

Modelarea piețelor financiare

Seminarul 17: Bule și crahuri — aplicații



Daniel Traian PELE
Drd. Antoaneta Amza, antoaneta.amza@csie.ase.ro

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Acronime folosite în acest material (1/2)

- **ADF**: Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat*
- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **AIC**: Akaike Information Criterion — *criteriul informațional Akaike*
- **AR**: AutoRegressive (model); in event studies: Abnormal Return — *model autoregresiv; în studiile de eveniment: randament anormal*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BET-FI**: BET Financial Investment companies index — *indicele BVB al societăților de investiții financiare*
- **BIC**: Bayesian Information Criterion — *criteriul informațional bayesian*
- **BSADF**: Backward Sup Augmented Dickey–Fuller (statistic) — *statistica Dickey–Fuller augmentată supremă, calculată înapoi de la fiecare dată*
- **CI**: Confidence Interval — *interval de încredere*
- **EDGAR**: Electronic Data Gathering, Analysis, and Retrieval (SEC filings database) — *baza de date a raportărilor depuse la SEC*
- **EM**: Expectation-Maximisation (algorithm) — *algoritmul expectation–maximization: pasul E (media condiționată) și pasul M (maximizarea)*
- **FCLT**: Functional Central Limit Theorem — *teorema limită centrală funcțională*
- **FRED**: Federal Reserve Economic Data — *baza de date economice a Rezervei Federale (St. Louis)*

Acronime folosite în acest material (2/2)

- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity — *heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată*
- **GSADF**: Generalised Sup Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat suprem generalizat*
- **JLS**: Johansen–Ledoit–Sornette (model) — *modelul Johansen–Ledoit–Sornette*
- **LPPL**: Log-Periodic Power Law — *legea de putere log-periodică*
- **LPPLS**: Log-Periodic Power Law Singularity (model) — *modelul singularității de tip lege de putere log-periodică*
- **LR**: Likelihood Ratio (test) — *testul raportului de verosimilitate*
- **MC**: Monte Carlo (simulation) — *simulare Monte Carlo*
- **NVIDIA**: NVIDIA Corporation (company name, US chip designer) — *NVIDIA Corporation (nume de companie, proiectant american de cipuri)*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **PSY**: Phillips–Shi–Yu (bubble test and date-stamping procedure) — *procedura Phillips–Shi–Yu de testare și datare a bulelor*
- **PWY**: Phillips–Wu–Yu (bubble test and date-stamping procedure) — *procedura Phillips–Wu–Yu de testare și datare a bulelor*
- **SADF**: Sup Augmented Dickey–Fuller (test) — *testul Dickey–Fuller augmentat suprem*
- **SE**: Standard Error — *eroare standard*
- **SEC**: Securities and Exchange Commission — *Comisia americană pentru valori mobiliare*
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **US**: United States — *Statele Unite ale Americii*

Cum deosebim o bulă de o creștere a prețului?

- Întrebările seminarului
  - **a crescut un preț mai repede decît permite un mers aleator?**
  - **de cînd?**
  - **cît de siguri putem fi?**
- Livrabile
  - propriile răspunsuri la A1 și A2, înainte de a deschide rezolvările
  - o figură și un tabel pentru fiecare exercițiu B
  - codul de inteligență artificială (AI) corectat în C1
  - o propoziție de interpretare pentru fiecare exercițiu
- Manualul: Franke, Härdle & Hafner (2019)
- Notebook-ul de azi: deschideți notebook-ul seminarului în Colab
  - fiecare cerință indică secțiunea din notebook

Ce serii și unități folosim?

