

Modelarea piețelor financiare

Seminarul 0: Piețele financiare în 2026 — aplicații



Daniel Traian PELE
Drd. Antoaneta Amza, antoaneta.amza@csie.ase.ro

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Cum transformăm prețurile în creștere și risc?

- Întrebarea seminarului
  - **cum transformăm o serie de prețuri în randamente, creștere și risc, cum măsurăm cea mai mare pierdere față de un maxim (drawdown) și cum verificăm că prețurile sînt corecte?**
- Livrabile
  - răspunsurile la exercițiile A
  - cîte o figură sau un tabel pentru fiecare exercițiu B
  - o frază de interpretare pentru fiecare exercițiu
- Criterii de evaluare
  - calcule corecte, cu unitățile și convenția de anualizare precizate
  - datele verificate față de o sursă independentă înainte de orice calcul
  - o interpretare pentru fiecare rezultat
  - critica răspunsului AI (inteligență artificială, *Artificial Intelligence*), documentată în `AI_ERRORS.md`
- Notebook-ul de azi: capitol0_notebook_seminar.ipynb în Colab
  - primul pas: Pregătire (salvați o copie, încărcați datele); fiecare cerință indică secțiunea din notebook
- Exercițiile, tipurile și ordinea lor: harta exercițiilor
- Seminar: prof. Daniel Traian Pele, danpele@ase.ro; drd. Antoaneta Amza, antoaneta.amza@csie.ase.ro

Harta exercițiilor

Exercițiu	Întrebare	Tip	Model
Bază (la seminar)			
A1–A4	randamente, creștere anuală compusă, volatilitate anualizată, drawdown, pe hîrtie	Rezolvat	–
B1	este o cotație EUR/RON un preț real?	Rezolvat	–
B2	cum au evoluat fondul SPY, aurul și Bitcoin din 2015?	Rezolvat	–
A5, A6	exerciții individuale: aceleași calcule pe alte cifre	Propus	A1–A4
Temă			
B3, B4	încă două cotații; alte trei active	Propus	B1, B2
B5	cît de adînci și de lungi sînt drawdown-urile?	Propus	A4, B2
C1	ce erori conține un răspuns AI?	Propus	A2–A3, B2
După curs (opțional, la finalul acestui PDF)			
Pachetele 1–8	auditul complet al datelor, calendare și corelații, precizia mediilor și a rapoartelor Sharpe, extinderi	Rezolvat sau Propus (indicat la fiecare cerință)	indicat la fiecare enunț

- **[Rezolvat]**: rezolvare completă în slide-uri (traseul de bază) sau în notebook (după curs), un model de urmat; **[Propus]**: îl rezolvați individual, rezolvarea se discută la seminar

Datele pentru seminar și pentru temă

- ETF (fond tranzacționat la bursă, *exchange-traded fund*): un fond ale cărui unități se tranzacționează ca o acțiune; SPY (*SPDR S&P 500 ETF Trust*) deține acțiunile din indicele S&P 500 (*Standard & Poor's 500*), RSP (*Invesco S&P 500 Equal Weight ETF*) aceleași acțiuni cu ponderi egale, TLT (*iShares 20+ Year Treasury Bond ETF*) titluri de stat americane cu scadența peste 20 de ani

Serie	Preț folosit	Monedă	Calendar	Exercițiu
S&P 500	SPY, închidere ajustată	USD	zile de tranzacționare SUA	B2, B4
Aur	aur spot, închidere	USD	doar zile lucrătoare	B2
Bitcoin	BTC/USD, închidere	USD	zilnic, 24:00 Coordinated Universal Time (UTC)	B2
RSP, TLT	ETF-uri, închidere ajustată	USD	zile de tranzacționare SUA	B4
EUR/RON, oficial	Banca Națională a României (BNR), curs de referință	lei pentru un euro	zile lucrătoare în România, ora 13:00	B1, B3
EUR/RON, piață	seria EODHD (EOD Historical Data), închidere	lei pentru un euro	orice zi cu o cotație	B1, B3

- Prețurile zilnice din datele cursului; eșantionul 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026
- Prețul de închidere ajustat: corectat pentru dividende și divizări, astfel încît variațiile lui sînt randamente totale

Pregătire (1/2): deschideți notebook-ul și salvați o copie

- Colab: serviciul gratuit de notebook-uri al Google; Python rulează pe serverele Google, nu este necesară nicio instalare, este suficient un cont Google
- **Cerințe**
  1. Deschideți notebook-ul seminarului în Colab.
  2. Alegeți *File* → *Save a copy in Drive* sau rulați celula de salvare în Drive de sub banner: fără o copie, modificările se pierd cînd închideți fila.
  3. Rulați în ordine celulele din secțiunea *Setup* (Shift + Enter); ele importă bibliotecile și definesc funcția de încărcare a datelor.
  4. Dacă o celulă dă eroare, alegeți *Runtime* → *Restart session* și rulați din nou de la început.
- **De raportat**: nimic; sînteți gata cînd verificarea de pe slide-ul următor afișează cifrele așteptate

Pregătire (2/2): încărcați datele

```
# sectiunea "Setup" defineste load(name, start):
# o serie zilnica dupa numele ei,
# cu campul de pret potrivit
spy = load('SPY', start='2015-01-02')
bnr = load('EUR/RON', start='2015-01-01')
mkt = load('EUR/RON (market)',
           start='2015-01-01')
print(len(spy), spy.index[0].date(),
      spy.index[-1].date())
print(len(bnr), len(mkt))
```

- `load` apelează `fetch_daily(symbol, source, field)`; dicționarul `SERIES` din notebook listează toate numele

- Rezultat așteptat: 2 945 de prețuri SPY, 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026; 2 939 de cursuri BNR (Banca Națională a României); 3 115 cotații de piață

data	închidere	ajustată
2015-01-02	205,43	169,26
2015-01-05	201,76	166,24
2015-01-06	199,82	164,64

- Cele două coloane SPY diferă: dividendele apar doar în prețul de închidere ajustat
- Dacă numărul de prețuri sau prima valoare diferă, opriți-vă și verificați numele și data de început

Prețuri și randamente: definiții (1/2)

- P_t: prețul din ziua t (aici prețul de închidere sau, la ETF-uri, prețul de închidere ajustat)
- **Randamentul simplu** și **randamentul logaritmic** al zilei t

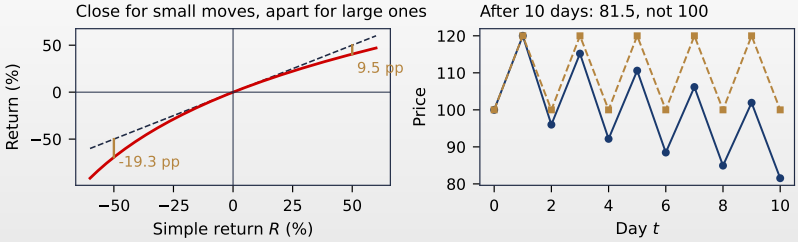
$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, \qquad r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(1 + R_t)$$

  - R_t: cîștigul procentual dintr-o zi, ceea ce obține efectiv investitorul
  - $r_t \approx R_t$ la variații mici; $r_t < R_t$ pentru orice $R_t \neq 0$, iar diferența crește cu mărimea variației
- Pe mai multe zile: randamentele simple **se compun**, cele logaritmice **se adună**

$$\frac{P_n}{P_0} - 1 = \prod_{t=1}^{n}(1 + R_t) - 1, \qquad \ln \frac{P_n}{P_0} = \sum_{t=1}^{n} r_t$$

- Exemplu lucrat, două zile
  - $P_0 = 100$, $P_1 = 102$: $R_1 = 102/100 - 1 = 2{,}00\%$, $r_1 = \ln 1{,}02 = 1{,}98\%$
  - $P_2 = 96{,}9$: $R_2 = 96{,}9/102 - 1 = -5{,}00\%$, $r_2 = \ln 0{,}95 = -5{,}13\%$

Prețuri și randamente: definiții (2/2) — randamentele simple și logaritmice pe un grafic



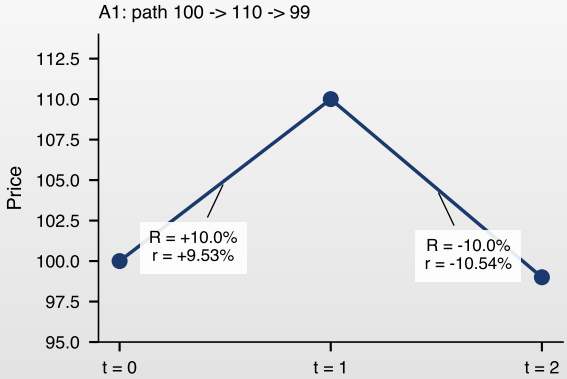
- Stînga: $r = \ln(1+R)$ în funcție de R; diferența este de 9,5 puncte procentuale (pp) la $R = +50\%$ și de 19,3 pp la $R = -50\%$
- Dreapta: un preț care alternează $+20\%$ și -20% timp de 10 zile (simulat)
  - suma randamentelor simple este 0, dar prețul ajunge la 81,5: $100 \times (1{,}2 \times 0{,}8)^{\mathbf{5}} = 81{,}5$
  - suma randamentelor logaritmice, $5(\ln 1{,}2 + \ln 0{,}8) = -20{,}4\%$, este egală cu $\ln(81{,}5/100)$

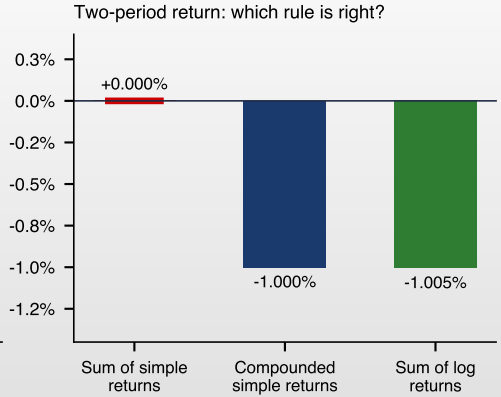
A1 [Rezolvat]: adunarea randamentelor — enunț

- **Întrebare**: se pot aduna pur și simplu două randamente zilnice pentru a obține randamentul pe două zile?
- **Date**: prețurile $P_0 = 100$, $P_1 = 110$, $P_2 = 99$; fără fișier de date
- **Cerințe**
  1. Calculați randamentele simple R_1, R_2 și randamentele logaritmice r_1, r_2.
  2. Adunați cele două randamente simple și cele două randamente logaritmice.
  3. Calculați randamentele pe două perioade $P_2/P_0 - 1$ și $\ln(P_2/P_0)$ și comparați-le cu sumele de la pasul 2.
- **De raportat**: un tabel cu coloanele ziua t, preț, randament simplu, randament logaritmic și o frază despre randamentele care se adună
- Notebook: secțiunea A1–A4

Înapoi Lista exercițiilor

A1 [Rezolvat]: Traiectoria prețului și randamentele





MFM_ch0_seminar

A1 [Rezolvat]: Adunarea randamentelor log și compunerea celor simple

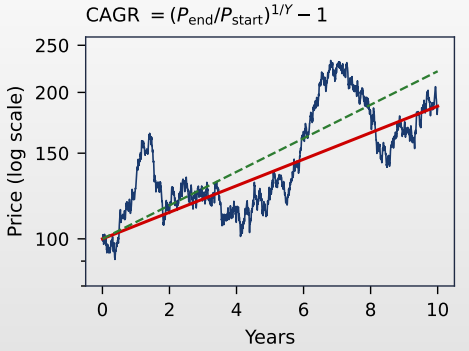
t	P_t	R_t	r_t
0	100	–	–
1	110	+10,00%	+9,53%
2	99	−10,00%	−10,54%
sumă		0,00%	−1,005%
$0 \to 2$		−1,00%	−1,005%

