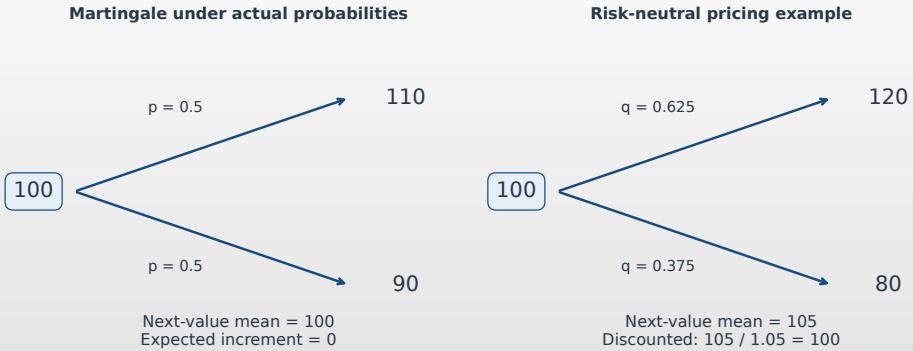
Prețuri, log-prețuri și informație

- Martingalul în prețuri și media constantă a randamentului logaritmic sînt restricții diferite
  - martingal în prețuri: $\mathbb{E}[P_{t+1} \mid \mathcal{I}_t] = P_t$
  - media constantă a randamentului logaritmic: $\mathbb{E}[\ln(P_{t+1}/P_t) \mid \mathcal{I}_t] = \mu$
  - diferența este termenul lui Jensen: $\mathbb{E}[\ln(1+R)] \approx \mathbb{E}[R] - \mathrm{Var}(R)/2$, cu $R = P_{t+1}/P_t - 1$ randamentul simplu
- Consecința condiției de joc echitabil: $\mathrm{corr}(\varepsilon_{t+1}, g(\mathcal{I}_t)) = 0$
  - pentru orice funcție g a informației din trecut
  - $\varepsilon_{t+1} = r_{t+1} - \mu_t$ este partea neașteptată a randamentului
- Dacă $\mu_t = \mu$ este constant, toate autocorelațiile $\rho_k = \mathrm{corr}(r_t, r_{t-k})$, $k \geq 1$, sînt zero
  - aceasta este ipoteza testată în secțiunea 2
- Reciproca nu este adevărată: autocorelațiile zero nu exclud o medie predictibilă neliniar
  - MDH (*Martingale Difference Hypothesis*, ipoteza diferenței de martingal), în tema următoare

Actualizare și măsura neutră la risc

- De ce: martingalul de mai sus folosește probabilitățile reale și randamentul cerut m.
  - Teoria evaluării folosește, echivalent, dobînda fără risc și probabilități ajustate la risc.
- Măsura neutră la risc folosește probabilități de evaluare.
  - Sub ele, prețurile tranzacționate, cu dividende incluse și actualizate, sînt martingale.
  - Într-un model fără arbitraj.
- Exemplu: o acțiune fără dividende costă azi 100.
  - Peste un an valorează 120 sau 80.
  - Dobînda fără risc este 5%.
  - Probabilitatea de evaluare $q = 0{,}625$ dă $q\,120 + (1-q)80 = 105$, iar $105/1{,}05 = 100$, prețul de azi.
- Acest q nu trebuie să coincidă cu probabilitatea reală de creștere.
  - Probabilitățile de evaluare nu prognozează frecvențe.

Probabilități și medii condiționate



Stînga: media condiționată reală rămîne 100. Dreapta: probabilitățile de evaluare dau 105, cu valoarea actualizată 100.

Valoare fundamentală, bulă rațională și modă trecătoare

- Cu un randament simplu cerut constant m, condiția de joc echitabil este $\mathbb{E}[P_{t+1} + D_{t+1} \mid \mathcal{I}_t] = (1+m)\,P_t$
- D_{t+1}: fluxul de numerar (dividendul) plătit în $t+1$
  - Valoarea fundamentală $P_t^* = \mathbb{E}\left[\sum_{j\geq 1} D_{t+j}/(1+m)^j \mid \mathcal{I}_t\right]$
  - Eroarea de preț $B_t = P_t - P_t^*$
  - Valoarea fundamentală P_t^* satisface aceeași ecuație de joc echitabil ca prețul
  - Scăzînd cele două ecuații, abaterea B_t satisface $\mathbb{E}[B_{t+1} \mid \mathcal{I}_t] = (1+m)\,B_t$
- Condiția de joc echitabil nu impune egalitatea dintre preț și valoarea fundamentală
  - permite și o **bulă rațională**
  - o abatere $B_t > 0$ susținută de anticiparea revînzării
  - O abatere $B_t \neq 0$ este compatibilă cu modelul doar dacă, în medie, crește în ritmul randamentului cerut m (Capitolul 17)
  - O abatere care revine la medie (modă trecătoare) face ε_{t+1} predictibil și încalcă condiția de joc echitabil, deși testele pe orizont scurt au o capacitate redusă de a detecta această abatere Summers (1986)
- Restricția privește doar media condiționată: dispersia nu este restricționată
  - volatilitatea poate fi predictibilă (Capitolul 1)

Bula rațională: exemplu numeric

- O acțiune plătește 10 lei la sfîrșitul fiecărui an, la nesfîrșit.
  - Primul dividend se plătește peste un an.
  - Randamentul cerut constant este $m = 10\%$; valoarea fundamentală este $P_t^* = 10/0{,}10 = 100$ lei.
- Astăzi $P_t = 120$ lei, deci $B_t = 20$ lei.
  - Fără crah, $B_{t+1} = 1{,}1 \times 20 = 22$ lei.
  - După plata dividendului de anul viitor, valoarea fundamentală rămîne 100 lei; prețul este deci 122 lei.
- Randamentul simplu total este $(122 + 10 - 120)/120 = 10\%$.

Bula rațională: ce se întîmplă în cazul unui crah?

- Bula inițială este $B_t = 20$ lei, iar randamentul cerut este $m = 10\%$.
  - Probabilitatea de supraviețuire este $\pi = 0{,}8$; probabilitatea de crah este $1 - \pi = 0{,}2$.
  - În cazul unui crah, bula devine zero; investitorii cunosc probabilitățile.
- Condiția de joc echitabil pentru bulă, $\mathbb{E}[B_{t+1} \mid \mathcal{I}_t] = (1+m)B_t$, cere o bulă așteptată de $(1+m)B_t = 22$ lei.
  - Condiționat de supraviețuire: $B_{t+1} = 22/0{,}8 = 27{,}5$ lei.
  - Creșterea condiționată este $27{,}5/20 - 1 = 37{,}5\%$.
- Mecanismul crahului: Blanchard & Watson (1982), Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets.
- Prețul de cumpărare este 120 lei.
  - Dividendul de la sfîrșitul anului este 10 lei.
- Supraviețuire: prețul după plata dividendului este 127,5 lei.
  - Randament simplu: $(127{,}5 + 10 - 120)/120 \approx 14{,}6\%$.
- Crah: prețul scade la valoarea fundamentală, 100 lei.
  - Randament simplu: $(100 + 10 - 120)/120 \approx -8{,}3\%$.
- Randament așteptat: $0{,}8 \times (127{,}5 + 10 - 120)/120 + 0{,}2 \times (100 + 10 - 120)/120 = 10\%$.
  - Randamentul așteptat respectă condiția de joc echitabil; randamentul realizat poate fi diferit.

Bula rațională și condiția de absență a bulelor

- Jocul echitabil restricționează doar randamentul așteptat pe perioada următoare.
  - Nu fixează nivelul prețului.
- **Condiția de absență a bulelor** (*no-bubble condition*): $\lim_{k\to\infty} \frac{\mathbb{E}[P_{t+k} \mid \mathcal{I}_t]}{(1+m)^k} = 0$
  - condiția de absență a bulei, numită și condiție de transversalitate
  - k: orizontul revînzării; valoarea actualizată a prețului de revînzare așteptat tinde la zero
- Cu această condiție, prețul este egal cu valoarea fundamentală P_t^*.
  - El este susținut integral de dividende.
- O bulă rațională încalcă condiția.
  - Din $\mathbb{E}[B_{t+k} \mid \mathcal{I}_t] = (1+m)^k B_t$, valoarea actualizată a bulei rămîne $B_t \neq 0$ la orice orizont.
- În exemplul numeric, bula de 20 de lei valorează tot 20 de lei în bani de azi.
  - Oricît de departe ar fi revînzarea.
- Tirole (1985): în modelele cu generații suprapuse, o bulă poate exista doar în anumite condiții.
  - Rata dobînzii este sub rata de creștere a economiei.

Paradoxul Grossman–Stiglitz

- Colectarea informației este costisitoare (analiști, date, putere de calcul)
- Dacă prețurile ar reflecta **toată** informația, nimeni nu ar fi plătit pentru colectarea ei Grossman & Stiglitz (1980)
  - Atunci nimeni nu ar colecta-o, iar prețurile nu ar mai putea să o reflecte
- Soluția: un **grad de ineficiență de echilibru**, suficient pentru a acoperi costurile celor informați
- Piețele mari și lichide, cu informație ieftină și costuri mici, ar trebui să fie mai aproape de eficiență
  - o predicție pentru comparația noastră între piețele dezvoltate, cele emergente și piețele de criptoactive
- Eficiența nu exclude bulele: spune doar că momentul lor este greu de anticipat
  - Capitolul 17

Arbitraj pur și tranzacționare pe valoare relativă

- Arbitrajul pur este o strategie fără plată inițială netă pozitivă.
  - Fără pierdere posibilă.
  - Cu un cîștig pozitiv în cel puțin o stare.
- Tranzacționarea pe valoare relativă (*relative-value*) este riscantă cînd convergența prețurilor nu este sigură.
- Exemplu: un ecart de preț de 20 de puncte poate crește la 30 înainte să se închidă.
  - Poziția cere atunci garanții suplimentare (margin) și poate fi închisă forțat.
- Legătura cu eficiența: cînd convergența este nesigură, abaterile pot persista Shleifer & Vishny (1997).
  - Arbitrajorii cu capital limitat nu pot elimina abaterile de la valoarea fundamentală.

Autocorelația și eroarea ei standard robustă

- Autocorelația de selecție: $\hat{\rho}_k = \sum_{t=k+1}^{T} e_t e_{t-k} / \sum_{t=1}^{T} e_t^2$, cu $e_t = r_t - \bar{r}$
  - T: numărul de randamente zilnice
  - $\bar{r}$: media lor
  - k: lagul
  - $\hat{\rho}_k > 0$: persistență, $\hat{\rho}_k < 0$: inversare
- Sub RW1 (i.i.d.): $\mathrm{SE}(\hat{\rho}_k) \approx 1/\sqrt{T}$
- Banda de 95% sub ipoteza nulă $\pm 1{,}96/\sqrt{T}$
- Eroarea standard robustă: $\mathrm{SE}(\hat{\rho}_k) \approx \sqrt{\hat{\tau}_k}$
  - dacă media este imprevizibilă, dar volatilitatea se grupează și momentele de ordinul patru sînt finite
  - $\hat{\tau}_k = \sum_t e_t^2 e_{t-k}^2 \,/\, \left(\sum_t e_t^2\right)^2$ (dispersia robustă sub H_0; pentru benzile de test centrate în 0)
  - Cînd volatilitatea se grupează, $\hat{\tau}_k > 1/T$: banda i.i.d. sub ipoteza nulă este prea îngustă, iar testele clasice resping ipoteza nulă prea des
  - Statisticile robuste $\tilde{Q}$ (Ljung–Box) și z^* (raportul variațelor) folosesc $\hat{\tau}_k$ în locul lui $1/T$

Intervale pentru ρ_k: eroarea standard HAC

- $\sqrt{\hat{\tau}_k}$ este calculată sub H_0: e valabilă pentru o bandă de test centrată în 0, nu pentru un interval în jurul lui $\hat{\rho}_k \neq 0$.
- În jurul estimației folosim dispersia HAC a estimatorului Newey & West (1987):
  - $\hat{\psi}_t = (e_t e_{t-k} - \hat{\rho}_k e_t^2)/\hat{\gamma}_0$, cu $\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T}\sum_t e_t^2$: contribuția zilei t la $\hat{\rho}_k - \rho_k$.
  - $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\rho}_k) = \frac{1}{T}\left[\hat{c}_0 + 2\sum_{j=1}^{\ell}\left(1 - \frac{j}{\ell+1}\right)\hat{c}_j\right]$, cu $\hat{c}_j$ autocovarianța de lag j a lui $\hat{\psi}_t$.
  - lățimea de bandă (*bandwidth*) $\ell = \lfloor 4(T/100)^{2/9} \rfloor$: 9–10 laguri pe eșantioanele complete, 4–5 pentru un an calendaristic, 6 pentru ferestrele ETF.
- Folosire: intervale în jurul lui $\hat{\rho}_k$ și comparații între perioade (anii criptoactivelor, înainte/după ETF-uri).
- Verificare: un moving block bootstrap (blocuri de $T^{1/3}$ zile) dă valori apropiate.
  - S&P 500: HAC 0,030, block bootstrap 0,031, $\mathrm{SE}_0 = 0{,}027$.
- SE HAC este mai mică decît SE_0 la 14 din cele 16 serii (BET: 0,023, față de 0,028).

Teste comune și distribuții de referință

- Un test portmanteau combină corelațiile la mai multe laguri într-o singură statistică.
  - În loc să alegem lagul cel mai spectaculos.
- Un test Wald verifică în mod similar restricții comune asupra coeficienților
  - egalitatea celor cinci medii zilnice impune patru restricții, $\beta_1 = \beta_2$, $\beta_1 = \beta_3$, $\beta_1 = \beta_4$, $\beta_1 = \beta_5$, deci reperul este χ^2_4, cu valoarea critică de 5% egală cu 9,49.
- Cinci restricții, toate $\beta_d = 0$, ar testa altă ipoteză nulă: media fiecărei zile egală cu zero.

Teste portmanteau: Ljung–Box și versiunea robustă

- Ljung & Box (1978): $Q(m) = T(T+2)\sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}_k^2/(T-k) \sim \chi_m^2$ pentru randamente i.i.d.
  - Testează împreună H_0: $\rho_1 = \cdots = \rho_m = 0$
  - m: numărul de laguri
- Versiunea robustă Lobato, Nankervis & Savin (2001): $\tilde{Q}(m) = \sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}_k^2/\hat{\tau}_k \to \chi_m^2$ sub RW3
  - dacă $\hat{\rho}_k$ de la laguri diferite sînt asimptotic necorelate
  - condiția, $\mathbb{E}[\varepsilon_t^2 \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-k}] = 0$ pentru $j \neq k$, este îndeplinită de un GARCH cu inovații simetrice
- Trei piețe la $m = 10$ (valoarea critică la 5% este 18,31)
  - S&P 500: $Q = 97{,}1$, dar $\tilde{Q} = 20{,}0$ ($p = 0{,}029$)
  - BET: $Q = 108{,}0$, $\tilde{Q} = 24{,}4$ ($p = 0{,}007$)
  - Bitcoin: $Q = 20{,}2$ ($p = 0{,}028$), dar $\tilde{Q} = 11{,}9$ ($p = 0{,}294$)
- Cu testul robust respingem în continuare ipoteza nulă pentru S&P 500 și BET, dar nu pentru Bitcoin
  - $\tilde{Q}$ presupune moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1

Testul secvențelor (runs test)

- Testul secvențelor Wald & Wolfowitz (1940) folosește doar **semnele** randamentelor
  - zilele cu randament zero sînt ignorate
  - deci cozile groase nu îl afectează
- O **secvență** (run) este un bloc maximal de semne egale: ++|-|+++ are 3 secvențe
- Cu n_1 zile pozitive, n_2 negative și $n = n_1 + n_2$, dacă semnele sînt independente:
  - $\mathbb{E}[R] = \frac{2n_1n_2}{n} + 1, \quad \mathrm{Var}[R] = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}, \quad z = \frac{R - \mathbb{E}[R]}{\sqrt{\mathrm{Var}[R]}} \approx N(0,1)$
  - R: numărul observat de secvențe; $|z| > 1{,}96$ respinge independența la 5%
  - testul presupune o probabilitate constantă a unei zile pozitive
- Numărul secvențelor arată dacă semnele persistă sau alternează
  - prea **puține** secvențe ($z < 0$) înseamnă semne care persistă
  - prea **multe** ($z > 0$) înseamnă semne care alternează
- S&P 500: $z = 4{,}34$, semnele alternează, în acord cu $\hat{\rho}_1 < 0$
- BET: $z = -6{,}05$, semnele persistă, în acord cu $\hat{\rho}_1 > 0$
- Bitcoin: $z = 2{,}68$ respinge independența semnelor, deși $\hat{\rho}_1$ nu este semnificativ
  - semnele și mărimile conțin informații diferite
  - toate piețele: Anexa