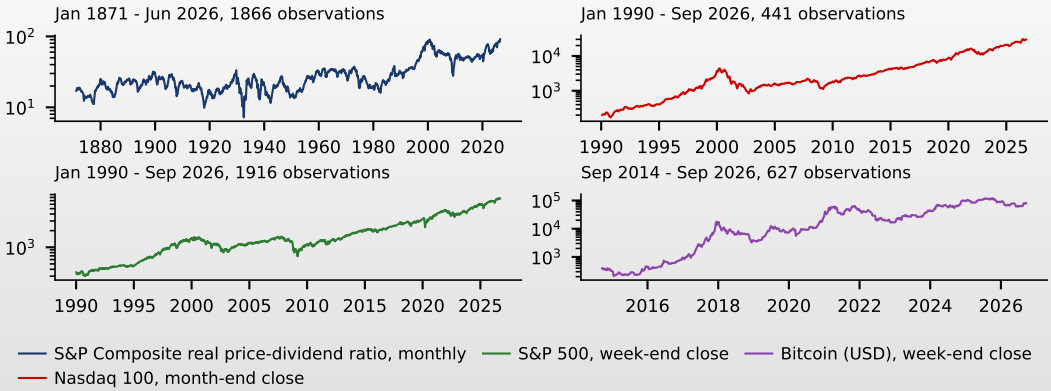
- US înseamnă United States (SUA), iar USD este dolarul american. S&P înseamnă Standard & Poor's; S&P Composite și S&P 500 sînt serii distincte de indici bursieri, cu acoperire diferită.
- BET înseamnă Bucharest Exchange Trading index, indicele de referință al Bursei de Valori București. BET-FI (*BET Financial Investment companies index*) este indicele societăților de investiții financiare din aceeași familie. Descriu grupuri diferite de emitenți români; un episod dintr-un indice nu este automat un episod din celălalt.
- FRED înseamnă Federal Reserve Economic Data. Codurile seriilor identifică indicele prețurilor locuințelor și vînzările de case noi din SUA în tabelul următor; linkurile duc la definițiile lor.
- Testele de bulă folosesc mai jos logaritmul prețului sau al raportului preț-dividend. Modelul de regim folosește randamente logaritmice săptămînale exprimate procentual. Un nivel persistent și un randament volatil răspund unor întrebări diferite.

Datele folosite

Seria	Sursa, prețul folosit	Frecvența, perioada	Folosită în
S&P Composite, preț și dividend reale	Robert J. Shiller, shillerdata.com	lunar, ian. 1871–iun. 2026	B1, C1
S&P 500	datele cursului: închiderea zilnică	săptămînal și lunar, 1990–2026	B4, B10
Nasdaq 100	datele cursului: închiderea zilnică	zilnic, săptămînal, lunar, 1990–2026	B7, B10, C2
Bitcoin	datele cursului: închiderea zilnică în USD	săptămînal, zilnic, 2014–2026	B2, B3, B6
BET, BET-FI	datele cursului: închiderea zilnică	lunar, săptămînal, 1997–2026	B5
NVIDIA, Cisco	datele cursului: închiderea zilnică ajustată pentru dividende și divizări	zilnic, săptămînal, lunar	C2
Prețurile locuințelor și vînzările de case noi din SUA	FRED `CSUSHPINSA`, `HSN1FNSA`	lunar, 1990–2011	C3

- Prețurile zilnice din datele cursului, cîte o serie pe activ (cîmpul folosit: close / adjusted close), pînă la 18 septembrie 2026
- Seriile săptămînale și lunare: ultima închidere a săptămînii sau a lunii; testele folosesc logaritmul nivelurilor $y_t = \ln P_t$ (sau $\ln(P_t/D_t)$)

Pregătire: rulați și verificați (1/2)



MFM_ch17_seminar

Pregătire: rulați și verificați (2/2)

```
# secţiunea „Date” a notebook-ului defineşte
# price(name, freq, start) şi shiller()
pd_ratio = shiller()['PD']          # lunar
ndx = price('ndx', 'M')             # sfîrşit de lună
spx = price('sp500', 'W', '1990-01-01')
btc = price('btc', 'W')             # sfîrşit de săptămînă
for x in (pd_ratio, ndx, spx, btc):
    print(len(x), x.index[0].date(),
          x.index[-1].date())
```

- Rezultat așteptat: 1 866 (P/D, ian. 1871–iun. 2026), 441 (Nasdaq 100), 1 916 (S&P 500), 627 (Bitcoin)
- Dacă un număr diferă, opriți-vă și verificați numele, frecvența și data de început