- Interpretare: suma randamentelor simple indică 0% pentru o traiectorie care a pierdut 1%

- Randamentele logaritmice se adună:
  $\ln P_2 - \ln P_1 + \ln P_1 - \ln P_0 = \ln(P_2/P_0)$, deoarece termenul intermediar $\ln P_1$ se anulează
- Randamentele simple se compun:
  $(1 + R_1)(1 + R_2) - 1 = 1{,}1 \times 0{,}9 - 1 = -1\%$

MFM_ch0_seminar

CAGR și volatilitatea anualizată: definiții (1/3) — CAGR



- Y: lungimea eșantionului în ani

$$Y = \frac{\text{zilele calendaristice dintre primul și ultimul preț}}{365{,}25}$$

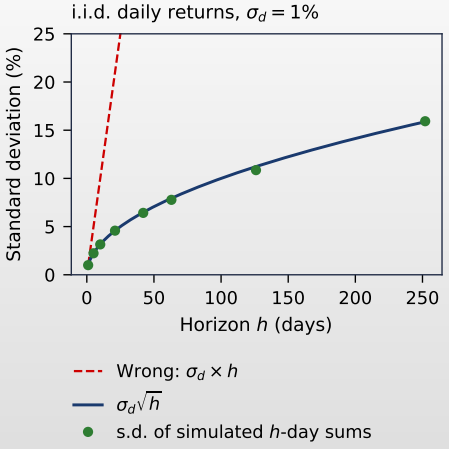
- **Multiplul de creștere** $P_{\textbf{final}}/P_{\textbf{inițial}}$ și **CAGR** (rata anuală compusă de creștere)

$$\text{CAGR} = \left(\frac{P_{\textbf{final}}}{P_{\textbf{inițial}}}\right)^{\mathbf{1}/Y} - 1 = \exp\left(\frac{\ln(P_{\textbf{final}}/P_{\textbf{inițial}})}{Y}\right) - 1$$

  - creșterea anuală constantă care duce $P_{\textbf{inițial}}$ în $P_{\textbf{final}}$ (linia roșie)
  - exemplu: 100 devine 200 în 10 ani: $2^{\mathbf{1/10}} - 1 = 7{,}18\%$, nu $100\%/10 = 10\%$

- Graficul: un preț simulat pe 10 ani: CAGR 6,5%
  - creșterea cu randamentul simplu mediu (8,3% pe an, linia întreruptă) depășește prețul final: CAGR este creșterea geometrică, nu randamentul mediu

CAGR și volatilitatea anualizată: definiții (2/3) — volatilitatea



- **Volatilitatea zilnică**: abaterea standard de selecție a celor n randamente logaritmice zilnice

$$\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \bar{r})^2}, \qquad \bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} r_t$$

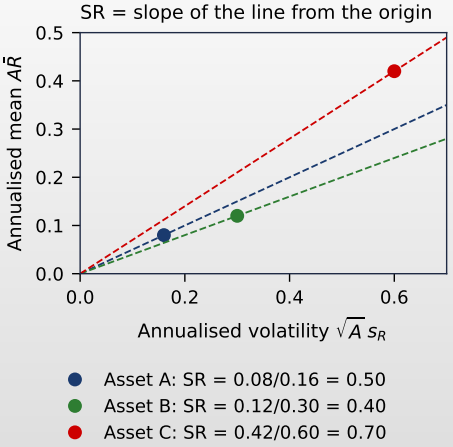
- **Perioadele de randament pe an** $A = n/Y$: circa 252 pentru acțiunile americane, 260 pentru aur (zile lucrătoare), 365 pentru Bitcoin (în fiecare zi)
- **Volatilitatea anualizată**

$$\hat{\sigma}_A = \hat{\sigma}_d\sqrt{A}$$

  - exemplu: $\hat{\sigma}_d = 1{,}2\%$, $A = 252$: $1{,}2\% \times 15{,}87 = 19{,}05\%$

- $\sqrt{A}$, nu A: pentru randamente necorelate cu aceeași dispersie, $\mathrm{Var}(r_1 + \cdots + r_h) = h\,\sigma_d^2$, deci abaterea standard a unui randament pe h zile este $\sigma_d\sqrt{h}$
  - graficul: sumele simulate de h randamente zilnice stau pe curba $\sigma_d\sqrt{h}$; pe un an: 15,9%, nu 252%

CAGR și volatilitatea anualizată: definiții (3/3) — media și raportul Sharpe



- **Media anualizată** a celor n randamente simple zilnice

$$\bar{R} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t, \qquad \hat{\mu}_A = A\,\bar{R}$$

  - media crește proporțional cu A, abaterea standard cu $\sqrt{A}$

- **Raportul Sharpe** (SR, *Sharpe ratio*; rata fără risc 0): media anualizată pe unitatea de volatilitate anualizată

$$\mathrm{SR} = \frac{A\,\bar{R}}{\sqrt{A}\,s_R} = \sqrt{A}\,\frac{\bar{R}}{s_R}$$

  - s_R: abaterea standard de selecție a randamentelor simple zilnice (împărțire la $n-1$)
  - citire: $\mathrm{SR} = 0{,}5$ înseamnă 0,5 pp de randament mediu la fiecare pp de volatilitate; o medie negativă dă $\mathrm{SR} < 0$
  - graficul: panta dreptei de la origine la fiecare activ (ipotetic); dreapta cea mai abruptă are cel mai bun randament pe unitatea de risc

A2–A3 [Rezolvat]: anualizare și CAGR — enunț

- **Întrebare**: cum transformăm cifrele zilnice în cifre anuale?
- **Date A2**: volatilitatea zilnică $\sigma_d = 1\%$; $A = 252$ intervale de randament pe an pentru un indice de acțiuni, $A = 365$ pentru Bitcoin
  1. Calculați volatilitatea anualizată $\sigma_d\sqrt{A}$ pentru ambele valori ale lui A.
  2. Enunțați cele două ipoteze în care scalarea cu $\sqrt{A}$ este exactă.
- **Date A3**: indicele de preț S&P 500 s-a multiplicat de 3,72 ori între 2 ian. 2015 și 18 sep. 2026 (4 277 de zile calendaristice); pe aceeași perioadă, SPY are un CAGR de 13,7%
  3. Calculați $Y = 4\,277/365{,}25$ și CAGR $= 3{,}72^{1/Y} - 1$.
  4. Explicați de ce acest CAGR este mai mic decît CAGR-ul SPY.
- **De raportat**: două volatilități, un CAGR, două fraze

Înapoi Lista exercițiilor

A2–A3 [Rezolvat]: Creștere și volatilitate anuală

- A2
  1. $\sqrt{252} = 15{,}87$, deci $1\% \times 15{,}87 = 15{,}87\%$; $\sqrt{365} = 19{,}10$, deci 19,10%.
  2. Exactă cînd randamentele zilnice sînt necorelate și au variantă constantă; A9 (Pachetul 3, după curs) arată ce se întîmplă cînd ipotezele nu sînt îndeplinite.
- A3
  3. $Y = 4\,277/365{,}25 = 11{,}71$;
     $\text{CAGR} = \exp(\ln 3{,}72/11{,}71) - 1 = \exp(1{,}3137/11{,}71) - 1 = e^{0{,}1122} - 1 = 11{,}87\%$.
  4. Indicele S&P 500 este un indice de preț: nu include dividendele; prețul ajustat al SPY le reinvestește (13,7% pe an).
- Interpretare: CAGR este creșterea geometrică pe an, nu randamentul anual mediu; pe aceleași date, media aritmetică este mai mare (A8, Pachetul 3)

Drawdown: definiții (1/2)

- **Maximul curent**, **drawdown-ul** și **drawdown-ul maxim** (MDD)

$$M_t = \max_{s \le t} P_s, \qquad DD_t = \frac{P_t}{M_t} - 1 \le 0, \qquad \text{MDD} = \min_t DD_t$$

  - M_t: cel mai mare preț de pînă atunci; DD_t: pierderea unui investitor care a cumpărat la acel maxim
  - MDD: cea mai mare astfel de pierdere din eșantion; are o dată a vîrfului și o dată a minimului

- **Cîștigul necesar pentru revenire**: după o pierdere $L = -DD_t$ prețul este $M_t(1 - L)$

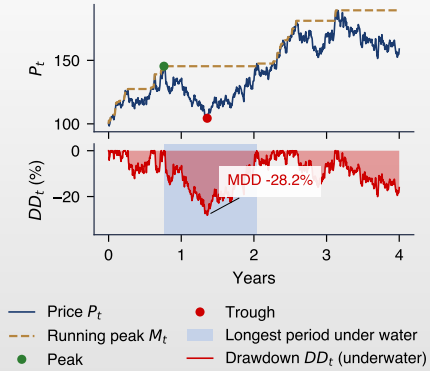
$$\frac{M_t}{M_t(1-L)} - 1 = \frac{L}{1-L}$$

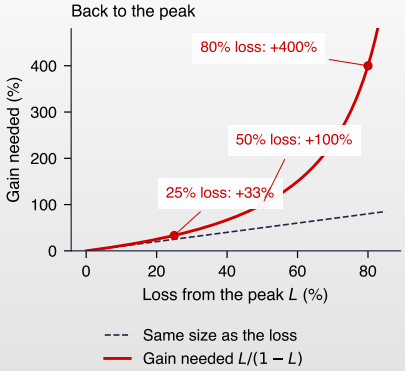
  - exemplu: vîrf 120, preț ulterior 90: $DD = -25\%$; revenirea la vîrf necesită $120/90 - 1 = 0{,}25/0{,}75 = +33{,}3\%$

- **Graficul underwater** (graficul „sub apă", *underwater plot*): DD_t în timp; 0 la fiecare vîrf nou, negativ între vîrfuri

- **Perioada sub maxim**: din ziua în care se stabilește un vîrf pînă la prima închidere ulterioară cel puțin egală cu el
  - o perioadă încă deschisă la sfîrșitul eșantionului este **cenzurată la dreapta**: lungimea ei adevărată nu se cunoaște, doar o limită inferioară

Drawdown: definiții (2/2) — drawdown-ul și revenirea pe un grafic





- Stînga: un preț simulat pe 4 ani; MDD $-28{,}2\%$ (de la vîrful verde la minimul roșu); cea mai lungă perioadă sub maxim durează 321 de zile de tranzacționare
- Dreapta: cîștigul necesar crește mai repede decît pierderea: -50% necesită $+100\%$, -80% necesită $+400\%$

A4 [Rezolvat]: drawdown — enunț

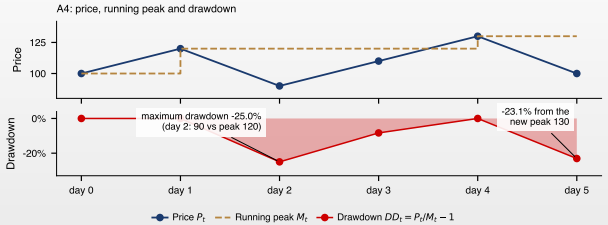
- **Întrebări**
  - care este cea mai mare pierdere față de un maxim anterior?
  - cînd a avut loc?
- **Date**: prețurile din zilele 0–5: $100, 120, 90, 110, 130, 100$
- **Cerințe**: completați tabelul
  1. Maximul cumulat $M_t = \max_{s \le t} P_s$.
  2. Drawdown-ul $DD_t = P_t / M_t - 1$, raportat ca număr negativ.
  3. Drawdown-ul maxim $\min_t DD_t$ și ziua în care apare.