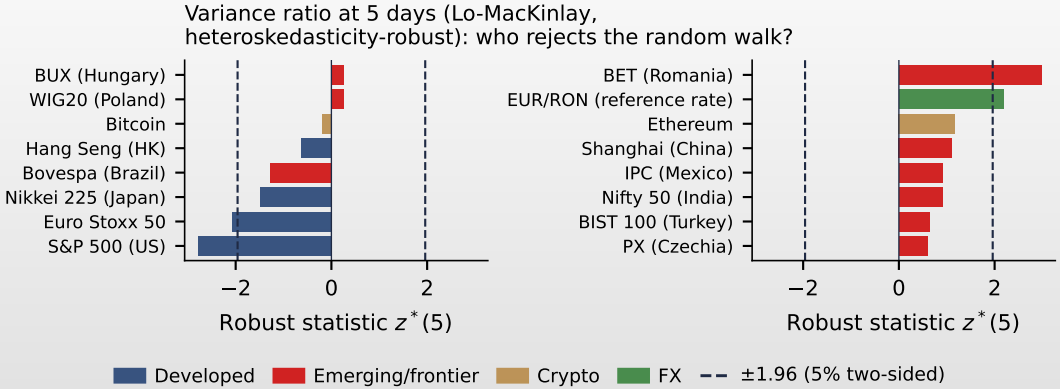
Testul Lo–MacKinlay

- Lo & MacKinlay (1988) estimează $\mathrm{VR}(q)$ din sume suprapuse de q randamente zilnice și corectează deplasarea din selecții mici
  - $\hat{\sigma}_a^2 = \frac{1}{T-1}\sum_t (r_t - \hat{\mu})^2, \quad \hat{\sigma}_c^2(q) = \frac{1}{m}\sum_{t=q}^{T}\left(\sum_{j=0}^{q-1} r_{t-j} - q\hat{\mu}\right)^2$
  - $m = q(T-q+1)(1-q/T); \quad \widehat{\mathrm{VR}}(q) = \hat{\sigma}_c^2(q)/\hat{\sigma}_a^2$
  - $\hat{\mu}$: randamentul zilnic mediu
  - $\hat{\sigma}_a^2$: dispersia randamentelor pe o zi
  - $\hat{\sigma}_c^2(q)$: dispersia sumelor suprapuse pe q zile, împărțită la q
  - m: numitorul care corectează deplasarea în selecții mici
- Statistica testului sub RW1
  - randamente omoscedastice, adică cu dispersie constantă
  - $z(q) = \dfrac{\widehat{\mathrm{VR}}(q) - 1}{\sqrt{2(2q-1)(q-1)/(3qT)}} \approx N(0,1)$
  - numitorul este eroarea standard a lui $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ sub RW1
  - $|z| > 1{,}96$ respinge $\mathrm{VR}(q) = 1$ la 5%
- Acest z duce la respingeri prea frecvente cînd volatilitatea se grupează (slide-ul următor)

Statistica z^*, robustă la heteroscedasticitate

- Sub RW3 plus condițiile din Lo & MacKinlay (1988), $\hat{\rho}_k$ sînt asimptotic necorelate, cu dispersiile $\hat{\delta}_k/T$
  - condițiile: momente finite, dependență slabă, $\mathbb{E}[\varepsilon_t^2\varepsilon_{t-j}\varepsilon_{t-k}] = 0$ pentru $j \neq k$
  - $\hat{\delta}_k = T\hat{\tau}_k$, cu $\hat{\tau}_k$ de pe slide-ul autocorelației: dispersia robustă a lui $\sqrt{T}\hat{\rho}_k$, egală cu 1 fără gruparea volatilității
- Dispersia asimptotică a lui $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ și statistica testului
  - $\hat{\theta}(q) = \sum_{k=1}^{q-1}\left(\frac{2(q-k)}{q}\right)^2\hat{\delta}_k, \qquad z^*(q) = \frac{\sqrt{T}\,(\widehat{\mathrm{VR}}(q)-1)}{\sqrt{\hat{\theta}(q)}} \approx N(0,1)$
  - $2(q-k)/q$: ponderea lui $\hat{\rho}_k$ în $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$
  - $|z^*| > 1{,}96$ respinge $\mathrm{VR}(q) = 1$ la 5%
- RW3 singură nu este suficientă
  - condițiile sînt îndeplinite de GARCH cu inovații simetrice
  - dar pot să nu fie îndeplinite în prezența efectului de levier
  - Fără condiția $\mathbb{E}[\varepsilon_t^2\varepsilon_{t-j}\varepsilon_{t-k}] = 0$, calculul lui $\hat{\theta}(q)$ necesită întreaga matrice de covarianță a estimatorilor $\hat{\rho}_k$
- La $q = 5$, S&P 500 are $z^*(5) = -2{,}78$
  - inversarea rămîne semnificativă și cu eroarea standard robustă
  - comparația lui z cu z^* la $q = 2$: secțiunea 2

Raportul variațelor la 5 zile pe 16 serii



MFM_ch2_variance_ratio

Raportul variațelor la 5 zile și testul Chow–Denning

- Fiecare bară din graficul anterior este statistica robustă $z^*(5)$ a uneia dintre cele 16 serii.
  - Liniile întrerupte marchează $\pm 1{,}96$.
- La 5 zile, $|z^*(5)| > 1{,}96$ pentru BET (2,98), S&P 500 ($-2{,}78$), EUR/RON (2,19) și Euro Stoxx 50 ($-2{,}08$).
- Testul comun Chow & Denning (1993) respinge RW3 pentru 5 din cele 16 serii.
  - secțiunea 2; valoarea critică 2,49.
  - BET, S&P 500, EUR/RON, IPC (la 2 zile, $z^* = 3{,}72$) și Ethereum (la 20 de zile, $z^* = 2{,}70$).
- Euro Stoxx 50 respinge la 5 zile, dar nu și în testul comun.
  - Cel mai mare $|z^*|$ al lui este $2{,}24 < 2{,}49$.
- Ierarhia „dezvoltat = eficient" nu este confirmată.
  - S&P 500 arată inversare, iar BET și EUR/RON persistență.

MFM_ch2_variance_ratio

Dincolo de predictibilitatea liniară: ipoteza diferenței de martingal

- **MDH**: $\mathbb{E}[r_t \mid \mathcal{I}_{t-1}] = \mu$
  - Martingale Difference Hypothesis, ipoteza diferenței de martingal
  - nicio funcție a trecutului, liniară sau nu, nu prezice media
- RW3 (toate $\rho_k = 0$) este mai slabă. Contraexemplu: $r_t = \varepsilon_t + \theta(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2)$, ε_t i.i.d. simetrice
  - $\sigma^2 = \mathrm{Var}(\varepsilon_t)$, deci termenul suplimentar are media 0
  - $\theta \neq 0$: cît de mult deplasează pătratul șocului de ieri media de azi
  - toate $\rho_k = 0$, dar $\mathbb{E}[r_t \mid \varepsilon_{t-1}] = \theta(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2)$ este predictibilă: testele de autocorelație nu o pot detecta
  - Testele MDH propriu-zise, pe slide-ul următor, caută exact acest tip de dependență (rezultate: Anexa)
- **BDS** (Brock–Dechert–Scheinkman) Brock, Dechert, Scheinkman & LeBaron (1996) testează i.i.d., nu MDH
  - compară frecvența secvențelor de randamente apropiate cu cea implicată de observații i.i.d.
  - un model GARCH poate determina singur respingerea ipotezei nule
  - O respingere BDS este o dovadă împotriva RW1, nu împotriva eficienței slabe

Ce examinează testele neliniare

- De ce: autocorelațiile zero nu exclud o medie predictibilă
  - o arată contraexemplul de pe slide-ul anterior
- Testul spectral generalizat Escanciano & Velasco (2006) măsoară covarianța dintre r_t și funcții neliniare ale randamentelor trecute
  - $e^{\mathrm{i}xr_{t-j}}$, la toate lagurile j
  - el detectează contraexemplul $r_t = \varepsilon_t + \theta(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma^2)$, pe care autocorelațiile îl ratează
- Testul portmanteau automat Escanciano & Lobato (2009) este un Ljung–Box robust la heteroscedasticitate
  - numărul de laguri ales din date printr-o penalizare
  - el testează doar autocorelațiile, deci nu detectează contraexemplul neliniar

Erori standard HAC și lățimea de bandă

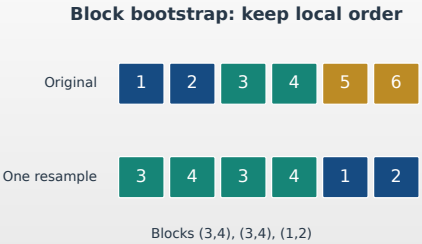
OLS: Ordinary Least Squares — metoda celor mai mici pătrate.

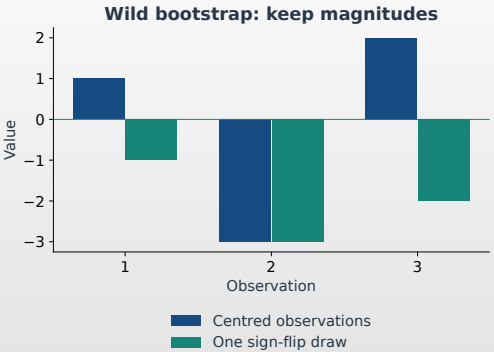
- De ce: în regresiile predictive și pe ferestrele mobile suprapuse, reziduurile sînt autocorelate și heteroscedastice
  - erorile standard OLS clasice nu mai sînt valide
  - în regresia dividend–preț ele sînt prea mici (t OLS $= 1{,}16$, t Newey–West $= 0{,}91$)
  - erorile HAC pot fi și mai mici decît cele OLS (tabelul efectelor de calendar)
- Erorile standard HAC estimează long-run variance: dispersia plus de două ori suma autocovariațelor
- Newey & West (1987) ponderează autocovarianța de la lagul j cu $1 - j/(\ell + 1)$, astfel încît estimația să nu fie negativă
- Lățimea de bandă ℓ este numărul de laguri incluse
  - cu $\ell = 5$, ponderile lagurilor 1–5 sînt $5/6, 4/6, \ldots, 1/6$

Bootstrap: construirea selecțiilor repetate

- De ce: nici deplasarea Stambaugh, nici banda DFA sub ipoteza nulă nu au o distribuție exactă cunoscută
  - bootstrap o aproximează
- Bootstrap generează multe selecții artificiale sub ipoteza nulă și recalculează statistica în fiecare
- Bootstrap-ul i.i.d. extrage observații cu înlocuire
  - distruge orice dependență, inclusiv gruparea volatilității
- Block bootstrap Künsch (1989) extrage blocuri consecutive și păstrează dependența din interiorul blocului
- Wild bootstrap înmulțește fiecare randament centrat cu un semn aleator
  - păstrează volatilitatea fiecărei zile, dar distruge corelația serială: reproduce o ipoteză nulă de tip RW3 cu semne simetrice (folosită la DFA)

Ce păstrează fiecare bootstrap





Blocurile păstrează ordinea locală; schimbările de semn păstrează modulele. Cele două proceduri impun ipoteze diferite selecțiilor artificiale.

Regresii predictive și deplasarea Stambaugh (1/2)

- Revenim la regresia din secțiunea 3: de ce poate *dp* să pară un predictor bun chiar dacă $\beta = 0$?
- Modelul: $r_{t+1} = \alpha + \beta x_t + u_{t+1}, \quad x_{t+1} = \theta + \rho x_t + v_{t+1}$, cu $\mathrm{Cov}(u, v) = \sigma_{uv}$
  - r: randamentul în exces
  - x: logaritmul raportului dividend–preț, $dp_t = \ln D_t - \ln P_t$, persistent ($\rho \approx 1$)
  - D_t: dividendele plătite în ultimul an
  - β: panta predictivă, 0 dacă randamentele sînt imprevizibile
  - α, θ: termeni liberi
  - ρ: persistența lui x, adică coeficientul AR(1) al lui *dp*; nu este autocorelația ρ_k a randamentelor și nici ρ din identitatea Campbell–Shiller
  - u, v: șocurile celor două ecuații
  - σ_{uv}: covariația lor
  - $\sigma_v^2 = \mathrm{Var}(v)$
  - T: numărul de perioade

Regresii predictive și deplasarea Stambaugh (2/2)

- x_t este predeterminat, nu strict exogen Stambaugh (1999)
  - estimatorul OLS este consistent, dar are deplasare în selecții finite
  - Proiectăm u pe v: $u = (\sigma_{uv}/\sigma_v^2)\, v + e$, deci $\hat{\beta} - \beta = (\sigma_{uv}/\sigma_v^2)(\hat{\rho} - \rho) + \text{zgomot}$
  - e: partea lui u necorelată cu v
  - Ambele regresii folosesc aceleași luni și același x_t, deci erorile de estimare $\hat{\beta} - \beta$ și $\hat{\rho} - \rho$ sînt legate prin corelația șocurilor u și v
  - Termenul de zgomot are media zero cînd e este independent de întreaga traiectorie a lui x, de exemplu pentru (u, v) i.i.d. cu distribuția Normală bivariată
  - $\hat{\rho}$ este deplasat în jos în selecții mici Kendall (1954), iar această deplasare se transmite estimatorului $\hat{\beta}$
  - Cu $\mathbb{E}[\hat{\rho} - \rho] \approx -(1 + 3\rho)/T$: $\quad \mathbb{E}[\hat{\beta} - \beta] \approx -\dfrac{\sigma_{uv}}{\sigma_v^2} \dfrac{1 + 3\rho}{T}$
- Prețul crește $\Rightarrow$ *dp* scade: $\sigma_{uv} < 0$
  - deci deplasarea este **în sus**
  - predictibilitatea pare mai puternică decît este
- Aproape de o rădăcină unitară, statistica t nu mai are distribuția $N(0, 1)$ Campbell & Yogo (2006)
  - inferența validă se obține cu testul Q de tip Bonferroni
  - testul este construit pe un interval de încredere pentru ρ

Bonferroni Q: incertitudinea persistenței

- Inferența Campbell–Yogo ține cont de incertitudinea persistenței predictorului. Campbell & Yogo (2006)
  - În loc să trateze estimația ei ca valoare cunoscută.
- Combină o mulțime de încredere pentru persistență cu teste ale pantei predictive pe acea mulțime.
  - Împarte probabilitatea de eroare între etape.
- Pentru S&P 500, $\hat{\rho} = 0{,}9988$ și $T(1 - \hat{\rho}) = 1{,}4$.
  - Un test de rădăcină unitară nu poate respinge $\rho = 1$.
  - Acolo statistica t a lui $\hat{\beta}$ se abate cel mai mult de la $N(0, 1)$.
- Acest test Q privește regresiile predictive
  - nu este statistica Q Ljung–Box pentru autocorelații.