MFM_ch17_seminar

Valoarea fundamentală și bula

- Detalii: Capitolul 17
- **Ecuația de preț**: cu un randament cerut constant r, prețul de azi este valoarea actualizată a cîștigului așteptat de mîine

$$P_t = \frac{\mathbb{E}_t[P_{t+\mathbf{1}} + D_{t+\mathbf{1}}]}{1+r}$$

  - P_t: prețul la sfîrșitul perioadei t; $D_{t+\mathbf{1}}$: dividendul plătit în perioada $t+1$; $\mathbb{E}_t$: media condiționată de informația de la t
- **Valoarea fundamentală**: valoarea prezentă a dividendelor așteptate; valoarea Gordon dacă dividendele cresc cu rata $g < r$

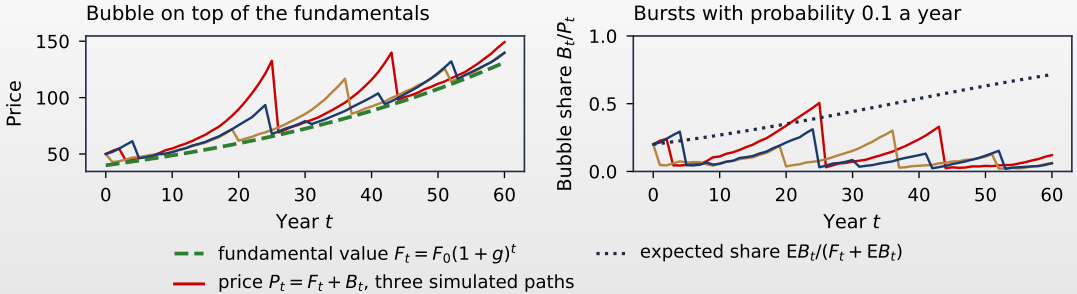
$$F_t = \sum_{i \geq \mathbf{1}} \frac{\mathbb{E}_t D_{t+i}}{(1+r)^i}, \qquad F = \frac{D_{\mathbf{1}}}{r-g}$$

- **Bula** Blanchard & Watson (1982): partea prețului neexplicată de dividende

$$B_t = P_t - F_t, \qquad \mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = (1+r)\, B_t$$

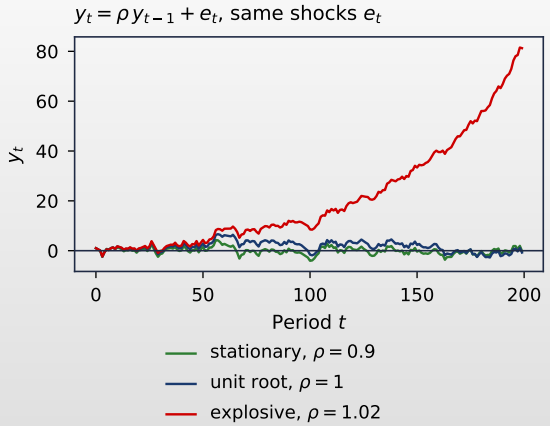
  - Ecuația de preț permite $B_t \neq 0$ doar dacă bula crește, în medie, cu rata r (deducție în A1)

O bulă urmată de crah



- Modelul bulei Blanchard & Watson (1982): supraviețuiește cu probabilitatea π și atunci crește mai repede, pentru a compensa riscul de prăbușire
  - $B_{t+\mathbf{1}} = \frac{\mathbf{1}+r}{\pi} B_t + \varepsilon_{t+\mathbf{1}}$ cu probabilitatea π, altfel valoarea sa este egală cu șocul; în medie $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = (1+r)B_t$; aici $\pi = 0{,}9$, $B_{\mathbf{0}} = 10$, $F_{\mathbf{0}} = 40$
  - Repornirile pozitive repetate din ilustrație folosesc varianta Evans din A4. Cu șocuri aditive nule, modelul simplu rămîne la zero după primul crah; ferestrele mobile (*rolling*) separă creșterea de colaps

Rădăcini staționare, unitare și explozive



- **Model autoregresiv, AR(1)**, pentru logaritmul prețului sau al raportului preț/dividend y_t

$$y_t = \rho y_{t-1} + e_t$$

  - e_t: șoc cu media 0; ρ: rădăcina
- Trei cazuri (aceleași șocuri în grafic)
  - $|\rho| < 1$: staționar, șocurile se sting
  - $\rho = 1$: rădăcină unitară (mers aleator), șocurile persistă
  - $\rho > 1$: exploziv, fiecare creștere o alimentează pe următoarea: semnătura unei bule
- O bulă durează o perioadă: testăm $\rho > 1$ pe ferestre, nu pe întregul eșantion