Ziua	0	1	2	3	4	5
P_t	100	120	90	110	130	100
M_t	100	120	...	...	...	...
DD_t	0%	0%	...	...	...	...

- **De raportat**: tabelul completat și drawdown-ul maxim

Înapoi Lista exercițiilor

A4 [Rezolvat]: Drawdown față de maximul atins



Ziua	0	1	2	3	4	5
P_t	100	120	90	110	130	100
M_t	100	120	120	120	130	130
DD_t	0%	0%	$-25{,}00\%$	$-8{,}33\%$	0%	$-23{,}08\%$

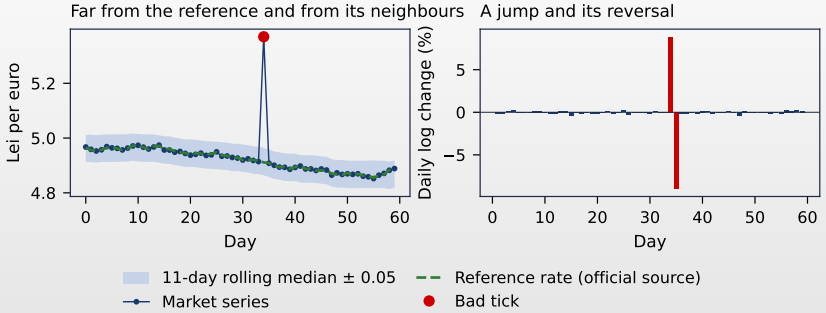
- Drawdown-ul maxim este -25%, în ziua 2; scăderea ulterioară la 100 este mai mică, $-23{,}08\%$, pentru că se măsoară față de noul maxim de 130

MFM_ch0_seminar

Cotații eronate și cursul de referință BNR (1/2)

- **Cotație eronată** (*bad tick*): un preț înregistrat la care nu a tranzacționat nimeni, de exemplu o greșeală de tastare, o virgulă pusă greșit sau cotația altui instrument
- **Cursul de referință BNR**: cursul oficial al euro (EUR) în lei (RON), publicat de BNR în fiecare zi lucrătoare din România în jurul orei 13:00; o sursă independentă cu care verificăm o serie de piață
- **Seria EUR/RON de la EODHD (EOD Historical Data)**: agregă cotațiile dealerilor
  - nu este un curs oficial
  - este înregistrată la altă oră din zi decît cursul BNR
- Trei semne ale unei cotații eronate
  1. o variație într-o zi mult mai mare decît de obicei pentru acea serie;
  2. variația se inversează a doua zi;
  3. cotația este departe de sursa independentă din aceeași zi.
- Diferența față de BNR nu este suficientă: într-o zi cu mișcări reale, cele două serii diferă pentru că sînt înregistrate la ore diferite
- O singură cotație eronată creează două randamente extreme, saltul și inversarea lui, și exagerează volatilitatea

Cotații eronate și cursul de referință BNR (2/2): o cotație eronată pe o serie simulată

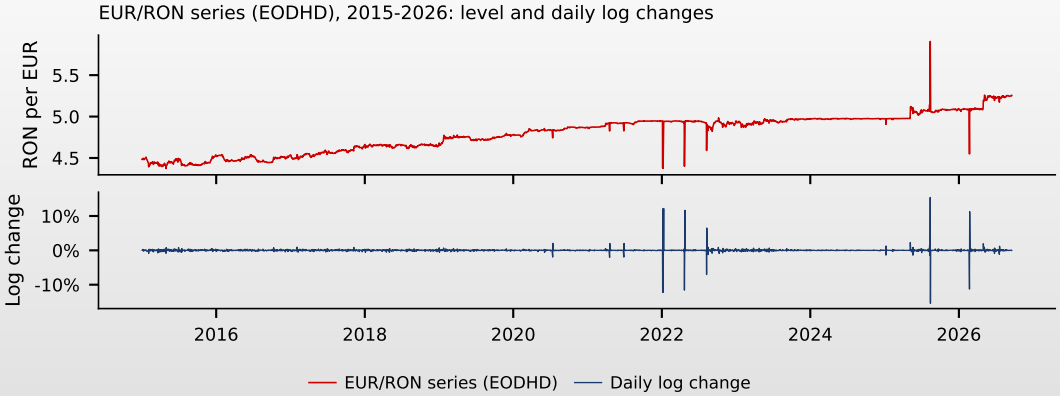


- Două verificări ale unei cotații P_t: față de un curs de referință independent B_t și față de cotațiile vecine

$$|P_t - B_t| > 0{,}05 \text{ lei}, \qquad |P_t - \mathrm{med}(P_{t-5}, \ldots, P_{t+5})| > 0{,}05 \text{ lei}$$

  - med: mediana celor 11 cotații centrate pe ziua t; o singură cotație eronată nu o poate modifica
- Dreapta: prețul eronat produce un salt de $+8{,}9\%$ și o inversare de $-9{,}0\%$; volatilitatea anualizată este 26,4% cu el și 2,3% fără el

B1 [Rezolvat]: o cotație suspectă — enunț (1/2)



MFM_ch0_seminar

B1 [Rezolvat]: o cotație suspectă — enunț (2/2)

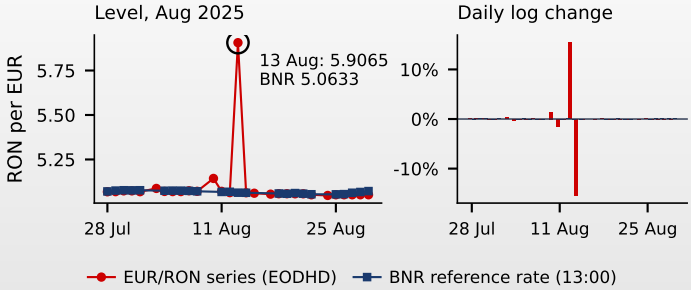
- **Întrebare**: este cotația EUR/RON de piață din 13 aug. 2025 un preț real?
- **Date**: seria EUR/RON de la EODHD (prețul de închidere), 1 ian. 2015 – 18 sep. 2026, 3 115 rînduri; cursul de referință BNR
- **Cerințe**
  1. Calculați variațiile logaritmice zilnice ale seriei de piață și găsiți-o pe cea mai mare în valoare absolută.
  2. Pentru 13 aug. 2025, raportați cotația anterioară, cotația și cotația următoare, precum și cele două variații logaritmice.
  3. Comparați cotația cu cursul BNR din 13 aug. 2025, în lei și în procente.
  4. Calculați volatilitatea anualizată a seriei de piață, a aceleiași serii fără această cotație și a cursului BNR, fiecare cu A-ul propriu.
- **De raportat**: cele trei cotații, diferența față de BNR și cele trei volatilități
- Priviți întîi graficul: salturile care se inversează a doua zi sînt cele suspecte
- Notebook: secțiunea B1
- **Interpretare**: care dintre cele trei semne sînt prezente?

MFM_ch0_seminar
◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B1 [Rezolvat]: rezolvare (1/2) — pas cu pas

- Pasul 1: cea mai mare variație logaritmică zilnică este $-15{,}41\%$, pe 14 aug. 2025; a doua, $+15{,}40\%$, este pe 13 aug. 2025
- Pasul 2: 12 aug. 5,0636 $\to$ 13 aug. 5,9065 $\to$ 14 aug. 5,0629
  - $\ln(5{,}9065/5{,}0636) = +15{,}40\%$, apoi $\ln(5{,}0629/5{,}9065) = -15{,}41\%$: variația se inversează a doua zi
- Pasul 3: BNR pe 13 aug. 2025: 5,0633; diferența $5{,}9065 - 5{,}0633 = 0{,}843$ lei, cu 16,7% peste cursul oficial
- Pasul 4: volatilitatea anualizată
  - seria de piață 12,4% ($A = 265{,}9$; seria include și cîteva cotații de weekend); fără cotația din 13 aug. 2025: 10,6%
  - cursul BNR 2,1% ($A = 251{,}1$)

B1 [Rezolvat]: rezolvare (2/2) — grafic și interpretare

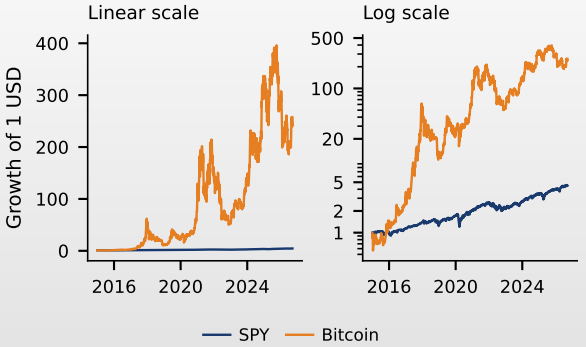


- Toate cele trei semne sînt prezente: o variație de 15% acolo unde cursul BNR variază cu circa 0,13% pe zi ($2{,}1\%/\sqrt{251}$), inversată a doua zi, la 0,84 lei de BNR: o cotație eronată
- O singură cotație adaugă 1,8 pp la volatilitatea anualizată; seria de piață rămîne de cinci ori mai volatilă decît cursul BNR: seria conține și alte cotații eronate; auditul complet este în Pachetul 1
- Interpretare: verificați o serie de piață cu o sursă oficială înainte de orice calcul; pentru EUR/RON folosiți cursul BNR

MFM_ch0_seminar

Creșterea a 1 USD și scala logaritmică

- **Creșterea a 1 USD** (un dolar american, *US dollar*): $G_t = P_t / P_0$, valoarea în ziua t a unui dolar investit în ziua 0; permite compararea pe același grafic a unor active cu prețuri foarte diferite
- **Scala logaritmică**: axa verticală arată $\ln G_t$, cu etichetele lui G_t
  - distanțe egale înseamnă rapoarte egale: $1 \to 2$ și $100 \to 200$ au aceeași înălțime
  - o rată de creștere constantă este o linie dreaptă
- Pe scala liniară (stînga), creșterea de 257 de ori a Bitcoin comprimă curba SPY într-o linie aproape orizontală la baza graficului