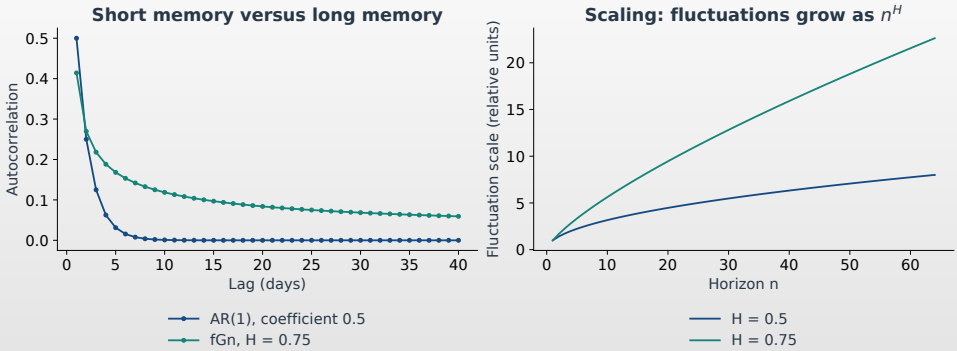
Exemplu rezolvat: deplasarea Stambaugh pentru S&P 500

- Randamentul logaritmic lunar în exces, regresat pe dp_t decalat
  - 1934–2026, $T = 1\,111$ de luni
  - construcția datelor: Anexa
- OLS: $\hat{\beta} = 0{,}267$, t Newey–West $= 0{,}91$
  - panta, în % pe lună pe unitate de dp
  - nesemnificativ chiar înaintea oricărei corecții
- Date de intrare: $\hat{\rho} = 0{,}9988$, $\operatorname{corr}(\hat{u}, \hat{v}) = -0{,}97$, $\hat{\phi} = \hat{\sigma}_{uv}/\hat{\sigma}_v^2 = -0{,}925$
  - exprimate ca fracții, nu în procente
- Calcul: deplasarea $= -100\,\hat{\phi}\,(1 + 3\hat{\rho})/T = 0{,}333$ (în %, ca $\hat{\beta}$)
  - panta corectată $= 0{,}267 - 0{,}333 = -0{,}066$: corecția de ordinul întîi estimată pentru deplasare depășește panta estimată
  - corecția este ea însăși estimată: pentru inferența formală se folosește Campbell & Yogo (2006) sau un bootstrap
  - Formula lui Kendall este de ordinul întîi în $1/T$ și cea mai puțin precisă cînd $T(1 - \hat{\rho})$ este mic, aici 1,4: $-0{,}066$ indică semnul și ordinul de mărime, nu o pantă precisă
- Simulare cu aceleași ρ și $\operatorname{corr}(u, v)$, $\beta = 0$ și o selecție de 30 de ani ($T = 360$ de luni)
  - testul t cu nivel nominal de 5% respinge $\beta = 0$ în 26,5% din selecții
  - de peste cinci ori mai des decît ar trebui

Comparația prognozelor: Diebold–Mariano și Clark–West

- Secțiunea 3 a definit R^2_{OS} și a aplicat testul Clark–West pe S&P 500
  - aici arătăm de ce testul are această formă
- Majoritatea predictorilor publicați au $R^2_{OS} < 0$ Welch & Goyal (2008)
  - actualizarea Goyal, Welch & Zafirov (2024) confirmă rezultatul
- Testul Diebold & Mariano (1995) compară media diferenței dintre erorile pătratice ale celor două prognoze
- Modelul cu *dp* conține media istorică (modele imbricate, *nested*)
  - sub H_0 el estimează un β nul
  - zgomotul acestei estimări îi mărește eroarea pătratică medie de predicție (MSPE)
- De aceea, testul Diebold–Mariano respinge mai rar decît nivelul nominal
- Clark & West (2007) adaugă înapoi acest zgomot: $f_t = (r_t - \bar{r}_t)^2 - \left[(r_t - \hat{r}_t)^2 - (\bar{r}_t - \hat{r}_t)^2\right]$
  - $(\bar{r}_t - \hat{r}_t)^2$: partea din eroarea modelului datorată estimării lui β
  - testul t asupra mediei lui f_t este unilateral: doar un cîștig pozitiv este dovadă pentru predictor

Dependență la laguri și orizonturi diferite

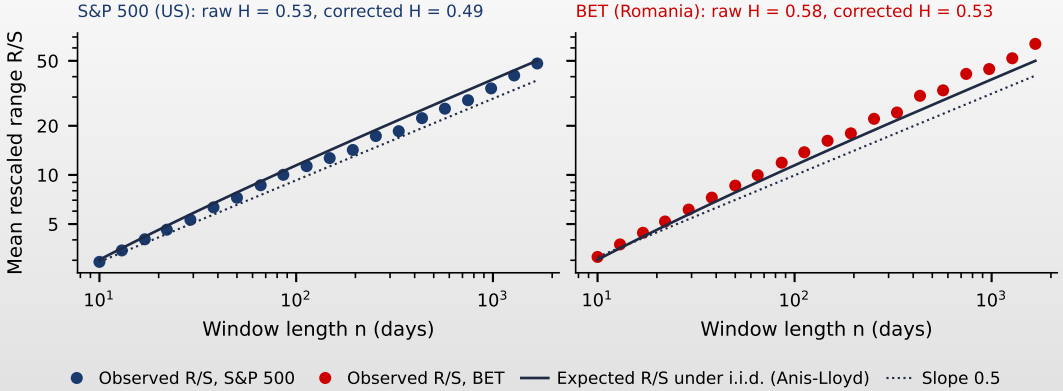


Corelațiile AR(1) scad geometric; în exemplul fGn scad lent. Dreapta compară creșterea fluctuațiilor odată cu orizontul.

Statistica amplitudinii rescalate (R/S)

- Hurst (1951) a constatat persistența revărsărilor Nilului cu ajutorul amplitudinii rescalate (*rescaled range*)
  - anii cu revărsări mari urmau altor ani cu revărsări mari mai des decît ar permite hazardul
  - detalii istorice: Anexa
- Calculul pornește de la o fereastră de n randamente cu media $\bar{r}_n$ și abaterea standard s_n
  - Abaterile cumulate $Y_k = \sum_{i=1}^{k}(r_i - \bar{r}_n)$, $k = 1, \ldots, n$
  - Amplitudinea $R_n = \max_k Y_k - \min_k Y_k$
  - Amplitudinea rescalată R_n/s_n
- Legea de scalare: $\mathbb{E}[R_n/s_n] \approx c\, n^H$, unde H este **exponentul Hurst**
  - c: o constantă
  - prin logaritmare, $\ln(R/S) \approx \ln c + H \ln n$, deci H este o pantă
  - Estimare: panta lui $\ln(R/S)$ pe $\ln n$, cu R/S mediat pe ferestre disjuncte
- $H = 0{,}5$: fără memorie lungă (dependența pe termen scurt este permisă)
- $H > 0{,}5$: persistență; memorie lungă, cu $\rho_k \sim k^{2H-2}$
- $H < 0{,}5$: antipersistență

Analiza R/S: S&P 500 și BET (1/2)



MFM_ch2_hurst

Analiza R/S: S&P 500 și BET (2/2)

- În graficul anterior, punctele arată R/S mediu pentru fiecare lungime n a ferestrei.
- Linia continuă este media teoretică Anis & Lloyd (1976) pentru randamente i.i.d. din distribuția Normală.
  - Formula: Anexa.
- Corecția Anis–Lloyd elimină deplasarea pantei brute.
  - Panta brută depășește 0,5 în selecții mici chiar pentru randamente i.i.d.
  - $H_{AL} = 0{,}5+$ panta regresiei lui $\ln(R/S) - \ln \mathbb{E}[R_n/s_n]$ pe $\ln n$.
- Pentru S&P 500, exponentul brut este 0,530, iar cel corectat 0,485.
  - „Persistența" aparentă venea din deplasarea în selecții mici.
- Pentru BET, exponentul brut este 0,578, iar cel corectat 0,533: persistența rămîne după corecție.
- Întrebare deschisă: $H > 0{,}5$ la BET indică memorie lungă?
  - Sau doar reflectă autocorelația de ordinul 1, $\hat{\rho}_1 = 0{,}109$?
- Statistica R/S clasică nu poate deosebi cele două cazuri.

MFM_ch2_hurst

Testul R/S modificat al lui Lo

- Lo (1991): autocorelația pe termen scurt mărește artificial statistica R/S și imită memoria lungă
- Modificarea: s_n este înlocuit cu o abatere standard pe termen lung (HAC) $\hat{\sigma}_\ell$, cu ℓ laguri
  - $\hat{\sigma}_\ell^2 = \hat{\gamma}_0 + 2\sum_{j=1}^{\ell}\left(1 - \frac{j}{\ell+1}\right)\hat{\gamma}_j$, $\hat{\gamma}_j$: autocovarianța la lagul j ($\hat{\gamma}_0$: dispersia), cu ponderi descrescătoare
  - $V = \dfrac{\max_k Y_k - \min_k Y_k}{\hat{\sigma}_\ell \sqrt{T}}$
  - Y_k: abaterile cumulate pe toată selecția de T randamente
  - lățimea de bandă ℓ este aleasă ca în Andrews (1991)
- În ipoteza memoriei scurte, V se află în [0,809; 1,862] cu probabilitatea 95%
- Pentru patru serii, V este în interval, deci memoria scurtă nu este respinsă
  - S&P 500 ($V = 1{,}560$), Bitcoin (1,547), PX (1,749) și EUR/RON (1,429)
- Pentru BET ($V = 1{,}961$, cu $\ell = 7$ laguri) și Ethereum ($V = 1{,}980$), V depășește puțin limita 1,862
- Aceasta este o dovadă slabă de memorie lungă

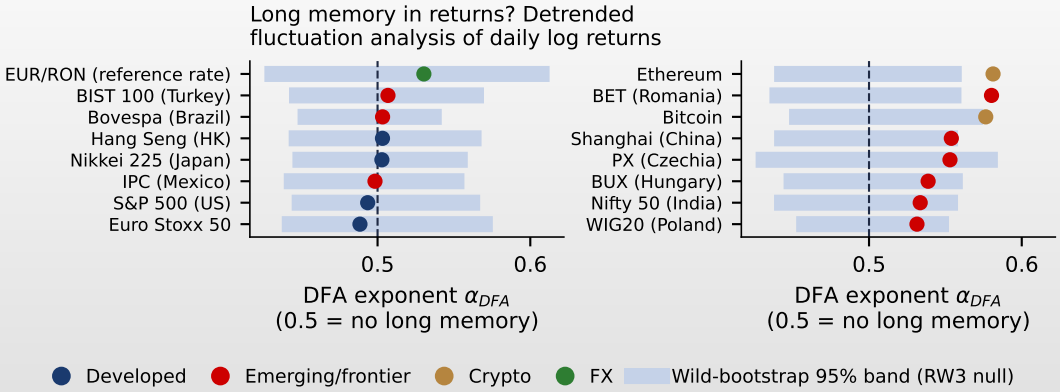
Detrended fluctuation analysis (DFA) (1/2)

- Peng et al. (1994): DFA măsoară cum crește fluctuația randamentelor cumulate odată cu lungimea ferestrei.
- Eliminarea unei tendințe liniare din profil înlătură o medie constantă a randamentelor în fiecare segment.
- Dacă media randamentelor are ea însăși o tendință, este nevoie de DFA de ordin superior.
- Algoritmul
  - Profilul $y_k = \sum_{t \leq k}(r_t - \bar{r})$ este suma abaterilor randamentelor de la medie, pe întreaga selecție.
  - Profilul se împarte în segmente de lungime n.
  - În fiecare segment se estimează o tendință liniară și se păstrează reziduurile.
  - $F(n)$ este rădăcina mediei pătratelor tuturor reziduurilor; calculul se repetă pentru mai multe valori ale lui n.
- $F(n) \propto n^{\alpha_{DFA}}$: exponentul DFA α_{DFA} joacă rolul lui H ($\alpha_{DFA} = 0{,}5$: fără memorie lungă).

Detrended fluctuation analysis (DFA) (2/2)

- Banda de 95% sub ipoteza nulă se obține prin **wild bootstrap** (199 de replicări).
  - Fiecare reziduu $e_t = r_t - \bar{r}$ este înmulțit cu un semn aleator $\eta_t = \pm 1$, cu probabilitatea $1/2$.
- Schimbarea semnului păstrează volatilitatea $|e_t|$ și distruge doar corelația serială.
  - Volatilitatea variabilă este permisă sub RW3.
  - O permutare le-ar distruge pe amîndouă.
- Ipoteza nulă implicită este mai strictă decît RW3.
  - Semne simetrice și independente, dată fiind volatilitatea.
- Banda este deci un reper, nu un test exact al RW3 și nici un interval de încredere pentru α_{DFA}.

Exponentul DFA pe piețe (1/2)

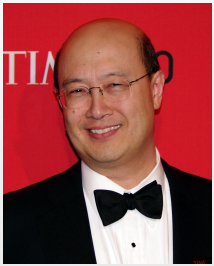


MFM_ch2_hurst

Exponentul DFA pe piețe (2/2)

- Fiecare punct din graficul anterior este exponentul α_{DFA} al unei serii.
  - Bara este banda wild bootstrap de 95% sub ipoteza nulă.
- S&P 500 (0,494), Euro Stoxx 50 (0,488) și Nikkei (0,503) sînt aproape de 0,5, în interiorul benzii.
- Trei din cele 16 serii depășesc banda.
  - Ethereum (0,581) și BET (0,580, față de limita superioară 0,561).
  - La limită, Bitcoin (0,576, față de 0,575).
- PX (0,553) și Shanghai (0,554) depășesc doar o bandă obținută prin permutare.
  - Permutarea distruge și gruparea volatilității.
  - Memoria lor aparentă vine din gruparea volatilității.
- Estimatorul local Whittle Robinson (1995) estimează $d = H - 0{,}5$ din frecvențele cele mai joase.
  - Pentru BET, $\hat{d} = 0{,}118$, cu intervalul de 95% [0,062; 0,174] (Anexa).
- Intervalul presupune inovații condiționat omoscedastice.
  - Gruparea volatilității încalcă această condiție.
  - El nu este deci o dovadă decisivă.
- Concluzie: dovezile de memorie lungă în randamente sînt slabe și depind de metodă.
  - Memoria în volatilitate (Capitolul 1) este puternică.

Ipoteza piețelor adaptive (1/2)



Andrew W. Lo, MIT

Foto: David Shankbone (2012); CC BY 3.0; Wikimedia Commons

- Testele pe întreaga selecție dau dovezi slabe și instabile
  - o explicație posibilă: eficiența variază în timp
- Andrew Lo a propus ipoteza piețelor adaptive (AMH) în Lo (2004) și a dezvoltat-o în cartea Lo (2017)
- Piețele formează un ecosistem de specii aflate în competiție
  - speciile: traderi, fonduri, algoritmi
  - se adaptează prin încercare și eroare, nu prin optimizare perfectă
  - eficiența este o chestiune de grad și depinde de numărul de competitori, de oportunitățile de profit și de mediu

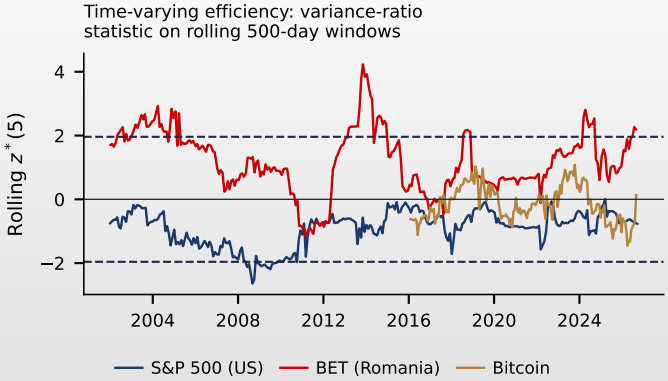
Ipoteza piețelor adaptive (2/2)

- Anomaliile apar, slăbesc și pot reapărea
- Variația în timp a statisticilor nu permite, singură, identificarea AMH
  - și o EMH cu prime de risc variabile o poate genera
  - tabelul comparativ: Anexa
- Lim & Brooks (2011), sinteză a literaturii: eficiența piețelor bursiere variază în timp, mai ales în jurul crizelor.
- Urquhart & McGroarty (2016): dependența serială apare și dispare între subperioade, în funcție de condițiile pieței.
  - Pe patru indici majori: Statele Unite, Marea Britanie, Japonia, zona euro.

Măsurarea eficienței variabile în timp

- Calculăm o statistică pe o **fereastră mobilă**
  - 500 de zile de tranzacționare (circa doi ani), deplasată cu 21 de zile (o lună)
  - Statistici: $z^*(5)$ al testului raportului variațelor și exponentul DFA
- Banda DFA sub ipoteza nulă se calculează ca înainte, dar separat în fiecare fereastră
  - schimbări aleatoare de semn
  - deci urmează volatilitatea ferestrei
- Pentru comparație, o bandă fixă este [0,380; 0,615]
  - simulat din randamente i.i.d. Student-t cu 4 grade de libertate
  - cozi groase, fără gruparea volatilității
- Banda fixă ignoră gruparea volatilității, permisă sub RW3
  - gruparea volatilității mărește α_{DFA}
  - deci banda fixă semnalează prea multe ferestre
- Două precauții la interpretarea rezultatelor
  - Ferestrele suprapuse sînt puternic corelate: seriile de respingeri nu sînt dovezi independente
  - Chiar sub ipoteza nulă, circa 5% din ferestre resping: o proporție apropiată de 5% este o descriere, nu un test calibrat al stabilității

Raportul variațelor pe ferestre mobile: S&P 500, BET, Bitcoin

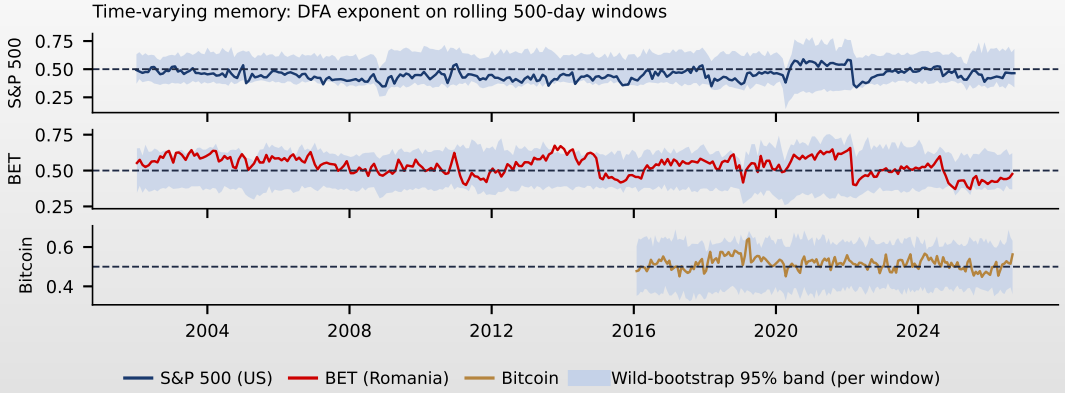


Raportul variațelor pe ferestre mobile: interpretarea graficului

- Graficul anterior arată $z^*(5)$ pe ferestre mobile de 500 de zile.
  - Fiecare punct este datat cu ultima zi a ferestrei.
  - Liniile întrerupte marchează $\pm 1{,}96$.
- Proporția ferestrelor cu $|z^*(5)| > 1{,}96$ este 6,7% pentru S&P 500, 22,4% pentru BET și 0% pentru Bitcoin.
- S&P 500: $z^*(5)$ este negativ în aproape toate ferestrele.
  - Trece de $-1{,}96$ doar în cele încheiate în 2008–2010, care cuprind criza financiară.
- BET: $z^*(5)$ depășește 1,96 în episoade, separate de perioade apropiate de zero.
  - Ferestre încheiate în 2002–2005, 2013–2014, 2018 și după 2023.
- Reclasificarea României de către furnizorul de indici FTSE Russell (FTSE: *Financial Times Stock Exchange*), la 21 sept. 2020 (Anexa), nu apare ca o ruptură.
  - $z^*(5)$ al BET era aproape de zero din 2016 și urcă din nou după 2023.