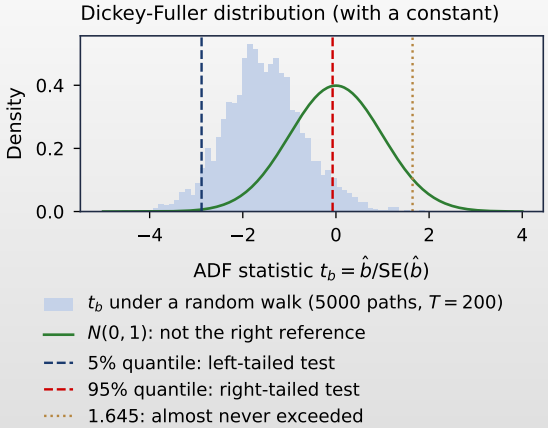
Regresia ADF și coada dreaptă

- **Regresia Dickey–Fuller augmentată** (ADF, *Augmented Dickey–Fuller*) pe o fereastră, cu termen liber, fără laguri

$$\Delta y_t = a + b\, y_{t-\mathbf{1}} + e_t, \qquad t_b = \frac{\hat{b}}{\mathrm{SE}(\hat{b})}$$

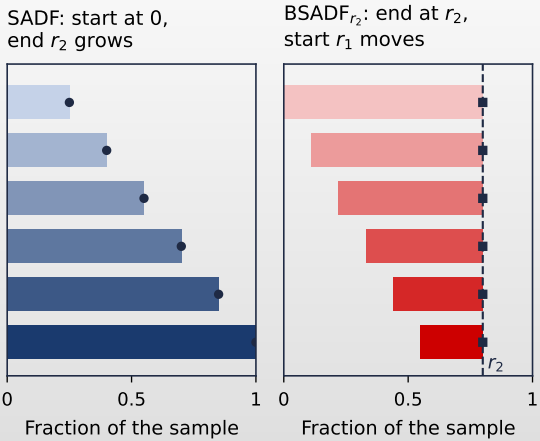
  - $\Delta y_t = y_t - y_{t-\mathbf{1}}$; $b = \rho - 1$; a: termenul liber; $\mathrm{SE}(\hat{b})$: eroarea standard (SE, *standard error*) a estimării $\hat{b}$ prin metoda celor mai mici pătrate (OLS, *ordinary least squares*)
- **Două direcții** ale aceluiași test
  - Testul obișnuit (stînga): $H_{\mathbf{0}}\colon b = 0$ față de $H_{\mathbf{1}}\colon b < 0$ (staționaritate)
  - Testul de bulă (dreapta): $H_{\mathbf{0}}\colon b = 0$ față de $H_{\mathbf{1}}\colon b > 0$ (explozivitate); respingem pentru t_b **mare**
- **Distribuția de referință**: sub $H_{\mathbf{0}}$, t_b nu are distribuția $N(0,1)$
  - Distribuția Dickey–Fuller, deplasată spre stînga: valorile critice provin din mersuri aleatoare simulate (slide-ul următor)

Unde respinge testul pe coada dreaptă



- 5 000 de mersuri aleatoare simulate, $T = 200$; ADF cu termen liber pe fiecare
- Aproape toată distribuția se află la stînga lui 0
  - Termenul liber estimat absoarbe o parte din mers și împinge $\hat{b}$ în jos
- Cu valoarea critică Normală 1,645, testul pe coada dreaptă este puternic conservator sub ipoteza nulă și poate pierde putere în eșantioane finite

SADF, GSADF și BSADF



- $\mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2}$: t_b pe fereastra de la fracția r_1 la fracția r_2 a eșantionului Phillips, Shi & Yu (2015a)
- Statistici supremum pe ferestre de cel puțin r_0: ADF suprem (SADF), SADF calculat înapoi (BSADF, *backward*), SADF generalizat (GSADF)

$$\mathrm{SADF} = \sup_{r_2 \geq r_0} \mathrm{ADF}_0^{r_2}, \qquad \mathrm{GSADF} = \sup_{r_2 \geq r_0} \mathrm{BSADF}_{r_2}$$

$$\mathrm{BSADF}_{r_2} = \sup_{0 \leq r_1 \leq r_2 - r_0} \mathrm{ADF}_{r_1}^{r_2}$$