B2 [Rezolvat]: trei active pe un singur grafic — enunț

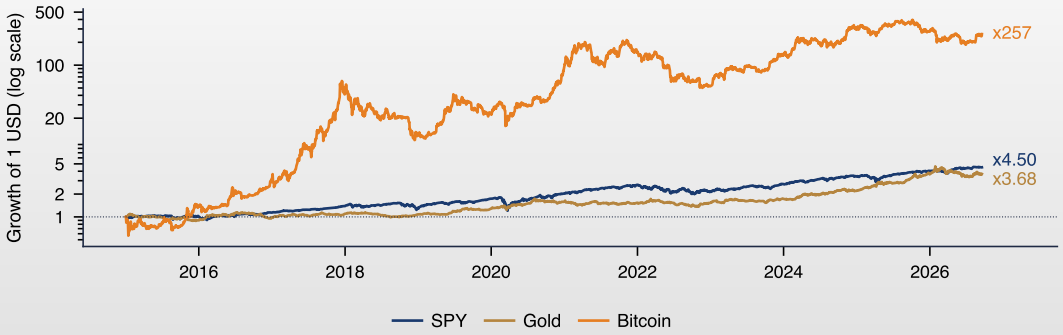
- **Întrebări**
  - cît a crescut 1 USD în SPY, aur și Bitcoin din 2015?
  - cît de volatil a fost fiecare activ?
  - cît de adîncă a fost cea mai mare scădere?
- **Date**: SPY (închidere ajustată), aur (închidere, zile lucrătoare), Bitcoin (închidere, în fiecare zi), 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026, toate în USD; fiecare activ pe calendarul lui
- **Cerințe**
  1. Reprezentați creșterea a 1 USD, P_t/P_0, pe scală logaritmică.
  2. Pentru fiecare activ calculați multiplul, Y și CAGR.
  3. Calculați n, $A = n/Y$, volatilitatea zilnică $\hat{\sigma}_d$ și volatilitatea anualizată $\hat{\sigma}_d\sqrt{A}$.
  4. Reprezentați curbele de drawdown și raportați fiecare drawdown maxim cu datele vîrfului și minimului.
- **De raportat**: cele două grafice și un tabel (multiplu, CAGR, A, volatilitate, MDD)
- **Interpretare**: activul cu cel mai mare CAGR are și cea mai mare volatilitate și cel mai adînc drawdown?
- Notebook: secțiunea B2

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B2 [Rezolvat]: rezolvare (1/4) — SPY pas cu pas

- Prețuri: 169,26 pe 2 ian. 2015, 761,69 pe 18 sep. 2026; $Y = 4\,277/365{,}25 = 11{,}71$
- Pasul 2: multiplul $761{,}69/169{,}26 = 4{,}50$; CAGR $= 4{,}50^{1/11{,}71} - 1 = e^{1{,}504/11{,}71} - 1 = 13{,}7\%$
- Pasul 3: $n = 2\,944$ randamente, $A = 2\,944/11{,}71 = 251{,}4$; $\hat{\sigma}_d = 1{,}108\%$; volatilitatea $1{,}108\% \times \sqrt{251{,}4} = 17{,}6\%$
- Pasul 4: maximul curent 307,63 pe 19 feb. 2020, minimul 203,91 pe 23 mar. 2020: $\text{MDD} = 203{,}91/307{,}63 - 1 = -33{,}7\%$
- Același cod rulează pentru aur și Bitcoin: se schimbă doar numele; A urmează calendarul fiecăruia (260,5 pentru aur, 365,25 pentru Bitcoin)

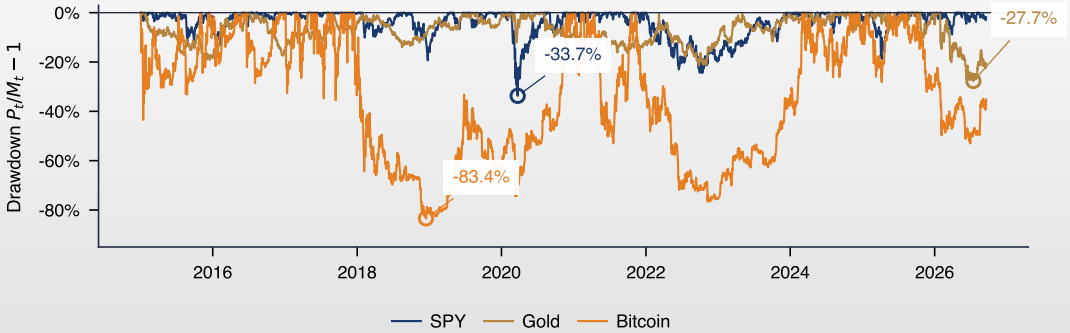
B2 [Rezolvat]: rezolvare (2/4) — creșterea a 1 USD



- Scala logaritmică: scăderile Bitcoin din 2018 și 2022 se văd la fel de bine ca creșterile; etichetele de la capăt sînt multiplii de creștere

MFM_ch0_seminar

B2 [Rezolvat]: rezolvare (3/4) — drawdown-uri



⊡ Cercurile marchează fiecare drawdown maxim; pe 18 sep. 2026, SPY este cu 1,8% sub vîrf, aurul cu 20,6%, Bitcoin cu 35,2%

MFM_ch0_seminar

B2 [Rezolvat]: rezolvare (4/4) — tabel și interpretare

	Multiplu	CAGR	A	Volatilitate	MDD (vîrf → minim)
SPY	4,50	13,7%	251,4	17,6%	−33,7% (19 feb. 2020 → 23 mar. 2020)
Aur	3,68	11,8%	260,5	16,3%	−27,7% (28 ian. 2026 → 16 iul. 2026)
Bitcoin	256,8	60,6%	365,25	66,7%	−83,4% (16 dec. 2017 → 15 dec. 2018)

- Da, în acest eșantion: Bitcoin are cel mai mare CAGR, o volatilitate de circa 3,8 ori cea a SPY și 4,1 ori cea a aurului și a pierdut 83% față de vîrful din 2017
- SPY și aurul au volatilități apropiate; cea mai mare scădere a aurului este recentă și încă nerecuperată
- Un singur eșantion de 11,7 ani: semnificația statistică a acestor diferențe este analizată în curs și în Pachetul 2
- **Ce credeți**: dacă extindem eșantionul SPY înapoi, înainte de 2015, poate drawdown-ul maxim să devină mai mic decît 33,7% în valoare absolută?
  - **Răspuns**: nu: zilele adăugate pot doar să ridice maximul curent sau să adauge minime noi, deci MDD se poate doar adînci
  - de aceea comparăm drawdown-uri maxime doar pe aceeași fereastră

A5 [Propus]: randamente, CAGR și volatilitate — enunț

- **Model**: A1 și A2–A3 [Rezolvat]
- **Întrebare**: se verifică regulile din A1 și A2–A3 pe alte cifre?
- **Date**: o acțiune cu $P_0 = 50$, $P_1 = 55$, $P_2 = 44$; un fond care a crescut de la 100 la 250 în 2 922 de zile calendaristice; o volatilitate zilnică de 1,5%
- **Cerințe**
  1. Calculați R_1, R_2, r_1, r_2, cele două sume și randamentele pe două zile $P_2/P_0 - 1$ și $\ln(P_2/P_0)$.
  2. Calculați Y și CAGR pentru fond.
  3. Anualizați volatilitatea zilnică cu $A = 252$ și cu $A = 365$.
- **De raportat**: un tabel mic și o frază despre suma care este egală cu randamentul pe două zile

Înapoi Lista exercițiilor

A6 [Propus]: un drawdown pe hîrtie — enunț

- **Model**: A4 [Rezolvat]
- **Întrebări**
  - cînd a fost investitorul cel mai departe sub vîrful anterior?
  - cînd și-a revenit prețul?
- **Date**: prețurile din zilele 0–5: $200, 180, 220, 165, 198, 230$
- **Cerințe**
  1. Calculați maximul curent M_t și drawdown-ul DD_t pentru fiecare zi.
  2. Raportați drawdown-ul maxim și ziua lui.
  3. Revenirea după minim:
     - în ce zi revine prețul la sau peste vîrful dinaintea minimului?
     - ce creștere procentuală de la minim readuce prețul exact la vîrful anterior?
- **De raportat**: tabelul completat, MDD și ziua revenirii, cu cîștigul necesar

Înapoi Lista exercițiilor

B3 [Propus]: încă două cotații suspecte — enunț

- **Model**: B1 [Rezolvat]
- **Întrebare**: cotațiile EUR/RON de piață din 22 apr. 2022 și din 6 mai 2025 sînt amîndouă la peste 0,05 lei de cursul BNR; care dintre ele este eronată?
- **Date**: seria EUR/RON de la EODHD și cursul de referință BNR, ca în B1
- **Cerințe**
  1. Pentru fiecare dată, raportați cotația anterioară, cotația și cotația următoare, precum și cele două variații logaritmice zilnice.
  2. Comparați fiecare cotație cu cursul BNR din acea zi; dacă BNR nu a publicat curs în ziua respectivă (o sărbătoare legală), folosiți ultimul curs anterior.
  3. Aplicați cele două criterii numerice: distanța față de BNR și față de mediana centrată a 11 cotații, fiecare peste 0,05 lei. Legați-le de cele trei semne, apoi decideți dacă eliminați sau păstrați cotația.
  4. Reprezentați ambele episoade, seria de piață față de BNR, pe circa trei săptămîni.
- **De raportat**: cîte un rînd de tabel pentru fiecare dată (cotații, variații, BNR, diferență, semne prezente, decizie) și graficul
- **Interpretare**: de ce diferența față de BNR nu este suficientă pentru a elimina o cotație?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B4 [Propus]: alte trei active — enunț

- **Model**: B2 [Rezolvat]
- **Întrebare**: cum au evoluat față de SPY, din 2015, S&P 500 cu ponderi egale (RSP) și titlurile de stat americane pe termen lung (TLT)?
- **Date**: SPY, RSP și TLT (închidere ajustată), 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026, USD, zile de tranzacționare SUA (Statele Unite ale Americii)
- **Cerințe**
  1. Reprezentați creșterea a 1 USD pentru cele trei ETF-uri, pe scală logaritmică.
  2. Calculați multiplul, CAGR, A și volatilitatea anualizată pentru fiecare.
  3. Reprezentați curbele de drawdown și raportați fiecare MDD cu datele vîrfului și minimului, precum și drawdown-ul din 18 sep. 2026.
- **De raportat**: cele două grafice și tabelul din B2 pentru cele trei ETF-uri
- **Interpretare**: sînt titlurile de stat pe termen lung un activ sigur în acest eșantion?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B5 [Propus]: drawdown-uri și durata revenirii — enunț

- **Model**: A4 și B2 [Rezolvat]
- **Întrebări**
  - cît de adînci sînt drawdown-urile S&P 500 și ale Bitcoin?
  - cît de lungi sînt?
- **Date**: S&P 500 (închidere) din 3 ian. 2000 și Bitcoin (închidere) din 17 sep. 2014, ambele pînă la 18 sep. 2026
- **Convenții**
  - o perioadă sub maxim începe în ultima zi în care s-a stabilit maximul cumulat (la maxime egale, ultima dintre ele) și se termină la prima închidere cel puțin egală cu acel maxim
  - o perioadă încă deschisă pe 18 sep. 2026 este cenzurată la dreapta
- **Cerințe**
  1. Calculați DD_t pentru ambele active și reprezentați grafic cele două curbe de drawdown (underwater).
  2. Raportați drawdown-ul maxim cu datele și prețurile de maxim, de minim și de revenire.
  3. Raportați cea mai lungă perioadă sub maxim (început, sfîrșit, zile calendaristice și de tranzacționare) și drawdown-ul curent.
  4. Repetați 2–3 pentru S&P 500 din 17 sep. 2014, orizontul Bitcoin.
- **De raportat**: graficul underwater; pentru fiecare activ și orizont, MDD-ul cu cele trei date și prețuri, cea mai lungă perioadă sub maxim și drawdown-ul curent
- **Interpretare**: de ce trebuie comparate cele două MDD-uri pe același orizont?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — răspunsul

- **Promptul** trimis unui asistent AI: „Folosind prețurile zilnice din datele cursului, calculează media anualizată, volatilitatea anualizată și raportul Sharpe ($r_f = 0$) pentru SPY și Bitcoin, din randamentele simple zilnice”
- **Răspunsul**: codul de mai jos și concluzia

```
import numpy as np, pandas as pd
URL = 'https://raw.githubusercontent.com/danpele/MFM/main/data/market/'
def load(sym, field='close'):
    return pd.read_csv(URL + sym + '.csv', index_col='date',
                       parse_dates=True)[field].dropna()
spy, btc = load('SPY.US'), load('BTC-USD.CC')
A = 252                                  # zile de tranzactionare pe an
for name, p in [('SPY', spy), ('BTC', btc)]:
    r   = p.pct_change().dropna()        # randamente simple zilnice
    mu  = r.mean() * A                   # media anualizata
    vol = r.std() * A                    # volatilitatea anualizata
    print(name, mu, vol, mu / vol)       # raportul Sharpe, rf = 0
```

- **Concluzia AI**: „Rapoarte Sharpe: SPY 0,03, Bitcoin 0,07. Ambele active remunerează foarte slab riscul.”