MFM_ch2_rolling_efficiency

Exponentul DFA pe ferestre mobile: S&P 500, BET, Bitcoin (1/2)



MFM_ch2_rolling_efficiency

Exponentul DFA pe ferestre mobile: S&P 500, BET, Bitcoin (2/2)

- În graficul anterior, zona hașurată este banda wild bootstrap de 95% sub ipoteza nulă.
  - calculat separat în fiecare fereastră de 500 de zile.
- Exponentul iese din propria bandă în:
  - 1,7% din ferestre pentru S&P 500.
  - 3,1% pentru BET.
  - 0% pentru Bitcoin.
- Cu o bandă fixă Student-t_4, care ignoră gruparea volatilității, proporțiile ar fi 6,7%, 11,2% și 1,1%.
  - depășirile DFA suplimentare ale BET veneau din gruparea volatilității.
- Episoadele BET din graficul raportului variațelor rămîn.
  - ele privesc autocorelația pe cîteva zile (memorie scurtă), pe care exponentul DFA nu o vizează.
- Testul are putere mică.
  - pentru BET, banda are în medie limitele [0,36; 0,64].
  - 500 de observații nu fixează precis exponentul.

MFM_ch2_rolling_efficiency

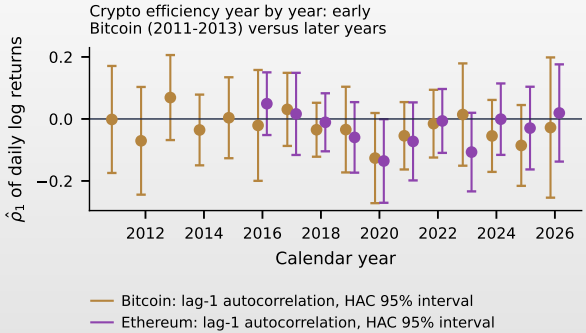
Testarea AMH (1/2)

- Kim, Shamsuddin & Lim (2011) arată că predictibilitatea variază cu condițiile pieței (crize, bule).
  - pe un secol de date din Statele Unite ale Americii.
  - fără o tendință descrescătoare.
  - fac AMH testabilă legînd-o de variabile de stare.
- Versiunea noastră: regresăm $z^*(5)$ din fiecare fereastră mobilă
  - pe volatilitatea anualizată a ferestrei (în %)
  - pe o variabilă indicator de criză
  - Variabila de criză este 1 dacă fereastra acoperă sept. 2008–iun. 2009 sau febr.–iun. 2020.
  - Folosim erori Newey–West cu 24 de laguri, pentru că ferestrele consecutive au în comun 95% din zile.
  - Volatilitatea este variabila de control: comparăm ferestre cu volatilitate similară.
- S&P 500: coeficientul de criză este $-0{,}71$ ($t = -2{,}53$).
  - coeficientul volatilității 0,008 ($t = 0{,}39$).
  - $R^2 = 0{,}21$.
- BET: coeficientul de criză este $-0{,}82$ ($t = -2{,}77$).
  - coeficientul volatilității $-0{,}008$ ($t = -0{,}36$).
  - $R^2 = 0{,}15$.

Testarea AMH (2/2)

- În ferestrele de criză, $z^*(5)$ este mai mic, chiar la volatilitate egală.
  - adică mai aproape de inversare.
- Tipul de dovadă: asociere.
  - condiționată de volatilitate, nu un efect cauzal.
- Dependența de starea pieței este compatibilă cu AMH, dar nu o identifică.
  - o schimbare a lui $z^*(5)$ poate veni din $\widehat{\mathrm{VR}}(5) - 1$ sau din eroarea lui standard.

Eficiența criptoactivelor an de an (1/2)



- AMH prezice că o piață nouă devine mai eficientă în timp: $\hat{\rho}_1 \neq 0$ în primii ani, apoi aproape de zero
- Graficul: $\hat{\rho}_1$ al randamentelor zilnice din fiecare an calendaristic, cu intervalul HAC de 95%, pentru comparația între ani
- Bitcoin 2011–2013: intervalele sînt largi și includ zero
  - deci datele nu arată ineficiența timpurie prezisă de AMH
- Doar una din cele 27 de autocorelații anuale este semnificativă la 5%
  - Ethereum în 2023, $\hat{\rho}_1 = -0{,}107$
  - din întîmplare ne-am aștepta la circa 1,35
  - testul folosește SE_0 (calculată sub H_0), barele graficului SE HAC: bara Ethereum 2020 exclude 0, cea din 2023 nu

MFM_ch2_crypto_efficiency

Eficiența criptoactivelor an de an (2/2)

- Urquhart (2016) respinge eficiența în primii ani (Anexa)
  - cu alte teste, altă sursă de prețuri și erori standard clasice
- Puterea: un an cu 365 de randamente dă o SE robustă de 0,05–0,13
  - efectele mici nu se pot detecta
  - SE robustă presupune moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1

Studii de eveniment: eroarea de predicție

- Dispersia erorii de predicție MacKinlay (1997): $\text{Var}(AR_\tau) = \sigma_\varepsilon^2\left[1 + \frac{1}{T_0} + \frac{(r_{m,\tau} - \hat{\mu}_m)^2}{(T_0 - 1)\hat{\sigma}_m^2}\right]$
  - T_0: numărul de zile din fereastra de estimare
  - σ_ε^2: dispersia reziduurilor modelului de piață; $r_{m,\tau}$: randamentul pieței în ziua τ a evenimentului.
  - $\hat{\mu}_m$, $\hat{\sigma}_m^2$: media și dispersia randamentului pieței în fereastra de estimare.
  - Paranteza crește cînd mișcarea pieței din ziua evenimentului este neobișnuită.
- La taxa bancară (secțiunea 4), mișcarea extremă a BET face paranteza egală cu 2,12.
  - de aici $t = -6{,}85$ în loc de $-10{,}0$ pentru TLV.
- Cu aceeași corecție, BRD are $t = -4{,}03$.
- Boehmer, Musumeci & Poulsen (1991) standardizează fiecare AR cu propria eroare de predicție.
  - estimează dispersia din valorile standardizate ale firmelor în ziua evenimentului, nu din zilele calme.
  - testul rămîne valid dacă evenimentul mărește dispersia.

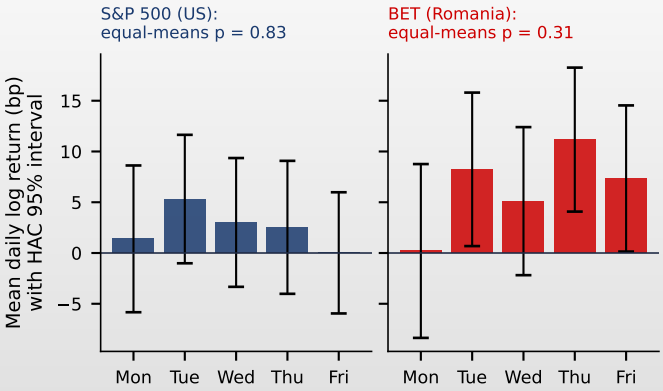
Studii de eveniment: corelația dintre firme

- Întrebarea: ce se întîmplă cu testul pentru $\overline{AR}_0$ cînd toate firmele au evenimentul în aceeași zi?
- Fie N numărul de firme și $\bar{\varrho}$ corelația medie dintre randamentele lor anormale.
  - estimată în fereastra de estimare.
  - pentru TLV și BRD, $\bar{\varrho} = 0{,}153$.
- Testul care presupune independența ignoră covariațele.
  - cu $\bar{\varrho} > 0$, dispersia reală a mediei este de $1 + (N-1)\bar{\varrho}$ ori mai mare.
- Pentru TLV și BRD, t calculat presupunînd independența este $-7{,}55$.
  - împărțit la $\sqrt{1+\bar{\varrho}} = 1{,}074$ devine $-7{,}03$.
- Este statistica t a portofoliului egal ponderat, care ține cont automat de corelație.
- Dacă dispersia se estimează transversal, ca în Boehmer, Musumeci & Poulsen (1991), ea subestimează în plus dispersia reală.
  - cu factorul $1 - \bar{\varrho}$.
  - de aceea Kolari & Pynnönen (2010) înmulțesc statistica cu $\sqrt{(1-\bar{\varrho})/(1+(N-1)\bar{\varrho})}$.
- Cu zece firme și aceeași corelație, testul bazat pe independență subestimează dispersia de $1 + 9\bar{\varrho} = 2{,}38$ ori.
  - testul transversal de $(1+9\bar{\varrho})/(1-\bar{\varrho}) = 2{,}81$ ori.

Anomalii și efecte de calendar

- Întrebarea: ce tipare rezistă după corecția pentru testare multiplă și ce le explică?
- O **anomalie** este un tipar al randamentelor pe care modelul de evaluare nu îl explică.
- Trei explicații posibile:
  - un factor de risc omis.
  - o evaluare greșită (eroare comportamentală).
  - sau căutarea repetată în aceleași date.
- Familii:
  - de calendar (secțiunea 5; TOM Lakonishok & Smidt (1988), prima jumătate a lunii Ariel (1987)).
  - pe serii de timp (time-series momentum).
  - transversale (mărime, valoare, momentum: **Capitolul 3**).
- Randamentele anomaliilor publicate scad cu 26% după sfîrșitul perioadei studiate și cu 58% după publicare McLean & Pontiff (2016).
- Ziua săptămînii: $r_t = \sum_{d=1}^{5} \beta_d D_{d,t} + u_t$.
  - $D_{d,t} = 1$ dacă ziua t este ziua d (luni, ..., vineri), altfel 0.
  - β_d este randamentul mediu din ziua d.
- Testul Wald pentru $\beta_1 = \cdots = \beta_5$ (χ^2_4) folosește erori HAC Newey & West (1987) cu 5 laguri.
  - pentru că u_t este heteroscedastic și autocorelat.

Efectul zilei săptămînii: S&P 500 și BET (1/2)



- Randamentul logaritmic zilnic mediu, pe zile ale săptămînii, 2000–2026
  - în puncte de bază (bp; 1 bp = 0,01%)
  - intervale HAC de 95%
- S&P 500: randamentul mediu variază de la 0,0 bp (vineri) la 5,3 bp (marți)
- valoarea p a testului de egalitate a mediilor = 0,83
  - după 2000 nu găsim un efect al zilei de luni, spre deosebire de French (1980)

MFM_ch2_calendar_anomalies

Efectul zilei săptămînii: S&P 500 și BET (2/2)

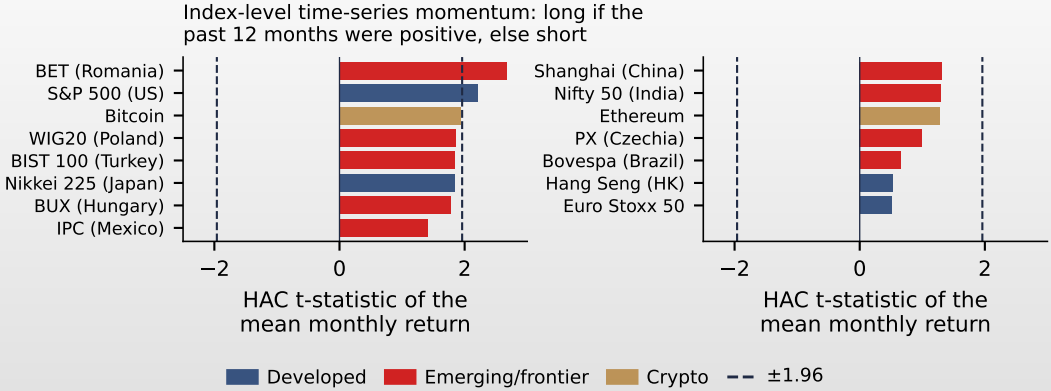
- BET: joi 11,2 bp ($t = 3{,}09$), totuși testul comun dă $p = 0{,}31$
- Două ipoteze nule diferite:
  - media unei zile este zero (poate confunda efectul zilei cu randamentul mediu pozitiv)
  - toate cele cinci medii sînt egale (efectul zilei propriu-zis)

Time-series momentum pe indici (1/3)

TSMOM: Time-Series MOMentum — momentum pe serii de timp.

- TSMOM Moskowitz, Ooi & Pedersen (2012): semnalul $s_t = \text{sign}\left(\sum_{j=1}^{12} r_{t-j}\right)$
  - $+1$ (poziție lungă) dacă suma ultimelor 12 randamente logaritmice lunare este pozitivă, -1 (poziție scurtă) altfel
  - Randamentul strategiei este $s_t R_t$, R_t: randamentul indicelui în luna t
- În graficul următor, fiecare bară este statistica t HAC a randamentului lunar mediu al strategiei pe o piață.
  - Statistica HAC folosește 6 laguri.

Time-series momentum pe indici (2/3)



MFM_ch2_tsmom

Time-series momentum pe indici (3/3)

- Luată separat, strategia are un randament mediu semnificativ la 5%:
  - pentru BET (1,40% pe lună, $t = 2{,}68$).
  - pentru S&P 500 ($t = 2{,}22$).
- Pentru Bitcoin, $t = 1{,}94$, sub pragul de 1,96.
- Am testat însă 15 piețe.
  - primul prag Holm este $0{,}05/15 = 0{,}0033$.
  - cea mai mică valoare p, a BET, este 0,007.
- După corecția pentru testare multiplă, nicio piață nu rămîne semnificativă.
- Raportul Sharpe al TSMOM este sub cel al strategiei buy-and-hold: 0,65 față de 0,75 pentru BET, 0,48 față de 0,52 pentru S&P 500.
- Tipul de dovadă: comparație între proceduri.
- O parte din randamentul TSMOM poate fi prima de risc a acțiunilor (*equity premium*), cîștigat în lunile cu poziție lungă.
  - randamentul mediu al acțiunilor peste dobînda fără risc.
- Raportul Sharpe este anualizat (tabelul complet: Anexa).
  - $\sqrt{12}\times$ media lunară împărțită la abaterea standard lunară.
  - pe indici de preț fără dividende și fără dobînda fără risc.

MFM_ch2_tsmom

Noțiuni comportamentale

- Prospect theory: cîștigurile și pierderile se evaluează față de un punct de referință.
  - pierderile cîntăresc mai mult decît cîștigurile egale (aversiunea față de pierderi, *loss aversion*).
  - probabilitățile mici sînt supraponderate.
- Efectul de dispoziție (*disposition effect*): tendința de a vinde pozițiile pe cîștig și de a le păstra pe cele pe pierdere.
- Ancorarea (*anchoring*): greutate excesivă acordată unui număr inițial, de exemplu prețul de cumpărare.
- Încrederea excesivă (*overconfidence*): supraestimarea preciziei propriilor convingeri, care duce la prea multe tranzacții.
- Atenția limitată (*limited attention*): informație relevantă lăsată neprelucrată.
- Comportamentul de turmă (*herding*): urmarea acțiunilor altora, fără o evaluare independentă.
- Reacția insuficientă și reacția excesivă (*underreaction*, *overreaction*):
  - ajustarea inițială prea mică, respectiv prea mare, a prețului la o știre.
  - a doua este urmată de inversare.