- SADF: început fix (stînga); BSADF: sfîrșit fix la r_2, începutul se mută (dreapta); GSADF: se mută ambele
- BSADF folosește doar date pînă la r_2: poate data un episod în timp real

Regulile ferestrelor și episoadele

- **Fereastra minimă** Phillips, Shi & Yu (2015a), ca fracție din cele T variații și în observații

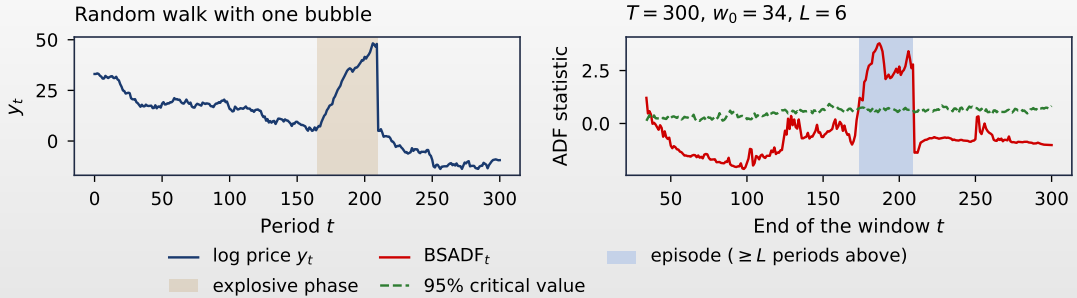
$$r_0 = 0{,}01 + \frac{1{,}8}{\sqrt{T}}, \qquad w_0 = \lfloor r_0 T \rfloor$$

  - $\lfloor \cdot \rfloor$: rotunjire în jos; $T = 600$ de luni: $r_0 = 0{,}01 + 1{,}8/\sqrt{600} = 0{,}083$, $w_0 = 50$ de luni
- **Episod**: BSADF_t peste valoarea critică punctuală de 95% cel puțin L perioade consecutive

$$L = \lceil \ln T \rceil$$

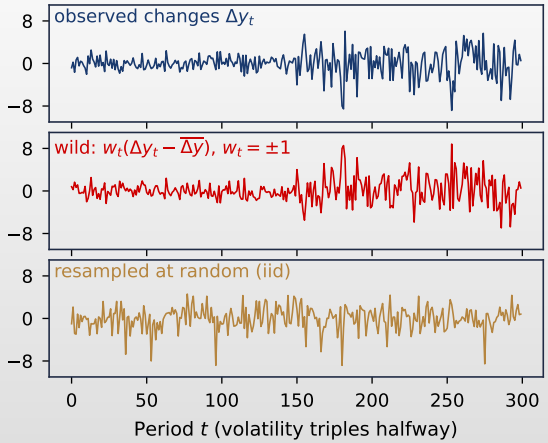
  - $\lceil \cdot \rceil$: rotunjire în sus; $T = 600$: $\ln 600 = 6{,}40$, deci $L = 7$ luni; secvențele mai scurte nu sînt episoade
  - Începutul este datat retrospectiv, episodul este **confirmat** cu $L - 1$ perioade mai tîrziu; **creștere** sau **scădere**: semnul variației prețului pe episod

Datarea unei bule simulate



- Stînga: un mers aleator cu o fază explozivă ($\rho = 1{,}04$), urmată de prăbușire; dreapta: BSADF_t și valoarea critică de 95% din 300 de mersuri simulate
- Aici $T = 300$, deci $L = \lceil \ln 300 \rceil = 6$ (nu 7, ca pentru $T = 600$); episodul este datat de la prima perioadă a unei secvențe de cel puțin L depășiri; după prăbușire, BSADF scade imediat