Înapoi Lista exercițiilor

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — proiectul înaintea codului

- **Model**: A2–A3 și B2 [Rezolvat]
- **Raportul Sharpe**: definiția din CAGR și volatilitatea anualizată: definiții (3/3)
- **Date**: istoricul complet, SPY din 29 ian. 1993 și Bitcoin din 13 iul. 2010, ambele pînă la 18 sep. 2026
- **Pasul 1, proiectul cercetării** (scris înainte de a rula orice cod)
  1. Formulați ipoteza din spatele concluziei AI ca o propoziție testabilă despre cele două rapoarte Sharpe.
  2. Fixați eșantionul (datele, cîmpul de preț, calendarul fiecărui activ) și comparația pe care o veți face.
  3. Numiți o explicație alternativă pentru orice diferență veți găsi (de exemplu, perioadele diferite ale eșantioanelor).
  4. Precizați ce nu poate stabili rezultatul, indiferent de cifre.
- **De raportat**: patru fraze, scrise înainte de cod

C1 [Propus]: Identificarea și documentarea erorilor

- **Pasul 2, codul**
  5. Găsiți cele trei erori de implementare strecurate în cod.
  6. Pentru fiecare, precizați cum ați depista-o: o verificare a rezultatului, o cifră publicată, cursul sau documentația.
  7. Verificați codul corectat pe 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026 față de B2; apoi raportați media anualizată, volatilitatea și raportul Sharpe pe întregul istoric al fiecărui activ. Interpretați diferențele ținînd cont de perioade.
  8. Comparați rezultatul corectat cu Pasul 1:
     - este exclusă explicația alternativă?
     - ce limită rămîne chiar și cu codul corectat?
  9. Consemnați fiecare eroare găsită efectiv, în formatul din `AI_ERRORS.md`: cererea, răspunsul, eroarea, cum ați găsit-o, corecția.
- **De raportat**: cele trei erori cu modul de depistare, tabelul media / volatilitate / SR pe cele două perioade, răspunsurile la cerința 8, intrările din `AI_ERRORS.md`
- **Interpretare**: este susținută concluzia „ambele active remunerează foarte slab riscul”?
- Codul generat de AI rulează de obicei fără mesaj de eroare: erorile sînt de fond (financiare), nu de sintaxă

După curs: pachete, date și notații

Pachet	Exerciții	Cerințe preliminare
1. Date și calendare	B1 audit complet, B2 șase active, B6 [toate rezolvate]	B1 și B2 din traseul de bază
2. Precizie	A7, B2 extins [Rezolvat]	Pachetul 1, cursul de la Capitolul 0
3. Aritmetica randamentelor	A8 [Rezolvat], A9, A10	Pachetul 2
4. Inferență pentru corelații	B6 extins, A11, A12, C2	Pachetele 1–2
5. Drawdown-uri extreme	B5 extins	B5, Pachetul 2
6. Piața românească	B7 [Rezolvat], B8, B9, B9 extins, B1 extins	Pachetul 1, regresia liniară
7. Stablecoins	B10, B10 extins	A2–A3, B7
8. Laborator: investiții pasive	C3	studiul de caz din curs, Pachetul 2

- Pachetele se lucrează după cursul de la Capitolul 0, care introduce erorile standard, bootstrap-ul și testele folosite aici; notebook-ul are cîte o secțiune pentru fiecare pachet, în această ordine; C2 și C3 pot fi începutul unui proiect
- Date (datele cursului, zilnice, 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026, dacă nu se precizează altfel)
  - SPY și TLT (închidere ajustată, randament total)
  - indicele S&P 500, aurul (zile lucrătoare), Bitcoin (în fiecare zi, 24:00 UTC), Euro Stoxx 50 și Nikkei 225 (închidere, prețuri convertite în USD cu cursurile FRED (baza de date a Rezervei Federale), seriile `DEXUSEU`, `DEXJPUS`)
  - EUR/RON de la BNR și seria EUR/RON de la EODHD
  - indicii BET (indicele de referință al Bursei de Valori București) și BET-TR (BET cu dividendele reinvestite), acțiunile Banca Transilvania și BRD–Groupe Société Générale
  - oferta de stablecoins de la DefiLlama
- Notații
  - P_t, R_t, r_t, n (și T), Y, $A = n/Y$, CAGR și $\hat{\sigma}_d\sqrt{A}$ ca în traseul de bază
  - raportul Sharpe $\mathrm{SR} = \sqrt{A}\,\bar{R}/s_R$, definit în traseul de bază
  - iid: independente și identic distribuite (*independent and identically distributed*)
  - indicele A marchează o mărime anualizată ($\hat{\mu}_A$, $\hat{\sigma}_A$, SR_A), indicele d una zilnică

Pachetul 1: B1 audit complet [Rezolvat]: toate cotațiile eronate

- **Enunț**
  - care cotații din seria EUR/RON de la EODHD (închidere, 1 ian. 2015 – 18 sep. 2026, 3 115 rînduri) sînt erori?
  - cît distorsionează ele volatilitatea?
  - verificarea externă: cursul de referință BNR

  1. Eliminați rîndurile din weekend.
  2. Marcați cotațiile din zilele lucrătoare aflate la peste 0,05 lei de mediana mobilă (*rolling*) centrată pe 11 zile.
  3. Comparați fiecare cotație marcată cu cursul BNR din aceeași zi (într-o zi de sărbătoare, cu ultimul curs anterior); eliminați doar cotațiile aflate la peste 0,05 lei de BNR.
  4. Calculați volatilitatea anualizată a seriei brute de piață, a seriei curățate și a cursului BNR, fiecare cu A-ul propriu.
- **De raportat**: un tabel de verificare (dată, cotație, mediană, BNR, diferență, decizie) și cele trei volatilități
- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *B1 full audit*

Pachetul 1: B2 șase active [Rezolvat]: comparație între clase de active

- **Enunț**
  - cît a crescut 1 USD din 2015 în SPY, Euro Stoxx 50, Nikkei 225, aur, TLT și Bitcoin?
  - cît de volatil a fost fiecare?
  - perioada: 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026, toate în USD
  1. Convertiți Euro Stoxx 50 și Nikkei 225 în USD: $P^{USD} = P^{EUR} \times$ (USD pentru un euro), $P^{USD} = P^{JPY}/$(JPY pentru un dolar), cu cursul FRED din aceeași zi sau, dacă lipsește, cu ultimul curs din cel mult 5 zile calendaristice anterioare.
  2. Reprezentați creșterea a 1 USD, $P_t/P_{\mathbf{0}}$, pe scală logaritmică.
  3. Pentru fiecare activ calculați n, Y, $A = n/Y$, multiplul, CAGR și volatilitatea $\hat{\sigma}_d\sqrt{A}$.
  4. Recalculați fiecare volatilitate cu $A = 252$.
- **De raportat**
  - graficul și un tabel (A, multiplu, CAGR, volatilitate, volatilitate cu 252)
  - la ce active contează alegerea lui A?
  - de ce contează la ele?
- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *B2 six assets*

Pachetul 1: B6 [Rezolvat]: corelații și calendare (1/2)

Enunț

- cît modifică calendarul și estimatorul o corelație?
- este schimbarea corelației acțiuni–obligațiuni mai mare decît eroarea de eșantionare?
- date: S&P 500 și Bitcoin (închidere), TLT (închidere ajustată), randamente log zilnice; Bitcoin – S&P 500 în 1 ian. 2022 – 18 sep. 2026; S&P 500 – TLT în 2010–2020 (n_1 zile) și 2022–2026 (n_2 zile)

Calendare

- întîi aliniem *prețurile* pe zilele comune, apoi calculăm randamentele (vineri → luni pentru ambele)
- dacă se calculează întîi randamentele, randamentul S&P 500 vineri → luni este asociat cu randamentul Bitcoin duminică → luni, iar mișcarea Bitcoin din weekend se pierde
- completarea S&P 500 în weekend creează randamente nule, asociate cu mișcările Bitcoin din weekend

1. Corelația Bitcoin – S&P 500 pe toată perioada, pe zilele comune (prețurile aliniate întîi).
2. Aceeași corelație cu S&P 500 completat în weekend și cu randamente săptămînale: ultimul preț din zilele comune al fiecărei săptămîni încheiate vinerea (joia, dacă vinerea este zi liberă); ultima săptămînă incompletă se elimină.
3. Media corelației pe fereastra mobilă de 252 de zile în 2022–2026 (ferestrele pot începe în 2021).
4. S&P 500 – TLT în ambele perioade, cu ambii estimatori.

înapoi Lista exercițiilor

Pachetul 1: B6 [Rezolvat]: corelații și calendare (2/2)

5. Calculați $\hat{\rho}_{\mathbf{1}}$, $\hat{\rho}_{\mathbf{2}}$ nerotunjite, $z_i = \operatorname{atanh} \hat{\rho}_i$, eroarea standard (SE, *standard error*) $\mathrm{SE}_z = \sqrt{1/(n_{\mathbf{1}} - 3) + 1/(n_{\mathbf{2}} - 3)}$ și $z = (z_{\mathbf{2}} - z_{\mathbf{1}})/\,\mathrm{SE}_z$ (Fisher (1915); perechi iid dintr-o distribuție Normală bivariată).
6. Calculați intervalul iid de 95% pentru $\rho_{\mathbf{2}} - \rho_{\mathbf{1}}$: $(\hat{\rho}_{\mathbf{2}} - \hat{\rho}_{\mathbf{1}}) \pm 1{,}96\sqrt{(1-\hat{\rho}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}}/(n_{\mathbf{1}} - 3) + (1-\hat{\rho}_{\mathbf{2}}^{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}}/(n_{\mathbf{2}} - 3)}$, unde $(1-\hat{\rho}^{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}}/(n-3)$ este varianța aproximativă a unui $\hat{\rho}$.

⊡ **De raportat**

- graficul corelațiilor pe fereastră mobilă; un tabel metodă / număr de observații / corelație; z, valoarea p (*p-value*), schimbarea și intervalul ei
- ce estimator răspunde la întrebarea „care a fost corelația în 2022–2026”?
- ce nu poate stabili intervalul?