Psihologia în prețuri, de la ring la rețelele sociale



Ringul Bursei din New York, 1963

Foto: Thomas J. O'Halloran (1963); domeniu public; Wikimedia Commons

- **Volatilitate excesivă** Shiller (1981)
  - prețurile variază mult mai mult decît dividendele care ar trebui să le justifice
- **Reacție excesivă**: De Bondt & Thaler (1985) explică prin ea inversarea randamentelor pe 3–5 ani
  - portrete: Anexa
- **Prospect theory** Kahneman & Tversky (1979) explică efectul de dispoziție
- **Comportamentul de turmă** pe o piață nelichidă (BVB) produce bule log-periodice Pele, Mazurencu-Marinescu & Nijkamp (2013)
  - bulă log-periodică: prețuri care cresc super-exponențial, cu oscilații tot mai rapide înaintea crahului
  - astăzi canalele sînt registrele de ordine, algoritmii și rețelele sociale (Capitolul 10)
- Erorile comportamentale nu anulează singure eficiența.
  - arbitrajorii raționali ar putea exploata abaterile de preț.
  - Pot face acest lucru?

Limitele arbitrajului



Andrei Shleifer, Harvard

Foto: Manuel Castells (2018); CC BY-SA 2.0; Wikimedia Commons

- Shleifer & Vishny (1997): arbitrajul real este riscant și are nevoie de capital
- **Investitorii zgomot** De Long, Shleifer, Summers & Waldmann (1990)
  - abaterea prețului de la valoarea fundamentală se poate accentua înainte de a se corecta
  - Investitori zgomot (*noise traders*): tranzacționează pe semnale fără conținut informațional (sentiment, zvonuri)
- Constrîngeri de finanțare: administratorii pierd clienți după pierderi
  - trebuie să închidă pozițiile în cel mai rău moment
- Costuri: limite la vînzarea în lipsă, marje, costuri de tranzacționare, lipsa substituților perfecți
- Anomaliile pot persista unde arbitrajul este dificil
  - pe piețe mici și nelichide, precum bursa românească (BET), găsim cea mai puternică persistență dintre indicii bursieri
- AMH reconciliază cele două perspective
  - comportamentul rațional și cel afectat de erori coexistă și evoluează

Învățarea automată și piețele eficiente

ML: Machine Learning — învățare automată.

- Metodele ML construiesc reguli de predicție din date
  - surprind tipare neliniare pe care testele de autocorelație le ratează (Capitolul 13)
- Gu, Kelly & Xiu (2020): arborii și rețelele neuronale aduc cîștiguri economice mari față de regresiile liniare
  - pe secțiunea transversală a acțiunilor din Statele Unite ale Americii
  - deși R^2 lunar al acestora în afara eșantionului este sub 1%
- Modelele lingvistice mari citesc știri și raportări: Tak & Pele (2025) prognozează tendințele acțiunilor cu LLaMA (*Large Language Model Meta AI*, familia de modele lingvistice mari a Meta)

Validare, scurgere de informație și contracție

- Modelele flexibile pot potrivi și tipare accidentale în eșantion (supraajustare, *overfitting*).
  - precum arborii și rețelele neuronale.
- Evaluarea pe ferestre succesive (*walk-forward validation*): modelul se estimează doar pe date anterioare perioadei de test.
- Scurgerea de informație (*leakage*): o prognoză folosește informație indisponibilă la data ei.
  - de exemplu o cifră contabilă revizuită ulterior.
- Ridge: $\hat{g} = \arg\min_g \sum_t (r_t - x_t' g)^2 + \lambda \sum_j g_j^2 = (X'X + \lambda I)^{-1} X' r$.
  - $\lambda > 0$ apropie coeficienții de zero (contracție, *shrinkage*).
  - reduce dispersia estimării.
- Cu erori $N(0, \sigma^2)$ și distribuția a priori $g \sim N(0, \tau^2 I)$, ridge cu $\lambda = \sigma^2/\tau^2$ este media a posteriori a coeficienților.
  - învățare bayesiană.
- Validarea încrucișată (*cross-validation*): alegem λ cu cea mai mică eroare pe blocurile excluse.
  - excludem pe rînd cîte un bloc de date (de exemplu un an).
  - estimăm pe rest.

Studiu de caz: învățare rațională cu mulți predictori (1/2)

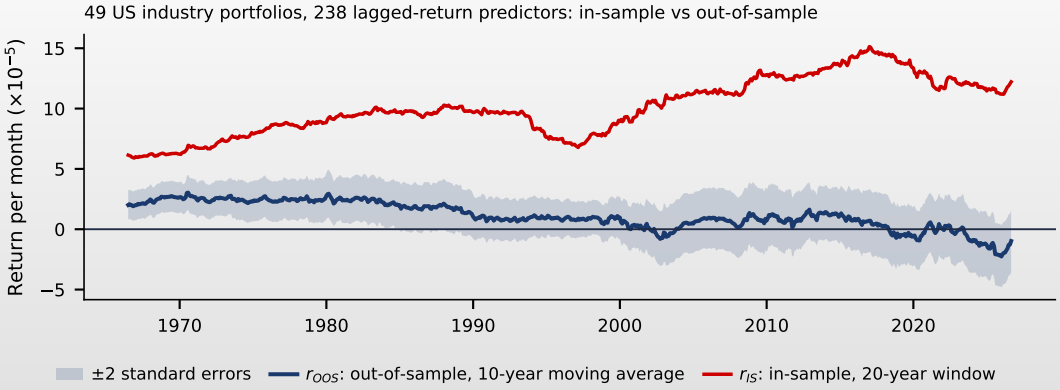
- Martin & Nagel (2022): investitorii evaluează N active ale căror fluxuri de numerar depind de J caracteristici
  - cu coeficienți **necunoscuți**, pe care îi învață optim (bayesian) din datele trecute
  - întrebarea de cercetare: Anexa
  - Media a posteriori a coeficienților este estimatorul ridge de pe slide-ul anterior
  - Investitorii sînt neutri la risc, deci predictibilitatea nu poate fi explicată printr-o primă de risc
- **În eșantion** (Martin & Nagel (2022), Prop. 4): dacă numărul de predictori pe activ, J/N, tinde la o constantă $\psi > 0$
  - testul de absență a predictibilității respinge ipoteza nulă cu probabilitate care tinde la 1
- Mecanismul: prețul încorporează coeficienții micșorați prin contracție.
  - deci reacționează prea puțin la X.
  - ex post, X prezice randamentele chiar dacă investitorii sînt raționali.

Studiu de caz: învățare rațională cu mulți predictori (2/2)

OOS: Out-of-Sample.

- În eșantion, respingerea nu dovedește iraționalitatea.
  - ipoteza nulă a așteptărilor raționale este reperul greșit cînd investitorii trebuie să învețe parametrii.
  - rezultatele formale: Anexa.
  - model și plan empiric: Anexa.
- r_{OOS}: randamentul unui portofoliu construit din prognoze.
  - într-o perioadă nefolosită la estimarea coeficienților.
- În afara eșantionului, un portofoliu construit cu coeficienți estimați în alte perioade are randament mediu zero.
  - $\mathbb{E}[r_{OOS}] = 0$ (Martin & Nagel (2022), Prop. 6).
- Deci testele în afara eșantionului își păstrează sensul economic.
  - în acest model, ele permit testarea eficienței.
- Pentru acțiunile americane, R^2 în eșantion este de circa 1%.
- Randamentul în afara eșantionului, r_{OOS}, este mult mai mic decît cel în eșantion (Fig. 8 din Martin & Nagel (2022)).
  - după 2014, la mai puțin de două erori standard de zero.

Replicare pe datele cursului: în eșantion și în afara lui (1/2)



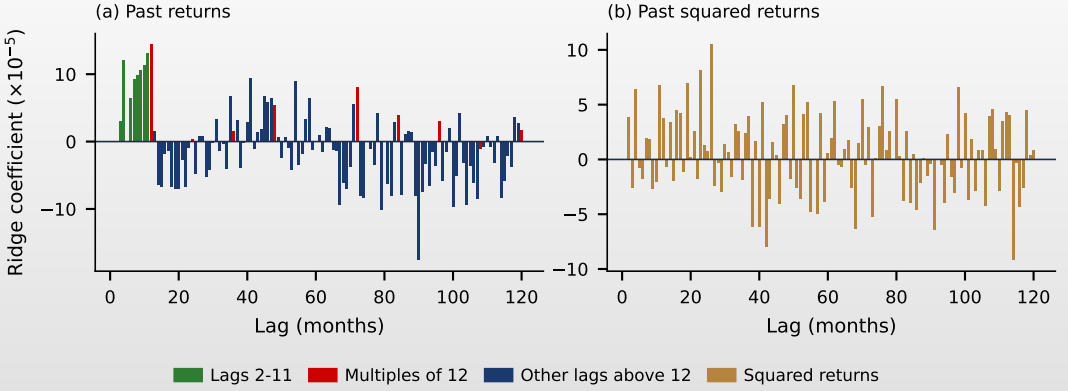
MFM_ch2_big_data

Replicare pe datele cursului: în eșantion și în afara lui (2/2)

- Date: 40–49 de portofolii sectoriale, iulie 1926 – august 2026.
  - 49 în ultimii ani; Kenneth French Data Library.
  - 238 de predictori (randamente decalate și pătratele lor, lagurile 2–120).
  - OLS pe ferestre mobile de 20 de ani, ca în secț. 7 din Martin & Nagel (2022).
- Portofoliul:
  - în fiecare lună, fiecare sector primește o pondere proporțională cu randamentul prognozat de model.
- Axa verticală: randamentul lunar al portofoliului, în unități de 10^{-5}.
  - o serie arată $r_{\mathbf{IS}}$ (coeficienți din aceeași fereastră).
  - cealaltă media mobilă pe 10 ani a lui $r_{\mathbf{OOS}}$ (coeficienți din fereastra anterioară), cu o bandă descriptivă de ± 2 erori standard.
- $r_{\mathbf{IS}}$ este între 5,90 și 15,14, pozitiv prin construcție.
- $r_{\mathbf{OOS}}$ are pe 842 de luni (din iulie 1956) media $1{,}05 \times 10^{-5}$, circa 11% din $r_{\mathbf{IS}}$.
- În primii 30 de ani în afara eșantionului, media lui $r_{\mathbf{OOS}}$ este la 4,16 erori standard peste zero.
  - pînă în iunie 1986.
  - după, la doar 0,62.
- Cu $J/N \approx 5$, ajustarea în eșantion este exagerată: R^2 de 5,4%, față de circa 1% în Martin & Nagel (2022) (Anexa).
- Tipul de dovadă: comparație între proceduri.

MFM_ch2_big_data

Replicare pe datele cursului: coeficienții ridge pe laguri (1/2)



MFM_ch2_big_data

Replicare pe datele cursului: coeficienții ridge pe laguri (2/2)

- Ridge pe întreaga selecție, ianuarie 1971 – august 2026.
  - penalizarea λ este aleasă prin validare încrucișată, cu cîte un an exclus (56 de ani).
- Graficul anterior: coeficientul ridge al fiecărui predictor standardizat, pe lagul în luni.
  - comparați cu Fig. 7 din Martin & Nagel (2022).
- Pentru lagurile 2–11, 8 din 10 coeficienți sînt pozitivi, ceea ce corespunde efectului **momentum** Jegadeesh & Titman (1993).
- Pentru lagurile multipli de 12, 9 din 10 coeficienți sînt pozitivi, ceea ce corespunde **sezonalității** Heston & Sadka (2008).
- Pentru celelalte laguri peste 12, 67% dintre coeficienți sînt negativi.
  - ceea ce corespunde **inversării** pe termen lung De Bondt & Thaler (1985).
  - coeficienții randamentelor la pătrat nu au un semn dominant.
- R^2 pe anii excluși, $1 - \sum(r - \hat{r})^2 / \sum r^2$: ridge 0,013%, OLS $-2{,}26\%$.
- Ridge reproduce tiparele anomaliilor cunoscute.
  - ele aproape nu prezic nimic în anii excluși.
  - limite și extinderi: Anexa.

MFM_ch2_big_data

ETF-uri, placebo și descoperirea prețului

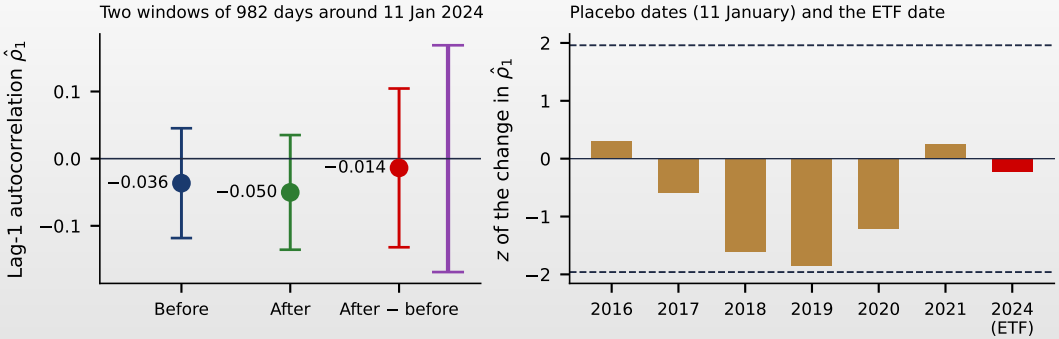
ETF: Exchange-Traded Fund — fond tranzacționat la bursă.

- Un ETF spot deține activul suport (aici Bitcoin), nu contracte futures.
  - ca ETF-urile pe Bitcoin lansate în 2021.
  - arbitrajul dintre fond și piața spot devine direct.
- Un placebo repetă analiza la o dată fără eveniment.
  - o schimbare aparentă similară în 2019 slăbește afirmația că lansarea din 2024 a produs schimbarea.
- Descoperirea prețului (*price discovery*) este încorporarea informației în prețuri.
  - dacă piața A reacționează prima la știre și B o urmează, A poate contribui mai mult la descoperirea prețului.

Estimare și putere (1/3)

- Testul: două ferestre de cîte 982 de zile, înainte și după 11 ianuarie 2024, care nu se suprapun.
- $z = \Delta\hat{\rho}_1 / \sqrt{s^2_{\text{pre}} + s^2_{\text{post}}}$, cu $\Delta\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_{1,\text{post}} - \hat{\rho}_{1,\text{pre}}$ și erorile standard HAC s ale celor două estimații (valabile și cînd $\rho_1 \neq 0$).
- **Efectul minim detectabil (MDE)**: cea mai mică schimbare reală care poate fi detectată.
  - cu o putere de 80% la nivelul de 5%.
- $\text{MDE} = (z_{0,975} + z_{0,80}) \times \text{SE}(\Delta\hat{\rho}_1) \approx 2{,}8 \times \text{SE}(\Delta\hat{\rho}_1)$
  - z_p: cuantila de ordin p a distribuției Normale standard; $z_{0,975} = 1{,}96$ și $z_{0,80} = 0{,}84$
- Date placebo: 11 ianuarie din fiecare an 2016–2021, cu ferestre de cîte 982 de randamente.

Ministudiu de caz: estimare, placebo și MDE



MFM_ch2_ai_discovery

Estimare și putere (2/3)

- Graficul anterior, stînga: $\hat{\rho}_1$ înainte și după lansare, cu intervale HAC de 95%.
  - al treilea punct este diferența, cu bara $\pm$MDE.
- Dreapta: statistica z pentru data ETF, printre valorile celor șase date placebo.
- Înainte (mai 2021 – ian. 2024): $\hat{\rho}_1 = -0{,}036$ ($s = 0{,}042$), VR(5) $= 1{,}000$ ($z^* = 0{,}00$).
- După (ian. 2024 – sept. 2026): $\hat{\rho}_1 = -0{,}050$ ($s = 0{,}044$), VR(5) $= 0{,}939$ ($z^* = -0{,}64$).
- $\Delta\hat{\rho}_1 = -0{,}014$, $z = -0{,}23$: testul nu respinge ipoteza că ρ_1 a rămas neschimbat.
  - Erorile standard HAC s presupun moment de ordin patru finit, pus sub semnul întrebării în Capitolul 1.
- Niciuna dintre cele șase date placebo nu dă o schimbare semnificativă a lui ρ_1 la 5%.
  - cea mai mare statistică este $|z| = 1{,}85$.
- Tipul de dovadă: descriere.
  - O comparație înainte/după, fără grup de control (difference-in-differences).

Estimare și putere (3/3)

- Aici $\mathrm{SE}(\Delta\hat{\rho}_1) = \sqrt{0{,}042^2 + 0{,}044^2} \approx 0{,}060$, deci MDE $\approx 0{,}17$.
- „Nesemnificativ" nu înseamnă „fără efect".
  - MDE este de peste zece ori mai mare decît schimbarea estimată.
- Înainte de 2024, $\hat{\rho}_1 = -0{,}036$.
  - chiar și o trecere completă la $\rho_1 = 0$ ar fi o schimbare de aproape cinci ori mai mică decît MDE.
  - deci acest plan ar detecta-o cu o probabilitate mult sub 80%.
- O variabilă-rezultat mai bună: descoperirea prețului intrazilnic între piețe, nu ρ_1 zilnic.