Valori critice: Monte Carlo și wild bootstrap



- **Monte Carlo (MC)**: simulăm mersuri aleatoare cu același T
  - $y_t = T^{-1} + y_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$; recalculăm BSADF și GSADF; cuantilele de 95%
  - Presupune volatilitate constantă
- **Wild bootstrap** Harvey et al. (2016): păstrăm fiecare variație observată și îi schimbăm aleator semnul

$$y_t^* = y_{t-1}^* + w_t\,(\Delta y_t - \overline{\Delta y}), \quad w_t = \pm 1$$

  - w_t: independente, fiecare semn cu probabilitatea $\frac{1}{2}$; $\overline{\Delta y}$: variația medie
  - Variațiile mari rămîn unde au apărut (graficul): valorile critice urmează volatilitatea

Regimuri: modelul Markov-switching

- **Două regimuri** Hamilton (1989): randamentele logaritmice săptămînale sînt exprimate procentual; media și volatilitatea depind de o stare neobservată s_t

$$r_t = \mu_{s_t} + \sigma_{s_t}\varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim N(0,1), \qquad s_t \in \{1,2\}$$

  - $s_t = 1$: calm, $s_t = 2$: turbulent; μ_i, σ_i: media și volatilitatea regimului i

- **Lanțul Markov**: probabilitățile de tranziție, duratele așteptate și probabilitățile staționare

$$p_{ij} = P(s_t = j \mid s_{t-\mathbf{1}} = i), \qquad \mathbb{E}[\text{durata}_i] = \frac{1}{1-p_{ii}}, \qquad \pi_{\mathbf{2}} = \frac{p_{\mathbf{12}}}{p_{\mathbf{12}} + p_{\mathbf{21}}}$$

  - $p_{\mathbf{11}} = 0{,}98$: în medie 50 de perioade; $\pi_{\mathbf{2}}$: ponderea de termen lung a timpului petrecut în regimul 2, $\pi_{\mathbf{1}} = 1 - \pi_{\mathbf{2}}$

- **Momentele necondiționate** (legea variației totale)

$$\mathbb{E}r = \sum_i \pi_i \mu_i, \qquad \mathrm{Var}(r) = \sum_i \pi_i \sigma_i^{\mathbf{2}} + \sum_i \pi_i (\mu_i - \mathbb{E}r)^{\mathbf{2}}$$

  - Media variațiilor din regimuri plus varianța mediilor regimurilor

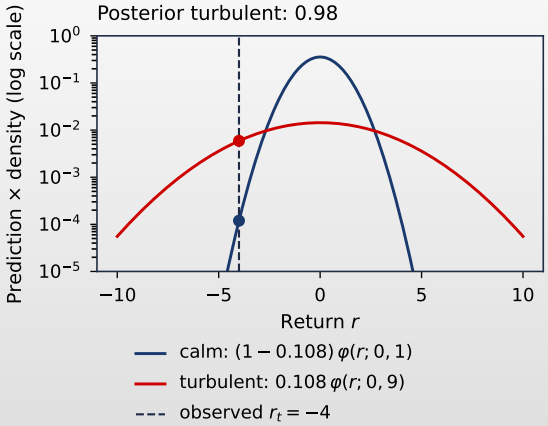
Filtrul Hamilton

- **Filtrul Hamilton** = regula lui Bayes în fiecare perioadă; $P_{t-\mathbf{1}}(i)$: probabilitatea filtrată a regimului i, dată fiind informația până la $t-1$
- **Predicția**, apoi **actualizarea** cu densitatea Normală $\varphi(r_t; \mu_j, \sigma_j^{\mathbf{2}})$

$$\hat{P}_t(j) = \sum_i P_{t-\mathbf{1}}(i)\, p_{ij}, \qquad P_t(j) = \frac{\hat{P}_t(j)\, \varphi(r_t; \mu_j, \sigma_j^{\mathbf{2}})}{\sum_k \hat{P}_t(k)\, \varphi(r_t; \mu_k, \sigma_k^{\mathbf{2}})}$$