⊡ **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *B6*

Pachetul 2: A7 [Rezolvat]: precizia unui randament mediu

- **Enunț**
  - SPY a avut în 2015–2026 un randament mediu de circa 14% pe an
  - cît de precis determină acest eșantion randamentul anual așteptat?
  - SPY (închidere ajustată), randamente simple zilnice R_t, 2 ian. 2015 – 18 sep. 2026
  - A și Y ca în B2 șase active

  1. Calculați media anualizată $\hat{\mu}_A = A\,\bar{R}$ și volatilitatea anualizată $\hat{\sigma}_A = s_R\sqrt{A}$.
  2. Cu randamente iid, $\mathrm{SE}(\hat{\mu}_A) = A\,s_R/\sqrt{n} = \hat{\sigma}_A/\sqrt{Y}$ (deoarece $n = AY$): calculați-o, împreună cu intervalul de 95% $\hat{\mu}_A \pm 1{,}96\,\mathrm{SE}$.
  3. Cîți ani de date ar da un interval de 95% de ± 2 pp, la aceeași volatilitate?
- **De raportat**: $\hat{\mu}_A$, $\hat{\sigma}_A$, SE, intervalul și numărul de ani; de ce eșantionarea zilnică în loc de lunară nu face media mai precisă?
- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *A7*

Pachetul 2: B2 extins [Rezolvat]: precizia unui raport Sharpe

- **Enunț**
  - este raportul Sharpe al SPY suficient de precis pentru a-l clasa peste cel al aurului?
  - cele șase serii din B2 șase active, randamente simple zilnice R_t, rata fără risc 0
- **Bootstrap staționar** (Politis & Romano (1994))
  - blocuri din zile de start aleatoare, continuate cu probabilitatea $1 - 1/b$ (bloc mediu $b = 20$), circular, pînă se obțin T zile
  - fiecare zi extrasă își păstrează randamentele tuturor activelor
  - A, Y fixate
  - `default_rng(42)`

  1. Calculați $\mathrm{SR}_A = \sqrt{A}\,\bar{R}/s_R$ pentru SPY și $\mathrm{SR}_d = \bar{R}/s_R$ zilnic.
  2. Calculați SE iid asimptotică pentru randamente cu distribuția Normală (Lo (2002)), $\mathrm{SE} = \sqrt{A(1 + \mathrm{SR}_d^2/2)/T}$, și intervalul de 95% $\mathrm{SR}_A \pm 1{,}96$ SE.
  3. Bootstrap (bloc 20, 2 000 de reeșantionări): intervalul percentil de 95% pentru SR al SPY și al celorlalte cinci active.
  4. Pe zilele comune ale SPY și aurului, estimați prin bootstrap diferența dintre rapoartele Sharpe (ambele cu $A = 252$) și raportați intervalul ei de 95%.
- **De raportat**: calculul pentru SPY, un grafic al intervalelor, diferența cu intervalul ei; permite B2 șase active clasarea SPY peste aur?
- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *B2 extended*

Pachetul 3: A8 [Rezolvat]: frîna volatilității

- **Enunț**
  - este compatibil un randament mediu pozitiv cu o avere în scădere?
  - zilnic: $m = E[r]$, $a = E[R]$, $v_R = \mathrm{Var}(R)$, $v_r = \mathrm{Var}(r)$, $r = \ln(1 + R)$
  - Bitcoin, închiderea în USD, de la 17 sep. 2014 (457,33) la 18 sep. 2026 (80 901,46), 4 384 de randamente zilnice, 365 pe an

  1. Dezvoltați $\ln(1 + R)$ pînă la ordinul 2 și arătați că $m \approx a - (v_R + a^2)/2 \approx a - v_r/2$ pentru randamente zilnice mici.
  2. Pentru Bitcoin, completați un tabel de la zilnic la anual: media log $\times 365$, frîna volatilității (*volatility drag*) $v_r \times 365/2$, media simplă implicată, CAGR $= e^{365m} - 1$; comparați cu CAGR calculat din cele două prețuri de capăt.
  3. Un activ are o medie aritmetică anuală de 10% și o volatilitate de 60%: aproximați creșterea log așteptată și CAGR.

- **De raportat**: dezvoltarea, tabelul, cele două valori de la cerința 3; de ce poate pierde bani traiectoria tipică atunci cînd randamentul mediu este pozitiv?

- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *A8*

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetul 3: A9 [Propus]: limitele regulii $\sqrt{A}$

Enunț

- randamente log zilnice, staționare, varianța σ^2, autocorelațiile ρ_j
- date: EUR/RON de la BNR, 4 iul. 2005 – 18 sep. 2026, 5 352 de variații log zilnice (modele: A2–A3, A8)

1. Pentru $k = 3$, scrieți $\mathrm{Var}(r_1 + r_2 + r_3)$ ca sumă a celor nouă covarianțe; apoi generalizați la $\mathrm{Var}(\sum_{t=1}^{k} r_t) = k\sigma^2[1 + 2\sum_{j=1}^{k-1}(1 - j/k)\rho_j]$.
2. Pentru un proces autoregresiv AR(1) *ipotetic*, $\rho_j = \rho^j$, găsiți limita parantezei cînd $k \to \infty$.
3. Calculați $\hat{\rho}_1$, volatilitatea cu $\sqrt{252}$ și corecția ei ipotetică AR(1).
4. Calculați autocorelațiile la lagurile 1–10 și volatilitatea din variațiile de la sfîrșit de lună $\times\sqrt{12}$.
5. Seria brută EUR/RON de la EODHD (B1), cu cotațiile eronate, are $\hat{\rho}_1 = -0{,}57$:
   - ce factor AR(1) ar rezulta?
   - de ce este o corecție greșită?

De raportat

- cele două deducții, volatilitățile și autocorelațiile
- autocorelația pozitivă face ca regula $\sqrt{A}$ să subestimeze sau să supraestimeze riscul?
- este suficient $\hat{\rho}_1$?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetele 3–4: A10 [Propus]: eroarea standard a unui raport Sharpe

- **Enunț**
  - T randamente zilnice iid cu media μ, varianța σ^2, momentele centrate finite μ_3, μ_4, asimetria $\gamma_3 = \mu_3/\sigma^3$, kurtosisul obișnuit (nu excesul) $\gamma_4 = \mu_4/\sigma^4$, $\mathrm{SR} = \mu/\sigma$ zilnic
  - SPY: $\mathrm{SR}_A = 0{,}82$, $A = 251{,}4$, $T = 2\,944$, $Y = 11{,}71$, $\gamma_3 = -0{,}31$, $\gamma_4 = 17{,}1$ (modele: A8, A7, B2 extins)
  1. Gradientul: pentru $g(\mu, \sigma^2) = \mu/\sigma$, calculați ∇g.
  2. Forma pătratică: $\sqrt{T}(\hat{\mu} - \mu, \hat{\sigma}^2 - \sigma^2) \to N(0, \Sigma)$, $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \mu_3 \\ \mu_3 & \mu_4 - \sigma^4 \end{pmatrix}$; calculați $\nabla g^\top \Sigma \nabla g$ și cazul Normal (Lo (2002)).
  3. Cazul Normal, anualizarea: cu $\mathrm{SR}_A = \sqrt{A}\,\mathrm{SR}_d$ și $T = AY$, arătați că $\mathrm{Var}(\widehat{\mathrm{SR}}_A) \approx (1 + \mathrm{SR}_A^2/(2A))/Y$ (aproximare pentru T mare, nu un rezultat exact în eșantion finit).
  4. SE asimptotică pentru SPY în trei feluri: Normal zilnic, general zilnic (cu γ_3, γ_4) și formula Normală cu $A = 1$, $\sqrt{(1 + \mathrm{SR}_A^2/2)/Y}$, ca și cum perioada ar fi observată prin randamente anuale; precizați ipoteza de eșantionare a fiecăruia.
- **De raportat**: deducțiile și cele trei SE; de ce eșantionarea mai frecventă decît lunară aduce un cîștig de precizie neglijabil?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetele 3–4: B6 extins [Propus]: schimbarea acțiuni–obligațiuni în prezența dependenței

Enunț

- randamente log zilnice S&P 500 – TLT pe zilele comune, ca în B6: 2010–2020 ($n_1 = 2\,769$) și 2022 – 18 sep. 2026 ($n_2 = 1\,182$)
- bootstrap-ul din B2 extins

1. Aplicați bootstrap staționar separat în fiecare perioadă (bloc 20, 2 000 de reeșantionări, `default_rng(42)`): recalculați $\hat{\rho}_2^* - \hat{\rho}_1^*$ pe fiecare pereche de reeșantionări.
2. Raportați intervalul percentil de 95% pentru $\rho_2 - \rho_1$ și reprezentați histograma variațiilor bootstrap, cu ambele intervale.
3. Comparați lățimea lui cu lățimea intervalului iid din B6 (cerința 6).

De raportat

- intervalul bootstrap, raportul lățimilor și histograma
- de ce este mai larg intervalul bootstrap?
- se menține concluzia din B6?

Pachetul 4: A11 [Propus]: corelația săptămînală mai mică decît cea zilnică

Enunț

- x_t = S&P 500, y_t = Bitcoin, randamente log zilnice pe zilele comune, 2022 – 18 sep. 2026, $n = 1\,182$
- $\gamma(j) = \mathrm{Cov}(x_t, y_{t-j})$
- σ_x, σ_y: abaterile standard zilnice
- $\rho_{x,j}$: autocorelația lui x la lagul j
- $\rho_{\mathbf{1}}$, $\rho_{\mathbf{5}}$: corelația randamentelor zilnice și a celor pe 5 zile (model: B6)

1. Pentru sumele X, Y a 5 randamente consecutive din zilele comune, desenați grila 5×5 a covarianțelor și arătați că $\mathrm{Cov}(X,Y) = 5\gamma(0) + \sum_{j=1}^{4}(5-j)[\gamma(j)+\gamma(-j)]$ și $\mathrm{Var}(X) = 5\sigma_x^2 f_x$, $f_x = 1 + 2\sum_{j=1}^{4}(1-j/5)\rho_{x,j}$; deci $\rho_{\mathbf{5}} = \{\rho_{\mathbf{1}} + \sum_{j=1}^{4}(5-j)[\gamma(j)+\gamma(-j)]/(5\sigma_x\sigma_y)\}/\sqrt{f_x f_y}$.
2. Verificați aproximarea $f_x = f_y = 1$: autocorelațiile proprii ale lui x și y la lagurile 1–4 și f_x, f_y.
3. Calculați termenul decalat, $\rho_{\mathbf{5}}$ implicat cu și fără $\sqrt{f_x f_y}$ și corelația sumelor pe 5 zile suprapuse.
4. Calculați corelația săptămînală pentru săptămîni ancorate luni, . . . , vineri, fiecare cu interval Fisher de 95%.
5. Raportați intervalul bootstrap comun, pe blocuri de săptămîni, pentru diferența zilnic minus săptămînal (secțiunea B6 extended din notebook).

De raportat: deducția și valorile de la cerințele 2–5; diferența 0,42 față de 0,30 provine din comportamentul piețelor sau din eșantionare? efectul Epps (1979) (corelația scade cînd intervalul randamentelor se scurtează) prevede semnul opus

înapoi Lista exercițiilor

Pachetul 4: A12 [Propus]: închideri asincrone

Enunț

- log-prețurile $X(s) = W(s) + U(s)$ (Bitcoin), $Y(s) = W(s) + V(s)$ (S&P 500), cu W, U, V mișcări browniene independente, cu ratele de varianță $\sigma_W^2, \sigma_U^2, \sigma_V^2$, $\rho = \sigma_W^2 / \sqrt{(\sigma_W^2 + \sigma_U^2)(\sigma_W^2 + \sigma_V^2)}$
- X se închide la momentele întregi t (24:00 UTC), Y cu o fracție δ de zi mai devreme (20:00 UTC vara, 21:00 iarna)

1. Desenați pe o axă a timpului intervalele acoperite de x_t, y_t și $y_{t+\mathbf{1}}$ și arătați că $\mathrm{Corr}(x_t, y_t) = \rho(1-\delta)$, $\mathrm{Corr}(x_t, y_{t+\mathbf{1}}) = \rho\delta$, iar celelalte corelații încrucișate sînt 0.
2. Deduceți că suma corelațiilor la lagurile -1, 0, $+1$ este ρ (Scholes & Williams (1977)).
3. Calculați δ vara și iarna și corelațiile implicate pentru $\rho = 0{,}45$.
4. Tabelați $\mathrm{Corr}(x_t, y_{t+j})$ observate, $j = -1, 0, 1$, pentru 2022–2026 și comparați.