MFM_ch2_ai_discovery

Difference-in-differences: exemplu și condiții

- Testul înainte/după nu poate separa efectul ETF-urilor de alte schimbări din 2024.
- Pentru o concluzie cauzală avem nevoie de un grup de control.
  - de exemplu Ethereum înaintea propriilor ETF-uri (din iulie 2024).
- Difference-in-differences (DiD) compară două schimbări înainte–după.
  - Scade schimbarea din grupul de control din schimbarea grupului tratat.
- Tendințe paralele (*parallel trends*): fără tratament, grupul tratat și grupul de control ar fi avut aceeași schimbare.
- Tendințe similare înainte de tratament susțin această ipoteză, dar nu o pot dovedi.
- Fără anticipare (*no anticipation*): grupul tratat nu reacționează înainte de tratament.
- Fără efecte de propagare: tratamentul nu afectează grupul de control.
  - de exemplu, un ETF pe Bitcoin nu trebuie să schimbe tranzacționarea Ethereum.

Anexă: pionierii, Bachelier și Samuelson



Louis Bachelier (1870–1946)

Foto: autor necunoscut; domeniu public; Wikimedia Commons



Paul A. Samuelson (1915–2009)

Foto: Bernard Gotfryd (1970–1975); domeniu public; Wikimedia Commons

- Bachelier (1900): prețurile obligațiunilor de stat franceze urmează un mers aleator
  - „Media matematică a cîștigului speculatorului este zero”
- Samuelson (1965): dacă prețurile sînt **anticipate corect**, variațiile lor sînt imprevizibile
- Ambele rezultate stau la originea ipotezei pieței eficiente

înapoi

Anexă: Eugene Fama



Eugene F. Fama, Premiul Nobel 2013

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- Fama (1970) a formulat definiția folosită în acest capitol și cele trei forme ale eficienței
- Premiul Nobel 2013, împărțit cu Robert Shiller (sceptic în privința eficienței) și Lars Peter Hansen
- Actualizare și sinteză: Fama (1991)
- O apărare accesibilă a EMH față de critici: Malkiel (2003)

înapoi

Anexă: tabel de sinteză, teste de eficiență slabă 2000–2026

Piața	T	$\hat{\rho}_1$	SE_0	$\mathrm{SE}_{\mathrm{HAC}}$	$\widehat{\mathrm{VR}}(5)$	$z^*(5)$	CD p	Secvențe z
S&P 500	6 717	−0,099	0,027	0,030	0,829	−2,78	0,001	4,34
Euro Stoxx 50	6 836	−0,029	0,019	0,016	0,910	−2,08	0,097	3,41
Nikkei 225 (Japonia)	6 545	−0,038	0,024	0,018	0,923	−1,48	0,317	1,97
Hang Seng (HK)	6 583	−0,004	0,024	0,017	0,967	−0,64	0,872	−0,17
BET (România)	6 670	0,109	0,028	0,023	1,173	2,98	0,001	−6,05
WIG20 (Polonia)	6 686	0,018	0,018	0,016	1,010	0,25	0,775	2,25
BUX (Ungaria)	6 666	0,037	0,024	0,021	1,013	0,26	0,427	−0,42
PX (Cehia)	6 697	0,051	0,032	0,020	1,041	0,60	0,354	−2,53
BIST 100 (Turcia)	6 692	0,005	0,024	0,018	1,033	0,64	0,949	−0,63
Bovespa (Brazilia)	6 622	−0,028	0,025	0,027	0,928	−1,29	0,521	0,88
IPC (Mexic)	6 735	0,071	0,019	0,016	1,038	0,92	0,001	−3,27
Nifty 50 (India)	6 613	0,048	0,024	0,019	1,048	0,91	0,178	−5,46
Shanghai (China)	6 474	0,021	0,019	0,018	1,046	1,11	0,409	1,02
Bitcoin	4 384	−0,022	0,026	0,021	0,991	−0,19	0,835	2,68
Ethereum	3 913	−0,012	0,027	0,023	1,067	1,17	0,027	3,91
EUR/RON (curs de referință)	5 352	0,170	0,036	0,033	1,157	2,19	0,000	−1,66

- T: numărul de randamente zilnice
- SE_0: SE robustă a lui $\hat{\rho}_1$ sub H_0, pentru test; $\mathrm{SE}_{\mathrm{HAC}}$: SE HAC a estimatorului, pentru intervale
- CD: Chow–Denning pe $q = 2, 5, 10, 20$
- EUR/RON din iulie 2005, criptoactivele pe 365 de zile pe an

înapoi

Anexă: testul secvențelor pe toate piețele, alte teste VR

- z al testului secvențelor: Nifty 50 $-5{,}46$, IPC $-3{,}27$
  - tabelul de pe slide-ul anterior
  - persistență pe piețele emergente
- Pentru Ethereum, z al testului secvențelor este 3,91 (semnificativ), deși $\hat{\rho}_1$ nu este
- Choi (1999): un test VR automat care alege orizontul din date
  - estimare spectrală la frecvența zero
- Versiuni wild bootstrap pentru selecții mici: Kim (2006)
- Aplicații pe piețele asiatice: Kim & Shamsuddin (2008)

înapoi

Anexă: testul portmanteau automat al MDH

- Ce derivăm: un test portmanteau valid sub MDH cu heteroscedasticitate condiționată Escanciano & Lobato (2009).
  - cu numărul de laguri ales din date.
- $AQ = T \sum_{j \le \tilde{p}} \tilde{\rho}_j^2$, cu $\tilde{\rho}_j = \hat{\gamma}_j / \sqrt{\hat{\kappa}_j}$, $\hat{\gamma}_j = \frac{1}{T-j} \sum_t e_t e_{t-j}$ și $\hat{\kappa}_j = \frac{1}{T-j} \sum_t e_t^2 e_{t-j}^2$
  - $e_t = r_t - \bar{r}$; $\hat{\gamma}_j$: autocovarianța la lagul j; $\hat{\kappa}_j$: dispersia ei robustă
  - $\tilde{p} \le 10$ maximizează $T \sum_{j \le p} \tilde{\rho}_j^2$ minus o penalizare: BIC ($p \ln T$), dar AIC ($2p$) cînd $\max_j \sqrt{T} |\tilde{\rho}_j|$ depășește $\sqrt{2{,}4 \ln T}$
- Sub MDH, $\tilde{p} \to 1$ cu probabilitatea 1, de aceea distribuția limită este χ_1^2.
  - o valoare mare a lui AQ respinge MDH.
- AQ: MDH este respinsă la 5% pentru 5 din cele 16 serii.
  - S&P 500 13,23 ($p = 0{,}0003$).
  - BET 14,92 ($p = 0{,}0001$).
  - Bitcoin 0,75 ($p = 0{,}385$).

înapoi

Anexă: regresia predictivă, date și rezultate complete

FRED: Federal Reserve Economic Data — baza de date economice a Rezervei Federale (St. Louis).

- Randamentul logaritmic lunar în exces, regresat pe dp_t decalat
  - cu dividende, minus dobînda T-bill la 3 luni
  - Date: Shiller (2026) (S&P Composite, pînă în iunie 2026), prelungite cu mediile lunare ale închiderilor zilnice S&P 500 (scalate pe ultimele 12 luni comune) și cu dividendele fondului SPDR (*Standard & Poor's Depositary Receipts*, certificate de depozit Standard & Poor's, familia de ETF-uri SPDR) S&P 500 ETF (SPY)
  - Randamentul titlurilor de stat americane la 3 luni (FRED, seria TB3MS; % anual), rata logaritmică lunară $\ln(1 + \text{TB3MS}/1\,200)$ decalată cu o lună
- OLS: $\hat{\beta} = 0{,}267$, SE Newey–West 0,293 (12 laguri), $t = 0{,}91$, t OLS $= 1{,}16$, $R^2 = 0{,}12\%$
- Raportul dintre panta corectată Stambaugh și eroarea standard HAC necorectată este $-0{,}22$
  - valoarea este doar ilustrativă, pentru că ignoră incertitudinea corecției
- Valoarea economică Campbell & Thompson (2008): creșterea proporțională a randamentului așteptat
  - al investitorului care își ajustează expunerea
  - valoarea numerică: slide-ul Raportul dividend–preț: rezultatele pentru S&P 500
  - $\dfrac{R^2}{1 - R^2} \cdot \dfrac{1 + S^2}{S^2}$, S raportul Sharpe lunar
- Testul Diebold & Mariano (1995) dă $t = -0{,}57$, dar favorizează modelul mic cînd modelele sînt incluse unul în altul
  - Clark & West (2007) corectează aceasta și dă $t = 0{,}42$

înapoi

Anexă: viteza de ajustare a prețurilor

CME: Chicago Mercantile Exchange — Bursa de mărfuri din Chicago.

- La frecvență înaltă, prețurile futures reacționează în microsecunde sau mai puțin la știrile macroeconomice programate
- Tak, Schlamp, Osterrieder & Pele (2026) măsoară această cursă la Eurex și CME
- Evenimente din piața criptoactivelor: Pele, Lin, Wang & Gaman (2025) studiază reacțiile pieței la etapele de dezvoltare Ethereum
- Viteza de ajustare este ea însăși o măsură a eficienței
  - depinde de tehnologie (Capitolul 10, microstructura pieței)

Înapoi

Anexă: Harold Hurst și Nilul



Harold Edwin Hurst (1880–1978)

Foto: Elliott & Fry (1953); domeniu public; Wikimedia Commons



Nilometrul de pe insula Elefantina, Aswan

Foto: Olaf Tausch (2011); CC BY 3.0; Wikimedia Commons

- Hurst (1951) a proiectat lacuri de acumulare pe Nil
- Hurst a constatat că amplitudinea debitelor cumulate ale Nilului crește mai repede decît $\sqrt{n}$
  - anii cu revărsări mari urmează altor ani cu revărsări mari, de aici statistica **rescaled range** (R/S)

înapoi

Anexă: media Anis–Lloyd

- Anis & Lloyd (1976): $\mathbb{E}[R_n/s_n]$ exact pentru randamente i.i.d. din distribuția Normală
  - $\mathbb{E}[R_n/s_n] = \frac{\Gamma((n-1)/2)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(n/2)} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}}$
  - Γ: funcția gamma
- Acest $\mathbb{E}[R_n/s_n]$ este referința care se scade în H_{AL} (slide-ul Analiza R/S)
- Estimările necorectate supraestimează memoria cu circa 0,04–0,05 pe date zilnice

înapoi

Anexă: memorie lungă cu inferență, estimatorul Whittle local (1/2)

- $d = H - 0{,}5$, iar densitatea spectrală $f(\lambda) \sim G\lambda^{-2d}$ cînd $\lambda \to 0$
  - $G > 0$ o constantă
  - $d > 0$: densitatea explodează la frecvențe joase, memorie lungă
- Estimarea folosește doar primele m frecvențe Fourier $\lambda_j = 2\pi j/T$
  - m: lățimea de bandă, nu un număr de laguri
  - $\hat{d} = \arg\min_d \left[\ln\left(\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} \lambda_j^{2d} I(\lambda_j) \right) - \frac{2d}{m}\sum_{j=1}^{m} \ln \lambda_j \right]$, I: periodograma (densitatea spectrală de selecție)
  - Robinson (1995): pentru $|d| < 1/2$, $m \to \infty$, $m/T \to 0$, f netedă în vecinătatea lui 0 și un proces liniar cu inovații de tip diferență de martingal, condiționat omoscedastice, $\sqrt{m}(\hat{d} - d) \to N(0, 1/4)$ fără a presupune distribuția Normală: un interval de încredere pentru parametru, în locul unei benzi sub ipoteza nulă

înapoi

Anexă: memorie lungă cu inferență, estimatorul Whittle local (2/2)

- Estimații cu $m = T^{0,65}$ și intervalul de încredere de 95% $\hat{d} \pm 1{,}96/(2\sqrt{m})$
  - S&P 500: $\hat{d} = -0{,}013$, interval $[-0{,}069; 0{,}043]$
  - Bitcoin: $\hat{d} = 0{,}063$, interval $[-0{,}002; 0{,}127]$
  - BET: $\hat{d} = 0{,}118$, interval $[0{,}062; 0{,}174]$
  - Ethereum: $\hat{d} = 0{,}112$, interval $[0{,}045; 0{,}179]$
- Compromisul lățimii de bandă:
  - un m mare include frecvențe la care autocorelația pe termen scurt deplasează $\hat{d}$ în sus
  - BET $\hat{\rho}_1 = 0{,}109$
  - cu $m = T^{0,5}$, pentru BET se obține $\hat{d} = 0{,}135$ (SE 0,056): o verificare de sensibilitate care susține, fără a demonstra, că valoarea $d > 0$ nu reflectă doar memoria scurtă
  - randamentele cu dinamică GARCH pot încălca și condițiile de mai sus

înapoi

Anexă: EMH și AMH: comparație

	EMH	**AMH**
Investitorii	Raționali, optimizează	Raționalitate limitată, euristici
Eficiența	O proprietate de echilibru, testată ca restricție	O chestiune de grad, care se schimbă odată cu condițiile
Risc–randament	Prime de risc de echilibru, posibil variabile în timp	Se schimbă odată cu populația de investitori
Anomaliile	Factori de risc omiși sau căutare oportunistă în date (*data mining*)	Oportunități de profit temporare
Instrument empiric	Teste ale unei restricții de echilibru	Teste ale variației în timp și în funcție de starea pieței (ferestre mobile)

Înapoi

Anexă: eficiența lui Bitcoin în literatură

- Urquhart (2016): Bitcoin a fost ineficient în perioada 2010–2016
  - unele teste indică eficiență în subperioada a doua
  - Setul său de teste (Ljung–Box, secvențe, testul rangurilor Bartels (1982), VR automat, BDS, R/S) include BDS, care poate respinge ipoteza nulă chiar și numai din cauza grupării volatilității: nu este un test al RW3
- Nadarajah & Chu (2017): cu o transformare de putere a randamentelor, Bitcoin este eficient în formă slabă
- Kristoufek (2018): piețele Bitcoin au fost în mare parte ineficiente în 2010–2017
  - eficiența lor s-a schimbat în timp
- Tran & Leirvik (2020): eficiența multor criptoactive variază în timp și crește
- Pele et al. (2023): criptoactivele au devenit o clasă de active distinctă
  - randamentele lor prezintă aceleași fapte stilizate ca alte piețe
- Estimările noastre, separat pentru fiecare an calendaristic
  - slide-ul Eficiența criptoactivelor an de an
  - Bitcoin, autocorelația de ordinul 1 $\hat{\rho}_1$: $-0{,}002$ în 2011, $-0{,}071$ în 2012, $0{,}069$ în 2013, toate apropiate de zero
  - Statistica robustă a raportului variațelor $z^*(5)$: cel mult 1,71 în valoare absolută, în toți anii și pentru toate criptoactivele, sub valoarea critică 1,96
  - În 2011–2013, eroarea standard robustă a lui $\hat{\rho}_1$ este de 0,09–0,11: nerespingerea anuală are putere mică și nu contrazice singură Urquhart (2016)

înapoi

Anexă: România, piață de frontieră, apoi emergentă

BVB: Bursa de Valori București.

- FTSE Russell (2019): România a fost reclasificată din piață de frontieră în piață emergentă secundară
  - decizie anunțată în septembrie 2019
  - cu efect de la 21 septembrie 2020
- Canale așteptate: mai mulți investitori străini, mai mulți analiști, mai multă lichiditate
  - $\Rightarrow$ descoperirea mai rapidă a prețului
- Dovezi anterioare pentru BVB: crahuri și bule log-periodice Pele & Mazurencu-Marinescu (2012)
- Comportament de turmă pe o piață nelichidă Pele, Mazurencu-Marinescu & Nijkamp (2013)
- S-a îmbunătățit eficiența? Exercițiul C2 din seminar compară cei cinci ani dinainte și de după
  - folosind WIG20 și BUX ca grup de comparație
  - și un bootstrap pe blocuri Künsch (1989)
  - O comparație înainte/după este descriptivă dacă factorii de confuzie nu sînt controlați

Înapoi

Anexă: Reality Check, SPA și StepM

SPA: Superior Predictive Ability (test) — testul abilității predictive superioare.