De raportat: deducția și cele două tabele; este importantă distorsiunea produsă de închiderile asincrone pentru această pereche? Interpretați suma ca un indiciu, nu ca o dovadă

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetele 4–5: C2 [Propus]: efectul ETF-urilor spot asupra corelației Bitcoin–acțiuni

- **Enunț**
  - ETF-urile spot pe Bitcoin au început să se tranzacționeze în SUA pe 11 ian. 2024
  - s-a schimbat atunci corelația Bitcoin – S&P 500?
  - randamente log zilnice pe zilele comune, 2018 – 18 sep. 2026 (modele: B6, B2 extins)
  1. Corelațiile din 2018–2019, 2020–2021, 1 ian. 2022 – 10 ian. 2024 (înainte) și 11 ian. 2024 – 18 sep. 2026 (după), fiecare cu interval bootstrap staționar de 95% (bloc 20).
  2. Testați $H_0 : \rho_{\text{după}} - \rho_{\text{înainte}} = 0$ cu un interval bootstrap al diferenței; reprezentați corelația pe fereastră mobilă, cu data ETF-urilor.
  3. Extinderi pentru proiect (opțional): un activ contrafactual fără un eveniment ETF (argumentați de ce este comparabil), o căutare a datei de ruptură, alte calendare și ferestre.
- **De raportat**: un tabel perioadă / n / $\hat{\rho}$ / interval, diferența, un grafic, o limită; o afirmație cauzală necesită extinderile

înapoi Lista exercițiilor

Pachetele 4–5: B5 extins [Propus]: caracterul extrem al drawdown-ului din 2009

Enunț

- randamentele log zilnice ale S&P 500 r_t, 3 ian. 2000 – 18 sep. 2026, $n = 6\,717$
- MDD-ul observat și cea mai lungă perioadă sub maxim calculate la B5, în zile de tranzacționare (perioadele încă deschise se cenzurează în ultima zi)
- randamentele reeșantionate includ chiar criza din 2008–2009: rezultatul este un diagnostic, nu o prognoză

1. Construiți o traiectorie: reeșantionați n randamente, $\ln P_t = \ln P_{\mathbf{0}} + \sum_{s \le t} r_s^*$ (r_s^*: randamentele reeșantionate), calculați MDD-ul și cea mai lungă perioadă; reprezentați-o.
2. Repetați de 5 000 de ori cu bootstrap iid și de 5 000 de ori cu bootstrap staționar (bloc 20); sămînța 42.
3. Reprezentați ambele distribuții ale MDD și ale celei mai lungi perioade, cu valorile observate; raportați medianele, cuantilele din coada nefavorabilă (5% pentru MDD, 95% pentru perioadă) și ponderile din coadă $P(\mathrm{MDD}^* \le \mathrm{MDD}_{obs})$, $P(\text{perioada}^* \ge \text{perioada}_{obs})$.
4. Calculați $\hat{\rho}_{\mathbf{1}}$ și raportul variațelor (VR, *variance ratio*), $\widehat{\mathrm{VR}}(20) = \widehat{\mathrm{Var}}(r_t + \cdots + r_{t-\mathbf{19}})/(20\,\widehat{\mathrm{Var}}(r_t))$ din toate sumele pe 20 de zile suprapuse (împărțire la numărul de termeni -1, fără corecție de eșantion mic).

De raportat

- graficele și valorile de la cerința 3, $\hat{\rho}_{\mathbf{1}}$ și $\widehat{\mathrm{VR}}(20)$
- este MDD-ul observat extrem pentru această distribuție a randamentelor?

Randamentele anormale și suma lor cumulată

- **Randamentul anormal** (AR, *abnormal return*) dintr-un studiu de eveniment (*event study*): randamentul observat minus randamentul dat de modelul de referință.
- Aici AR nu este modelul autoregresiv AR(1) din A9.
- **Randamentul anormal cumulat** (CAR, *cumulative abnormal return*): suma randamentelor anormale pe fereastra evenimentului.
- Exemplu: randamentul observat este 2%, iar modelul de referință indică 0,5%: randamentul anormal este 1,5 puncte procentuale.
- Două randamente anormale de 1,5 și $-0{,}5$ puncte procentuale dau un CAR de 1 punct procentual.
- CAR măsoară abaterea cumulată față de model; interpretarea depinde de modelul și de fereastra alese.

Pachetul 6: B7 [Rezolvat]: studiu de eveniment, taxa bancară din decembrie 2018

- **Enunț**
  - cît a pierdut Banca Transilvania la taxa bancară, dincolo de mișcarea pieței?
  - taxa a fost anunțată în seara de 18 dec. 2018, deci ziua 0 este 19 dec. 2018
  - TLV (simbolul bursier al Băncii Transilvania, închidere ajustată) și indicele BET (închidere), randamente log zilnice
  - fereastra de estimare $[-250, -11]$ (18 dec. 2017 – 4 dec. 2018, $T = 240$), fereastra evenimentului $[0, +5]$ ($L = 6$)
  - metodologia: MacKinlay (1997)
  - erori iid cu distribuția Normală, independente de randamentul pieței, cu aceeași varianță σ_ε^2 în ambele ferestre și independente între ferestre
  1. Estimați prin metoda celor mai mici pătrate (OLS, *Ordinary Least Squares*) $r_{i,t} = a + b\, r_{m,t} + \varepsilon_t$: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{\sigma}_\varepsilon$, $\bar{r}_m$, $S_{mm} = \sum (r_{m,t} - \bar{r}_m)^2$.
  2. $AR_\tau = r_{i,\tau} - (\hat{a} + \hat{b}\, r_{m,\tau})$; tabel ziua, r_i, r_m, predicția, AR; $CAR[0, +5] = \sum_{\tau=0}^{5} AR_\tau$.
  3. Testați $AR_0 = 0$ și $CAR = 0$ cu variațele erorii de predicție $\hat{\sigma}_\varepsilon^2[1 + 1/T + (r_{m,0} - \bar{r}_m)^2 / S_{mm}]$ și $\hat{\sigma}_\varepsilon^2[L + L^2/T + (\sum_\tau r_{m,\tau} - L\bar{r}_m)^2 / S_{mm}]$; Student t cu $T - 2$ grade de libertate în ipotezele de mai sus.
- **De raportat**: estimările, tabelul AR, CAR, t și p; BET conține ambele bănci mari: ce efect are asupra lui $\hat{b}$ și a AR?
- **Rezolvare completă**: notebook-ul, secțiunea *B7*

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetul 6: B8 [Propus]: același eveniment, la BRD

- **Enunț**
  - evenimentul din B7 pentru BRD (închidere ajustată) față de indicele BET, aceleași ferestre
  - refolosiți funcția din B7, se schimbă doar simbolul

  1. Raportați $\hat{b}$, $\hat{\sigma}_\varepsilon$, tabelul AR și $CAR[0,+5]$ cu t și p.
  2. Construiți un tabel pentru cele două bănci: $AR_{\mathbf{0}}$, statistica t a erorii de predicție, CAR și statistica ei t.
  3. Reprezentați pe același grafic cele două traiectorii CAR, cu benzi de $\pm 1{,}96$ SE.
  4. Care bancă a fost mai afectată, relativ la volatilitatea ei? Folosiți t-ul erorii de predicție pentru $AR_{\mathbf{0}}$.

- **De raportat**: cele două tabele și graficul; revenirea poate însemna o reacție exagerată sau o politică parțial retrasă: ce informații datate ar deosebi cele două explicații?

înapoi Lista exercițiilor

Pachetul 6: B9 [Propus]: BET-TR în lei și în euro

- **Date**: indicele BET-TR (închidere) și cursul EUR/RON al BNR S_t (lei pentru un euro), prețuri aliniate pe zilele comune, 5 ian. 2015 – 18 sep. 2026 (model: conversia din B2 șase active)
  1. Convertiți: $P_t^{EUR} = P_t^{RON}/S_t$; calculați pas cu pas o dată (13 aug. 2025).
  2. Arătați că $r_t^{EUR} = r_t^{RON} - \Delta s_t$, cu $s_t = \ln S_t$.
  3. Calculați CAGR și volatilitatea (A observat) în lei și în euro, precum și corelația dintre r^{RON} și Δs.
  4. Reprezentați ambele traiectorii ale averii.
- **De raportat**: cele două CAGR, cele două volatilități, corelația, graficul; pentru un investitor în euro, deprecierea leului reduce randamentul, adaugă risc sau ambele?

înapoi Lista exercițiilor

Pachetul 6: B9 extins [Propus]: semnificația efectului valutar

- **Date**: datele din B9, $n = 2\,925$ de randamente pe zilele comune, $A = n/Y$ din prețurile aliniate de la B9 (modele: B2 extins, B7)
  1. Arătați că $\mathrm{Var}(r^{EUR}) = \mathrm{Var}(r^{RON}) + \mathrm{Var}(\Delta s) - 2\,\mathrm{Cov}(r^{RON}, \Delta s)$; raportați fiecare termen anualizat ($\times A$) în unități zecimale, apoi extrageți radicalul.
  2. Regresați r_t^{RON} pe o constantă și Δs_t cu erori standard HAC (robuste la heteroscedasticitate și autocorelație) Newey–West (Newey & West (1987), $L = 8$ laguri): panta, t, p; adăugați un interval bootstrap staționar de 95% pentru corelație.
  3. Estimați drift-ul log anual al leului, $A\times$ media lui Δs_t, cu SE HAC, t și intervalul de 95%.
  4. Arătați că $\ln(1 + \mathrm{CAGR}^{RON}) - \ln(1 + \mathrm{CAGR}^{EUR}) = \ln(S_{\mathbf{final}}/S_{\mathbf{inițial}})/Y$, adică drift-ul de la cerința 3.
- **De raportat**: termenii variației, regresia, drift-ul cu intervalul lui; ipoteza testată la cerința 3 este „drift log zero": se distinge de zero diferența dintre cele două CAGR-uri calculate la B9?

Pachetul 6: B1 extins [Propus]: filtrul Hampel standard

Enunț

- filtrul Hampel standard (Pearson, Neuvo, Astola & Gabbouj (2016)): fereastra $x_{k-K}, \ldots, x_{k+K}$ cu $K = 5$ (11 cotații)
- m_k = mediana ferestrei, $S_k = 1{,}4826 \times \text{mediana}_j\, |x_{k-j} - m_k|$
- x_k este marcată dacă $|x_k - m_k| > t\, S_k$
- primele și ultimele 5 cotații nu sînt testate
- date: EUR/RON BNR 2015–2026 (reper curat) și seria de piață din B1 audit complet, zilele lucrătoare

1. Calculați pas cu pas fereastra din jurul datei de 13 aug. 2025: m_k, abaterea absolută mediană (MAD), S_k și $|x_k - m_k|/S_k$; pentru ce t este marcată cotația?
2. Pe seria BNR: ponderea ferestrelor implozive ($S_k = 0$) și ponderea zilelor marcate pe grila $t = 0; 0{,}5; \ldots; 21$, cu un grafic; comparați cu cel mai mare $|x_k - m_k|/S_k$ pragul din Pearson, Neuvo, Astola & Gabbouj (2016) peste care nicio cotație nu mai poate fi marcată.
3. Pe seria de piață, aplicați $t = 2$ și $t = 5$: marcările, suprapunerea cu cele 11 marcări și 9 erori din B1 audit complet, volatilitatea după eliminarea marcărilor.

De raportat

- fereastra calculată, cele două ponderi cu graficul, marcările și volatilitatea
- de ce MAD și de ce 1,4826?
- ce se întîmplă într-o fereastră implozivă?
- poate un prag să înlocuiască verificarea cu BNR din B1 audit complet?

Pachetul 7: B10 [Propus]: creșterea stablecoin-urilor

- **Date**: DefiLlama, valoarea zilnică totală în circulație a stablecoin-urilor legate de USD, în mld. USD (împărțită la 10^9), 31 dec. 2019 – 18 sep. 2026 (modele: A2–A3, B2)
  1. Extrageți valorile de la sfîrșitul anilor 2019–2025 și creșterea pe an calendaristic; raportați separat 2026, creșterea de la începutul anului pînă pe 18 sep.
  2. Găsiți maximul din 2022 și minimul următor pînă la sfîrșitul lui 2023, cu datele lor, și variația de la maxim la minim.
  3. Calculați CAGR între 1 ian. 2020 și 18 sep. 2026 cu valorile exacte de capăt.
  4. Reprezentați seria cu valorile de sfîrșit de an.
- **De raportat**: tabelul de sfîrșit de an, maximul, minimul și variația, CAGR, graficul; oferta este o valoare în USD aflată în circulație, nu un preț: poate scădea fără ca vreun token să fie ars?

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetul 7: B10 extins [Propus]: efectul crahului Terra asupra regimului de creștere

Enunț

- creșterea logaritmică zilnică $g_t = \Delta \ln(\text{oferta}_t)$, 2 ian. 2020 – 18 sep. 2026, $n = 2\,452$
- crahul Terra pe 9 mai 2022 (model: regresia OLS și testul t din B7)

1. Dată cunoscută (Chow (1960)): $g_t = a + b\,D_t + e_t$, $D_t = 1\{t \geq 9 \text{ mai } 2022\}$, SE HAC (Newey & West (1987), $L = 8$ laguri); a: creșterea zilnică înainte de dată, b: modificarea ei după; raportați a, b (anualizate $\times 365$) și t.
2. Dată necunoscută (Andrews (1993)): statistica Wald HAC $(\hat{b}/\,\mathrm{SE}_{\mathrm{HAC}}(\hat{b}))^2$ pentru fiecare dată candidată din zona centrală de 70% (3 ian. 2021 – 15 sep. 2025); comparați maximul ei cu 8,85, valoarea critică de 5% pentru această trunchiere.
3. Data prin cele mai mici pătrate: data care minimizează suma pătratelor reziduurilor (SSR, *sum of squared residuals*); reprezentați profilurile Wald și SSR.
4. Verificați varianța reziduurilor înainte și după dată și precizați dacă intervalul pentru data rupturii din Bai (1997), care presupune aceeași distribuție a erorilor în ambele regimuri, poate fi raportat.

De raportat

- a, b, t, cele două date și profilurile
- a început încetinirea odată cu Terra?
- ruptura este în nivelul sau în drift-ul ofertei?

Pachetul 8: C3 [Propus]: investițiile pasive și elasticitatea cererii (1/2)

Enunț

- rămîne valabilă rata de transmitere de o treime din Haddad, Huebner & Loualiche (2025) (studiul de caz din Capitolul 0) dacă se schimbă identitatea celor care trec la administrare pasivă?
- acțiunea k, investitorul activ i
- w_{ik} = acțiunile deținute de i ca fracție din toate acțiunile lui k
- ponderea activă $\alpha_k = \sum_i w_{ik}$
- elasticitatea proprie $\bar{\mathcal{E}}_{ik}$
- χ: intensitatea răspunsului strategic la elasticitatea celorlalți investitori din acțiune (estimarea din Haddad, Huebner & Loualiche (2025)): $\chi = 2{,}97$)
- elasticitatea agregată $\mathcal{E}_{agg,k} = \sum_i w_{ik}\, \bar{\mathcal{E}}_{ik}/(1+\chi\alpha_k)$

1. Doi investitori, $w_{\mathbf{1}} = 0{,}4$ cu $\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{1}} = 1$, $w_{\mathbf{2}} = 0{,}3$ cu $\bar{\mathcal{E}}_{\mathbf{2}} = 3$, $\chi = 2{,}97$; α scade de la 0,70 la 0,60 (trec la administrare pasivă 0,1 din toate acțiunile): calculați $\mathcal{E}_{agg}$ înainte și după trecere, cînd ambii reduc proporțional, cînd trece investitorul 2 (elastic), cînd trece investitorul 1.
2. Comparați fiecare $\Delta \log \mathcal{E}_{agg}/\Delta \log \alpha$ cu $1/(1+\chi\alpha) = 0{,}325$ la ponderea inițială $\alpha = 0{,}70$ (exemplu ipotetic, distinct de media în timp 0,68 din Haddad, Huebner & Loualiche (2025)).
3. FRED `BOGZ1LM563064100Q` (acțiunile deținute de ETF-uri) raportat la `BOGZ1LM893064105Q` (toate sectoarele), trim. I 2001 – trim. II 2026: ponderea ETF-urilor în trim. I 2001, trim. IV 2020, trim. II 2026 și variațiile implicate, cu 81% activi și rata de transmitere 0,33. Explicați de ce ponderea ETF-urilor nu este ponderea pasivă din Haddad, Huebner & Loualiche (2025): include fonduri active și exclude fondurile mutuale index.

Înapoi Lista exercițiilor

Pachetul 8: C3 [Propus]: investițiile pasive și elasticitatea cererii (2/2)

4. Simulare (cod de pornire în notebook, `numpy.random.default_rng(seed)`): 2 000 de acțiuni, $\alpha_k \sim U(0{,}55; 0{,}85)$; 40 de investitori activi pe acțiune, cu $w_{ik} = \alpha_k \times$ ponderi cu distribuția Dirichlet$(1, \ldots, 1)$, uniformă pe simplexul de dimensiune 40; $\bar{\mathcal{E}}_{ik}$ log-Normal cu mediana 1,6 și abaterea standard a logaritmului 0,6; $\chi = 2{,}97$.
5. În fiecare acțiune, o fracție $f_k \sim U(0; 0{,}2)$ din α_k trece la administrare pasivă după trei reguli: toți proporțional; întîi cei mai elastici; întîi cei mai puțin elastici (dețineri întregi, în ordine, ultima parțial, pînă la $f_k \alpha_k$).
6. Regresați $\Delta \log \mathcal{E}_{agg,k}$ pe o constantă și $\Delta \log \alpha_k$, ca în Haddad, Huebner & Loualiche (2025).
7. Repetați pentru semințele 1–10, cu aceleași extrageri pentru toate regulile, și pentru $\chi = 0$.

⊡ **De raportat**

- ponderile ETF și variațiile implicate; un tabel al pantelor (media, minimul, maximul pe semințe; variabilitatea simulării, nu un interval de încredere de eșantionare) lîngă media lui $1/(1 + \chi\alpha_k)$
- de ce panta este o treime doar cînd cei care trec sînt reprezentativi?
- Haddad, Huebner & Loualiche (2025) atribuie creșterii investițiilor pasive o scădere de circa 11% a elasticității agregate: cum se interpretează această valoare dacă au trecut primii cei mai elastici investitori?

Bibliografie (1/2)

- Andrews, D.W.K. (1993). Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. *Econometrica*, 61(4), 821–856.
- Bai, J. (1997). Estimation of a change point in multiple regression models. *Review of Economics and Statistics*, 79(4), 551–563.
- Boehmer, E., Musumeci, J., Poulsen, A.B. (1991). Event-study methodology under conditions of event-induced variance. *Journal of Financial Economics*, 30(2), 253–272.
- Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*, cap. 4 al cărții, Event-Study Analysis. Princeton University Press.
- Chow, G.C. (1960). Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*, 28(3), 591–605.
- Epps, T.W. (1979). Comovements in stock prices in the very short run. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 291–298.
- Fisher, R.A. (1915). Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population. *Biometrika*, 10(4), 507–521.
- Forbes, K.J., Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets: An Introduction* (ed. a 5-a). Springer.
- Haddad, V., Huebner, P., Loualiche, E. (2025). How competitive is the stock market? Theory, evidence from portfolios, and implications for the rise of passive investing. *American Economic Review*, 115(3), 975–1018.

Bibliografie (2/2)

- Härdle, W.K., Harvey, C.R., Reule, R.C.G. (2020). Understanding cryptocurrencies. *Journal of Financial Econometrics*, 18(2), 181–208.
- Koijen, R.S.J., Yogo, M. (2019). A demand system approach to asset pricing. *Journal of Political Economy*, 127(4), 1475–1515.
- Lo, A.W. (2002). The statistics of Sharpe ratios. *Financial Analysts Journal*, 58(4), 36–52.
- MacKinlay, A.C. (1997). Event studies in economics and finance. *Journal of Economic Literature*, 35(1), 13–39.
- Newey, W.K., West, K.D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703–708.
- Opdyke, J.D. (2007). Comparing Sharpe ratios: so where are the p-values? *Journal of Asset Management*, 8(5), 308–336.
- Pearson, R.K., Neuvo, Y., Astola, J., Gabbouj, M. (2016). Generalized Hampel filters. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2016, articolul 87.
- Politis, D.N., Romano, J.P. (1994). The stationary bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, 89(428), 1303–1313.
- Scholes, M., Williams, J. (1977). Estimating betas from nonsynchronous data. *Journal of Financial Economics*, 5(3), 309–327.
- Date publice: FRED, cursurile de referință BNR, DefiLlama
- Cod și date: github.com/danpele/MFM

Acronime folosite în acest material

- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **AR**: AutoRegressive (model); in event studies: Abnormal Return — *model autoregresiv; în studiile de eveniment: randament anormal*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BET-TR**: BET Total Return (index) — *indicele BET cu dividendele reinvestite*
- **BNR**: Banca Națională a României
- **CAGR**: Compound Annual Growth Rate — *rata anuală compusă de creștere*
- **CAR**: Cumulative Abnormal Return — *randamentul anormal cumulat*
- **ETF**: Exchange-Traded Fund — *fond tranzacționat la bursă*
- **FRED**: Federal Reserve Economic Data — *baza de date economice a Rezervei Federale (St. Louis)*
- **FX**: Foreign eXchange — *piața valutară*
- **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent (standard errors) — *erori standard robuste la heteroscedasticitate și autocorelație*
- **MAD**: Median Absolute Deviation — *abaterea absolută mediană*
- **MDD**: Maximum DrawDown — *drawdown-ul maxim*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **SE**: Standard Error — *eroare standard*
- **SR**: Sharpe Ratio — *raportul Sharpe*
- **SSR**: Sum of Squared Residuals — *suma pătratelor reziduurilor*
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **UTC**: Coordinated Universal Time (Temps Universel Coordonné) — *timpul universal coordonat*
- **VR**: Variance Ratio — *variance ratio-ul*