- Reality Check întreabă dacă cea mai bună dintre toate regulile încercate depășește reperul. White (2000)
  - folosind distribuția bootstrap a performanței maxime.
- SPA standardizează performanța prin incertitudinea ei (studentizare) și reduce influența regulilor slabe. Hansen (2005)
- StepM testează întîi statistica cea mai puternică, apoi familia rămasă
  - cu praguri obținute prin reeșantionare comună
  - controlează FWER în condițiile sale. Romano & Wolf (2005)
- Exemplu: pentru toate cele 15 teste de calendar se extrag aceleași luni
  - astfel încît șocurile comune se păstrează
  - reeșantionarea separată ar distruge această dependență.

înapoi

Anexă: StepM pe cele 15 teste de calendar

- Bonferroni și Holm ignoră corelația dintre teste (aceleași piețe, aceleași zile)
  - Reality Check, SPA și StepM țin cont de ea (explicația: slide-ul anterior)
- Cele 15 teste de calendar: StepM cu bootstrap pe blocuri de 3 luni calendaristice
  - comune tuturor piețelor
  - 999 de replicări
  - Pragul critic pentru valoarea p la primul pas: 0,0016 (Bonferroni: 0,0033)
  - 2 respingeri (efectul TOM la BET și BUX), ca la Holm
  - StepM este mai strict decît Bonferroni deoarece, la nivelul nominal de 5%, ratele de respingere bootstrap ale testelor HAC sînt 6,0% (ziua săptămînii), 6,4% (TOM), 6,4% (ianuarie)
- Chordia, Goyal & Saretto (2020): pragurile sînt $|t| > 3{,}8$ (serii de timp) și $|t| > 3{,}4$ (transversal)
  - pe peste două milioane de strategii generate aleator din date contabile reale
  - fără ele, circa 45% din respingeri sînt false
- Reducerea descoperirilor false mărește numărul celor ratate Harvey & Liu (2020)

înapoi

Anexă: momentum pe serii de timp, toate pieţele

Piaţa	Media (%/lună)	t_{HAC}	Sharpe TSMOM	Sharpe buy-and-hold	$\hat{\rho}_1$ lunar
S&P 500	0,61	2,22	0,48	0,52	0,03
Euro Stoxx 50	0,16	0,51	0,11	0,16	0,05
Nikkei 225 (Japonia)	0,61	1,85	0,39	0,42	0,09
Hang Seng (HK)	0,18	0,53	0,10	0,19	0,04
BET (România)	1,40	2,68	0,65	0,75	0,19
WIG20 (Polonia)	0,67	1,86	0,36	0,26	0,02
BUX (Ungaria)	0,72	1,79	0,40	0,64	0,10
PX (Cehia)	0,38	0,99	0,24	0,45	0,10
BIST 100 (Turcia)	1,03	1,85	0,37	0,75	−0,08
Bovespa (Brazilia)	0,28	0,65	0,14	0,51	0,11
IPC (Mexic)	0,44	1,41	0,32	0,63	0,03
Nifty 50 (India)	0,50	1,29	0,28	0,64	0,02
Shanghai (China)	0,59	1,32	0,30	0,23	0,08
Bitcoin	4,47	1,94	0,72	1,08	0,13
Ethereum	6,50	1,28	0,57	0,90	0,16

- 307 de luni pentru indicii de acţiuni, mai puţine pentru criptoactive
- raportul Sharpe $\sqrt{12}\,\bar{x}/s_x$, fără scăderea dobînzii fără risc
  - $\bar{x}$, s_x: media şi abaterea standard lunare ale strategiei
- Moskowitz, Ooi & Pedersen (2012): randamente în exces ale contractelor futures, scalate la 40% volatilitate ex ante

înapoi

Anexă: Robert Shiller și Richard Thaler



Robert J. Shiller, Premiul Nobel 2013

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons



Richard H. Thaler, Premiul Nobel 2017

Foto: Bengt Nyman (2017); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- Volatilitatea excesivă Shiller (1981) și reacția excesivă De Bondt & Thaler (1985): slide-ul despre psihologia în prețuri

înapoi

Anexă: studiul de caz, întrebarea de cercetare

- Întrebarea Martin & Nagel (2022): ce înseamnă respingerea ipotezei de absență a predictibilității?
  - în cazul în care numărul J al caracteristicilor este comparabil cu numărul N al activelor
  - coeficienții trebuie estimați din date istorice: o problemă de predicție cu multe variabile, ca în învățarea automată
- Eficiența semi-tare: prețurile „reflectă complet" informația publică Fama (1970)
- Două interpretări
  - investitorii cunosc parametrii modelului fluxurilor de numerar (așteptări raționale: ipoteza nulă a majorității testelor de eficiență)
  - investitorii își actualizează optim convingerile prin inferență bayesiană, folosind datele disponibile la momentul deciziei
- De ce contează: sute de predictori ai randamentelor găsiți în eșantion, așa-numita mulțime a factorilor propuși Harvey, Liu & Zhu (2016)
- Textele, imaginile din satelit și rețelele sociale măresc continuu J
  - fiecare predictor semnificativ are oare nevoie de o explicație prin risc sau de una comportamentală?
- Legătura cu acest capitol: predictibilitatea în afara eșantionului Campbell & Thompson (2008) și declinul anomaliilor după publicare McLean & Pontiff (2016)

Înapoi

Anexă: studiul de caz, model și metodă (1/2)

- **Model** (Martin & Nagel (2022), secț. 2)
  - creșterea fluxurilor de numerar $\Delta y_t = Xg + e_t$, cu $e_t \sim N(0, I)$ și o rată a dobînzii egală cu zero
  - Δy_t: cele N rate de creștere ale fluxurilor de numerar
  - X: matricea $N \times J$ a caracteristicilor
  - g: cei J coeficienți necunoscuți
  - I: matricea identitate
- **Învățarea** (Prop. 1–2)
  - distribuția a priori $g \sim N(0, (\theta/J)\, I)$, care coincide cu distribuția reală din care este extras g
  - θ: intensitatea semnalului
  - schematic, cu o perioadă: prețul este $X\hat{g}_t$, cu $\hat{g}_t = (tX'X + (J/\theta)I)^{-1}X' \sum_{s \le t} \Delta y_s$, deci $\mathbb{E}[\hat{g}_t \mid g] = Ag$, cu A „mai mică" decît I
  - $r_{t+1} = X(I - A)g$ (reacție insuficientă din contracție) $-X(\hat{g}_t - Ag)$ (zgomot de estimare) $+e_{t+1}$ (șoc imprevizibil)
- **Analiză asimptotică și simulări** (secț. 4)
  - $N, J \to \infty$ cu $J/N \to \psi > 0$
  - simulări cu $N = 1\,000$, elementele lui X extrase din distribuția Normală standard și $\theta = 1$

Înapoi

Anexă: studiul de caz, model și metodă (2/2)

- **CRSP**: Center for Research in Security Prices (Universitatea din Chicago).
- **NYSE**: New York Stock Exchange — Bursa din New York.
- **Teste**
  - în eșantion: o regresie OLS transversală a lui r_{t+1} pe X (cere $J < N$), cu un test χ^2 comun
  - în afara eșantionului: un portofoliu cu ponderile $\frac{1}{N} X h_{s+1}$, construite din coeficienți estimați în alte perioade
  - $r_{\text{OOS},t+1} = \frac{1}{N}\, h'_{s+1} X' r_{t+1}$, $s \neq t$ (ec. 19)
  - r_{IS}: la fel, cu $s = t$
  - h_{s+1}: vectorul coeficienților estimați
  - r_{t+1}: cele N randamente
- **Planul empiric** (secț. 7)
  - acțiunile americane din CRSP, fără cele sub percentila 20 a capitalizării NYSE sau cu prețul sub 1 \$
  - predictori: randamentele lunare simple și pătratele lor, cu lagurile $t-2$ pînă la $t-120$ (238 de predictori), centrate și standardizate transversal în fiecare lună
  - regresie ridge pe întreaga selecție, 1971 – iunie 2019, cu penalizarea aleasă prin validare încrucișată cu cîte un an exclus
  - regresiile OLS pe ferestre mobile de 20 de ani dau r_{OOS} începînd din ianuarie 1956

înapoi

Anexă: studiul de caz, rezultatele formale (1/2)

- În eșantion, probabilitatea de a nu respinge ipoteza nulă este de ordinul $e^{-0,015N}$ (Fig. 2)
  - Prop. 4 din Martin & Nagel (2022), slide-ul principal
  - pentru $\psi > 0,4$ ($\theta = 1$, o perioadă de învățare)
- Simulări: un test cu nivelul nominal de 5% respinge ipoteza nulă cu o probabilitate de peste 90%
  - $N = 1\,000$, patru perioade de învățare
  - de îndată ce $J > N/2$ (Fig. 3b)
  - nu este o distorsiune a nivelului testului: componenta predictibilă în eșantion chiar există în prețuri
- Teste cu cîte un singur predictor și control k-FWER
  - probabilitatea a cel puțin k respingeri false este cel mult 5%
  - pentru $k = 20$ și $J/N = 0,05$, probabilitatea a cel puțin k respingeri este 25%, nu 5%
- Probabilitatea ajunge la circa 80% pentru J/N apropiat de 1 (Fig. 4)
  - corecțiile pentru testare multiplă nu rezolvă problema: problema este ipoteza nulă, nu testul

Înapoi

Anexă: studiul de caz, rezultatele formale (2/2)

- În afara eșantionului: $\mathbb{E}[r_{\mathsf{OOS},t+1}] = 0$ (Prop. 6)
  - este valabil atît în ordine cronologică, cît și în ordine inversă
- Media este pozitivă doar dacă investitorii aplică o contracție mai puternică decît justifică datele (Fig. 6)
- Acțiunile americane: coeficienții ridge regăsesc (Fig. 7):
  - efectul momentum
  - inversarea pe termen lung
  - sezonalitatea efectului momentum
- Randamentul în eșantion al portofoliului, r_{IS}, este de circa 0,006% pe lună (Fig. 8)

Anexă: studiul de caz, în eșantion și în afara lui, în detaliu

- $r_{\text{IS}} \geq 0$ în fiecare fereastră de 20 de ani prin construcție
  - $r_{\text{IS}} = b' G^{-1} b/240$
  - cu $G = \sum_s X_s' X_s / N_s$ și $b = \sum_s X_s' r_s / N_s$ pe cele 240 de luni s ale ferestrei
  - X_s: matricea $N_s \times 238$ a predictorilor din luna s
  - r_s: cele N_s randamente ale portofoliilor
  - $G^{-1} b$: coeficienții OLS estimați pe datele cumulate (pooled)
  - R^2 mediu în eșantion de 5,4%, față de circa 1% pentru acțiunile individuale în Martin & Nagel (2022): 238 de predictori față de doar 40–49 de portofolii pe lună, cumulate pe 240 de luni, exagerează ajustarea în eșantion
- În afara eșantionului (din iulie 1956), pînă în iunie 1986: media $r_{\text{OOS}} = 1{,}98 \times 10^{-5}$
  - la 4,16 erori standard peste 0
- După aceea, media este $0{,}36 \times 10^{-5}$, la doar 0,62 erori standard
  - media pe 10 ani depășește ultima dată două erori standard în fereastra încheiată în decembrie 1987
  - în ferestrele încheiate în 2014–2019, cel mai mare raport față de eroarea standard este 1,25, ca pentru acțiuni
- Interpretare sugerată de Martin & Nagel (2022): diferența este compatibilă cu învățarea investitorilor
  - dar nu o dovedește și nu exclude primele de risc
- Cîștigurile timpurii în afara eșantionului sînt compatibile și cu o contracție excesivă a coeficienților (Fig. 6)
  - înainte de era calculatoarelor

înapoi

Anexă: studiul de caz, replicare, limite și extinderi

- **Aplicați metoda pe datele cursului**
  - datele CRSP pentru acțiuni individuale nu sînt incluse
  - cele 49 de portofolii sectoriale de pe slide-urile de replicare, cu aceiași predictori, standardizare și ferestre
  - filtrele de capitalizare și de preț nu se aplică portofoliilor
- **Limite precizate de autori**
  - randamentele decalate sînt rezultate de echilibru, nu matricea exogenă X din model: aplicația ilustrează diferența dintre predictibilitatea în eșantion și cea în afara eșantionului, nu testează modelul
  - un test t pe r_{OOS} lunar nu este un test valid pentru $\mathbb{E}[r_{OOS}] = 0$, o medie calculată și peste distribuția a priori a lui g
  - rezultatul pentru ordinea temporală inversă poate depinde de ipoteza unor creșteri i.i.d. ale fluxurilor de numerar, iar modelul presupune investitori omogeni și caracteristici constante
- **Extinderi deschise**
  - seriile de timp: regresia pe raportul dividend–preț din secțiunea 3 are un singur predictor ($J = 1$), dar R^2 în eșantion de 0,12% și $R^2_{OS} = -0{,}51\%$: ce explică diferența, dacă nu numărul de predictori?
  - modelele neliniare (arbori, rețele neuronale Gu, Kelly & Xiu (2020)) adaugă flexibilitate funcțională fără să schimbe neapărat J: crește diferența?
  - AMH: poate contracția excesivă aplicată de investitori cu resurse de calcul limitate să explice predictibilitatea în afara eșantionului din perioada timpurie?

Înapoi

Anexă: bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (1/2)

- **Literatură**
  - `Listează studii publicate în reviste cu evaluare de specialitate, începînd din 2020, despre cum schimbă lansarea unui ETF eficiența sau descoperirea prețului activului suport. Pentru fiecare: DOI, metoda (studiu de eveniment, difference-in-differences (DiD), ruptură structurală), măsura eficienței. Marchează orice intrare despre care nu ești sigur că există.`
  - Verificați fiecare DOI (*Digital Object Identifier*, identificatorul digital al unei publicații) în Crossref
  - Titlul și autorii trebuie să coincidă cu cei ai lucrării citate
- **Ipoteză**
  - `Propune trei mecanisme prin care ETF-urile spot ar putea schimba dependența serială a lui Bitcoin (arbitraj, structura investitorilor, orele de tranzacționare). Pentru fiecare: semnul schimbării lui rho1 și VR(q) și o variabilă care îl deosebește de celelalte.`
- **Date și cod**
  - `Citește prețurile zilnice de închidere ale lui Bitcoin din datele cursului; calculează randamentele logaritmice, rho1 cu eroarea standard HAC (Newey-West) a estimației și VR(5) Lo-MacKinlay cu z*, în două ferestre de aceeași lungime în jurul datei de 11 ianuarie 2024.`

înapoi

Anexă: bucla descoperirii, prompturi reutilizabile (2/2)

- **Robustețe**
  - `Scrie un plan de robustețe preînregistrat: lungimea ferestrelor, doar închiderile din zilele lucrătoare, VR(q) pentru q = 2 până la 20 cu Chow-Denning, date placebo și Ethereum ca activ de control până la propriile ETF-uri spot (iulie 2024).`
- **Critică**
  - `Joacă rolul unui recenzent ostil: dacă Bitcoin era deja eficient înainte de 2024, ce ar putea detecta vreodată acest test? Calculează schimbarea minimă detectabilă a lui rho1 și propune o variabilă-rezultat mai bună.`
- **Raport**
  - Estimațiile, erorile standard robuste, distribuția placebo, toate testele efectuate (cu corecție pentru testare multiplă)
  - Prompturile care au influențat o decizie intră în `AI_USE.md`

Înapoi

Anexă: verificările cercetătorului

- **Erori standard i.i.d.**: $1/\sqrt{T}$ duce la respingeri prea frecvente în prezența grupării volatilității
  - test: SE robustă sub H_0 și z^*, ca în testele de eficiență slabă din acest capitol; SE HAC pentru intervale și comparații înainte/după
- **Ferestre inegale**: putere diferită înainte și după
  - test: lungimi egale, fixate dinainte
- **Data evenimentului aleasă din date**
  - test: doar data lansării (prima zi de tranzacționare), plus o distribuție placebo la date fără eveniment
- **Factori de confuzie**: o comparație înainte/după nu are interpretare cauzală
  - test: un activ de control (Ethereum înainte de iulie 2024) într-o difference-in-differences
  - interpretarea cauzală este valabilă doar în condițiile de pe slide-ul Difference-in-differences
  - perioada comună de după (ian.–iul. 2024) este scurtă
- **Multe statistici**: ρ_1, VR(2–20), secvențe
  - test: Chow–Denning sau Holm, nu cea mai mică valoare p luată izolat
- **Putere mică**: raportați MDE de pe slide-ul Estimare și putere

Înapoi

Anexă: studiu suplimentar pe Quantinar

Cursuri avansate pe quantinar.com

- Efficiency of cryptocurrency markets - A GMM-based analysis
- Generalized Method of Moments
- Market Responses to ETH Development Milestones

Cod, date și manuale

- Toate graficele și tabelele: github.com/danpele/MFM/tree/main/Quantlets/Ch_02
- Manuale: Campbell, Lo & MacKinlay (1997), cap. 2; Franke, Härdle & Hafner (2019)

înapoi

Acronime folosite în acest material (1/4)

- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **AIC**: Akaike Information Criterion — *criteriul informațional Akaike*
- **AMH**: Adaptive Markets Hypothesis — *ipoteza piețelor adaptive*
- **AR(p)**: AutoRegressive model — *model autoregresiv de ordin p*
- **AR**: Abnormal Return — *randament anormal, în studiile de eveniment*
- **BDS**: Brock–Dechert–Scheinkman (test) — *testul Brock–Dechert–Scheinkman de independență*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BIC**: Bayesian Information Criterion — *criteriul informațional bayesian*
- **BIST**: Borsa İstanbul (BIST 100 index) — *Bursa din Istanbul (indicele BIST 100)*
- **BNR**: Banca Națională a României
- **BUX**: Budapesti Értéktőzsde index — *indicele Bursei din Budapesta*
- **BVB**: Bursa de Valori București
- **CAPM**: Capital Asset Pricing Model — *modelul de evaluare a activelor financiare*
- **CAR**: Cumulative Abnormal Return — *randamentul anormal cumulat*
- **CD**: Chow–Denning (multiple variance-ratio test) — *testul multiplu Chow–Denning pentru raportul dispersiilor*

Acronime folosite în acest material (2/4)

- **CI**: Confidence Interval — *interval de încredere*
- **CME**: Chicago Mercantile Exchange — *Bursa de mărfuri din Chicago*
- **CRSP**: Center for Research in Security Prices — *Centrul de cercetare a prețurilor titlurilor (Universitatea din Chicago)*
- **DFA**: Detrended Fluctuation Analysis — *analiza fluctuațiilor fără tendință*
- **DiD**: Difference-in-Differences — *diferența diferențelor*
- **EMH**: Efficient Market Hypothesis — *ipoteza pieței eficiente*
- **EOD**: End of Day — *la sfîrșitul zilei*
- **EODHD**: EOD Historical Data (market data provider) — *furnizorul de date de piață EOD Historical Data*
- **ETF**: Exchange-Traded Fund — *fond tranzacționat la bursă*
- **fGn**: fractional Gaussian noise — *zgomot gaussian fracționar*
- **FRED**: Federal Reserve Economic Data — *baza de date economice a Rezervei Federale (St. Louis)*
- **FTSE**: Financial Times Stock Exchange (FTSE Russell, index provider) — *furnizorul de indici FTSE Russell*
- **FWER**: Family-Wise Error Rate — *probabilitatea de cel puțin o eroare de tip I în familia de teste*
- **FX**: Foreign eXchange — *piața valutară*
- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity — *heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată*

Acronime folosite în acest material (3/4)

- **GMM**: Generalized Method of Moments — *metoda generalizată a momentelor*
- **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent (standard errors) — *erori standard robuste la heteroscedasticitate și autocorelație*
- **HK**: Hong Kong — în grafice, seria indicelui Hang Seng.
- **IPC**: Índice de Precios y Cotizaciones — *indicele Bursei din Mexic*
- **MDE**: Minimum Detectable Effect — *efectul minim detectabil*
- **MDH**: Martingale Difference Hypothesis — *ipoteza diferenței de martingal*
- **MIT**: Massachusetts Institute of Technology — *Institutul de Tehnologie din Massachusetts*
- **ML**: Machine Learning — *învățare automată*
- **MSPE**: Mean Squared Prediction Error — *eroarea pătratică medie de predicție*
- **NBER**: National Bureau of Economic Research — *Biroul Național de Cercetări Economice (SUA)*
- **NW**: Newey–West (standard errors) — *erori standard Newey–West*
- **NYSE**: New York Stock Exchange — *Bursa din New York*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **OOS**: Out-Of-Sample — *în afara eșantionului*

Acronime folosite în acest material (4/4)

- **OS**: Out-of-Sample (subscript of R^2_{OS}) — *în afara eșantionului (indicele lui R^2_{OS})*
- **PX**: Prague Stock Exchange index (index Burzy cenných papírů Praha) — *indicele Bursei din Praga*
- **RW1**: Random Walk 1 (i.i.d. increments) — *mersul aleator 1 (creșteri i.i.d.)*
- **RW2**: Random Walk 2 (independent increments) — *mersul aleator 2 (creșteri independente)*
- **RW3**: Random Walk 3 (uncorrelated increments) — *mersul aleator 3 (creșteri necorelate)*
- **SD**: Standard Deviation — *abatere standard*
- **SE**: Standard Error — *eroare standard*
- **SPA**: Superior Predictive Ability (test) — *testul abilității predictive superioare*
- **SPDR**: Standard & Poor's Depositary Receipts — *certificate de depozit Standard & Poor's (familia de ETF-uri SPDR)*
- **TOM**: Turn Of the Month — *schimbarea lunii (efectul schimbării lunii)*
- **TSMOM**: Time-Series MOMentum — *momentum pe serii de timp*
- **US**: United States — *Statele Unite ale Americii*
- **UTC**: Coordinated Universal Time (Temps Universel Coordonné) — *timpul universal coordonat*
- **VR**: Variance Ratio — *raportul variațelor*
- **WIG20**: Warszawski Indeks Giełdowy 20 — *indicele celor mai mari 20 de companii de la Bursa din Varșovia*

Bibliografie (1/7)

- Andrews, D.W.K. (1991). Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation. *Econometrica*, 59(3), 817–858.
- Anis, A.A., Lloyd, E.H. (1976). The expected value of the adjusted rescaled Hurst range of independent normal summands. *Biometrika*, 63(1), 111–116.
- Ariel, R.A. (1987). A monthly effect in stock returns. *Journal of Financial Economics*, 18(1), 161–174.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 17, 21–86.
- Bartels, R. (1982). The rank version of von Neumann's ratio test for randomness. *Journal of the American Statistical Association*, 77(377), 40–46.
- Blanchard, O.J., Watson, M.W. (1982). Bubbles, rational expectations and financial markets. In P. Wachtel (ed.), *Crises in the Economic and International Financial System*, Lexington Books, 295–315.
- Boehmer, E., Musumeci, J., Poulsen, A.B. (1991). Event-study methodology under conditions of event-induced variance. *Journal of Financial Economics*, 30(2), 253–272.
- Brock, W.A., Dechert, W.D., Scheinkman, J.A., LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews*, 15(3), 197–235.
- Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1997). The Econometrics of Financial Markets. Princeton University Press.
- Campbell, J.Y., Shiller, R.J. (1988). The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors. *Review of Financial Studies*, 1(3), 195–228.
- Campbell, J.Y., Thompson, S.B. (2008). Predicting excess stock returns out of sample: can anything beat the historical average? *Review of Financial Studies*, 21(4), 1509–1531.
- Campbell, J.Y., Yogo, M. (2006). Efficient tests of stock return predictability. *Journal of Financial Economics*, 81(1), 27–60.
- Choi, I. (1999). Testing the random walk hypothesis for real exchange rates. *Journal of Applied Econometrics*, 14(3), 293–308.
- Chordia, T., Goyal, A., Saretto, A. (2020). Anomalies and false rejections. *Review of Financial Studies*, 33(5), 2134–2179.

Bibliografie (2/7)

- Chow, K.V., Denning, K.C. (1993). A simple multiple variance ratio test. *Journal of Econometrics*, 58(3), 385–401.
- Clark, T.E., West, K.D. (2007). Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models. *Journal of Econometrics*, 138(1), 291–311.
- Cochrane, J.H. (2008). The dog that did not bark: a defense of return predictability. *Review of Financial Studies*, 21(4), 1533–1575.
- De Bondt, W.F.M., Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *Journal of Finance*, 40(3), 793–805.
- De Long, J.B., Shleifer, A., Summers, L.H., Waldmann, R.J. (1990). Noise trader risk in financial markets. *Journal of Political Economy*, 98(4), 703–738.
- Diebold, F.X., Mariano, R.S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253–263.
- Escanciano, J.C., Lobato, I.N. (2009). An automatic Portmanteau test for serial correlation. *Journal of Econometrics*, 151(2), 140–149.
- Escanciano, J.C., Velasco, C. (2006). Generalized spectral tests for the martingale difference hypothesis. *Journal of Econometrics*, 134(1), 151–185.
- Fama, E.F. (1970). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Fama, E.F. (1991). Efficient capital markets: II. *Journal of Finance*, 46(5), 1575–1617.
- Fama, E.F., Fisher, L., Jensen, M.C., Roll, R. (1969). The adjustment of stock prices to new information. *International Economic Review*, 10(1), 1–21.
- Fama, E.F., French, K.R. (1988). Dividend yields and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, 22(1), 3–25.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). Statistics of Financial Markets: An Introduction, ed. a 5-a. Springer.
- French, K.R. (1980). Stock returns and the weekend effect. *Journal of Financial Economics*, 8(1), 55–69.
- French, K.R. (2026). Kenneth R. French Data Library. Tuck School of Business, Dartmouth College.

Bibliografie (3/7)

- FTSE Russell (2019). FTSE Russell announces results of country classification review (comunicat de presă, 26 septembrie 2019).
- Goyal, A., Welch, I., Zafirov, A. (2024). A comprehensive 2022 look at the empirical performance of equity premium prediction. *Review of Financial Studies*, 37(11), 3490–3557.
- Grossman, S.J., Stiglitz, J.E. (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *American Economic Review*, 70(3), 393–408.
- Gu, S., Kelly, B., Xiu, D. (2020). Empirical asset pricing via machine learning. *Review of Financial Studies*, 33(5), 2223–2273.
- Hansen, P.R. (2005). A test for superior predictive ability. *Journal of Business & Economic Statistics*, 23(4), 365–380.
- Harvey, C.R., Liu, Y. (2020). False (and missed) discoveries in financial economics. *Journal of Finance*, 75(5), 2503–2553.
- Harvey, C.R., Liu, Y., Zhu, H. (2016). . . . and the cross-section of expected returns. *Review of Financial Studies*, 29(1), 5–68.
- Heston, S.L., Sadka, R. (2008). Seasonality in the cross-section of stock returns. *Journal of Financial Economics*, 87(2), 418–445.
- Hurst, H.E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116(1), 770–799.
- Jegadeesh, N., Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, 48(1), 65–91.
- Kahneman, D., Tversky, A. (1979). Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263–291.
- Kendall, M.G. (1954). Note on bias in the estimation of autocorrelation. *Biometrika*, 41(3–4), 403–404.
- Kia, K., Liu, B., Li, Q., Song, V., Xu, K. (2026). Price discovery in Bitcoin ETF market. *Financial Review*, 61(2), 435–449.

Bibliografie (4/7)

- Kim, J.H. (2006). Wild bootstrapping variance ratio tests. *Economics Letters*, 92(1), 38–43.
- Kim, J.H., Shamsuddin, A. (2008). Are Asian stock markets efficient? Evidence from new multiple variance ratio tests. *Journal of Empirical Finance*, 15(3), 518–532.
- Kim, J.H., Shamsuddin, A., Lim, K.-P. (2011). Stock return predictability and the adaptive markets hypothesis: evidence from century-long U.S. data. *Journal of Empirical Finance*, 18(5), 868–879.
- Kolari, J.W., Pynnönen, S. (2010). Event study testing with cross-sectional correlation of abnormal returns. *Review of Financial Studies*, 23(11), 3996–4025.
- Kristoufek, L. (2018). On Bitcoin markets (in)efficiency and its evolution. *Physica A*, 503, 257–262.
- Künsch, H.R. (1989). The jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Annals of Statistics*, 17(3), 1217–1241.
- Lakonishok, J., Smidt, S. (1988). Are seasonal anomalies real? A ninety-year perspective. *Review of Financial Studies*, 1(4), 403–425.
- Lim, K.-P., Brooks, R. (2011). The evolution of stock market efficiency over time: a survey of the empirical literature. *Journal of Economic Surveys*, 25(1), 69–108.
- Liu, Y., Tsyvinski, A. (2021). Risks and returns of cryptocurrency. *Review of Financial Studies*, 34(6), 2689–2727; NBER Working Paper 24877.
- Ljung, G.M., Box, G.E.P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297–303.
- Lo, A.W. (1991). Long-term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59(5), 1279–1313.
- Lo, A.W. (2004). The adaptive markets hypothesis. *Journal of Portfolio Management*, 30(5), 15–29.
- Lo, A.W. (2017). Adaptive Markets: Financial Evolution at the Speed of Thought. Princeton University Press.
- Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1988). Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies*, 1(1), 41–66.

Bibliografie (5/7)

- Lobato, I., Nankervis, J.C., Savin, N.E. (2001). Testing for autocorrelation using a modified Box–Pierce Q test. *International Economic Review*, 42(1), 187–205.
- MacKinlay, A.C. (1997). Event studies in economics and finance. *Journal of Economic Literature*, 35(1), 13–39.
- Malkiel, B.G. (2003). The efficient market hypothesis and its critics. *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 59–82.
- Martin, I.W.R., Nagel, S. (2022). Market efficiency in the age of big data. *Journal of Financial Economics*, 145(1), 154–177.
- McLean, R.D., Pontiff, J. (2016). Does academic research destroy stock return predictability? *Journal of Finance*, 71(1), 5–32.
- Moskowitz, T.J., Ooi, Y.H., Pedersen, L.H. (2012). Time series momentum. *Journal of Financial Economics*, 104(2), 228–250.
- Nadarajah, S., Chu, J. (2017). On the inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, 150, 6–9.
- Newey, W.K., West, K.D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703–708.
- Pele, D.T., Lin, M.-B., Wang, R., Gaman, S. (2025). Market responses to ETH development milestones. IDA Institute Digital Assets, Bucharest University of Economic Studies.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M. (2012). Modelling stock market crashes: the case of Bucharest Stock Exchange. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 58, 533–542.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M., Nijkamp, P. (2013). Herding behaviour, bubbles and log periodic power laws in illiquid stock markets: a case study on the Bucharest Stock Exchange. SSRN Working Paper.
- Pele, D.T., Wesselhöfft, N., Härdle, W.K., Kolossiatis, M., Yatracos, Y.G. (2023). Are cryptos becoming alternative assets? *European Journal of Finance*, 29(10), 1064–1105.
- Peng, C.-K., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H.E., Goldberger, A.L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, 49(2), 1685–1689.

Bibliografie (6/7)

- Roberts, H.V. (1959). Stock-market "patterns" and financial analysis: methodological suggestions. *Journal of Finance*, 14(1), 1–10.
- Robinson, P.M. (1995). Gaussian semiparametric estimation of long range dependence. *Annals of Statistics*, 23(5), 1630–1661.
- Romano, J.P., Wolf, M. (2005). Stepwise multiple testing as formalized data snooping. *Econometrica*, 73(4), 1237–1282.
- Rozeff, M.S., Kinney, W.R. (1976). Capital market seasonality: the case of stock returns. *Journal of Financial Economics*, 3(4), 379–402.
- Samuelson, P.A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6(2), 41–49; retipărit în 2015, World Scientific.
- Shiller, R.J. (1981). Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? *American Economic Review*, 71(3), 421–436.
- Shiller, R.J. (2026). U.S. stock markets 1871–present and CAPE ratio (date lunare, accesat în septembrie 2026).
- Shleifer, A., Vishny, R.W. (1997). The limits of arbitrage. *Journal of Finance*, 52(1), 35–55.
- Stambaugh, R.F. (1999). Predictive regressions. *Journal of Financial Economics*, 54(3), 375–421.
- Sullivan, R., Timmermann, A., White, H. (1999). Data-snooping, technical trading rule performance, and the bootstrap. *Journal of Finance*, 54(5), 1647–1691.
- Summers, L.H. (1986). Does the stock market rationally reflect fundamental values? *Journal of Finance*, 41(3), 591–601.
- Tak, R., Pele, D.T. (2025). LLM-driven stock prediction: capturing market trends with LLaMA. *Proceedings of the International Conference on Business Excellence*, 19(1), 529–540.
- Tak, R., Schlamp, S., Osterrieder, J., Pele, D.T. (2026). Racing the news: nanosecond market efficiency at Eurex and CME. SSRN Working Paper.

Bibliografie (7/7)

- Tirole, J. (1985). Asset bubbles and overlapping generations. *Econometrica*, 53(6), 1499–1528.
- Tran, V.L., Leirvik, T. (2020). Efficiency in the markets of crypto-currencies. *Finance Research Letters*, 35, 101382.
- Urquhart, A. (2016). The inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, 148, 80–82.
- Urquhart, A., McGroarty, F. (2016). Are stock markets really efficient? Evidence of the adaptive market hypothesis. *International Review of Financial Analysis*, 47, 39–49.
- Wald, A., Wolfowitz, J. (1940). On a test whether two samples are from the same population. *Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147–162.
- Welch, I., Goyal, A. (2008). A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction. *Review of Financial Studies*, 21(4), 1455–1508.
- White, H. (2000). A reality check for data snooping. *Econometrica*, 68(5), 1097–1126.