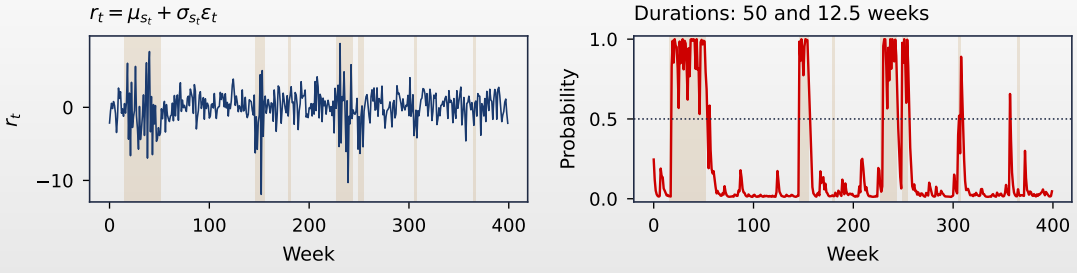
  - Numitorul este densitatea lui r_t condiționată de trecut; suma logaritmilor lui este log-verosimilitatea $\hat{\ell}$, maximizată după parametri
- Probabilitatea **filtrată** și cea **netezită**
  - Filtrată: datele până la t (utilizabilă în timp real); netezită: întregul eșantion (retrospectiv)
- **Teste** (B4)
  - $t = \hat{\mu}_{\mathbf{2}}/\mathrm{SE}(\hat{\mu}_{\mathbf{2}})$, comparat cu 1,96; raportul de verosimilitate (LR, *likelihood ratio*): $\mathrm{LR} = 2(\hat{\ell}_{\mathbf{2}} - \hat{\ell}_{\mathbf{1}})$, două regimuri față de unul ($\hat{\ell}_{\mathbf{1}}$, $\hat{\ell}_{\mathbf{2}}$: log-verosimilitățile maximizate)
  - Cu un singur regim, p_{ij} nu sînt identificate: LR nu are distribuția $\chi^{\mathbf{2}}$, folosim un bootstrap parametric

Un pas al filtrului în cifre



- Datele: $P_{t-\mathbf{1}}(2)=0{,}10$, $p_{\mathbf{11}}=0{,}98$, $p_{\mathbf{22}}=0{,}90$; $r_t=-4$, cu $\sigma_{\mathbf{1}}=1$, $\sigma_{\mathbf{2}}=3$ și medii zero
- Graficul (scară logaritmică): probabilitatea prezisă a fiecărui regim înmulțită cu densitatea lui
- Întrebare pentru sală: de la 0,10, cît mută o singură pierdere de 4% probabilitatea regimului turbulent?
  - Răspuns: la 0,98; densitatea calmă în -4 este de circa 400 de ori mai mică

Regimurile într-o simulare



- Randamente săptămînale simulate: calm $\mu_1 = 0{,}3$, $\sigma_1 = 1{,}5$; turbulent $\mu_2 = -0{,}5$, $\sigma_2 = 4$; $p_{11} = 0{,}98$, $p_{22} = 0{,}92$
- Probabilitatea filtrată (dreapta, cu parametrii adevărați) crește în cîteva săptămîni după începutul fiecărei perioade turbulente; săptămînile mari izolate dau alarme false scurte

LPPLS: crahul ca moment critic

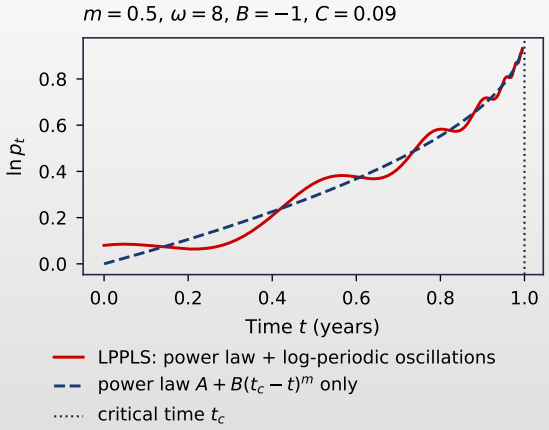
- Modelul singularității de tip lege de putere log-periodică (LPPLS, *Log-Periodic Power Law Singularity*), ideea din Johansen, Ledoit & Sornette (2000): comportamentul de turmă face prețul să accelereze mai repede decît exponențial, cu oscilații tot mai rapide

$$\ln p_t = A + B(t_c - t)^m + (t_c - t)^m \left[C_1 \cos(\omega \ln(t_c - t)) + C_2 \sin(\omega \ln(t_c - t))\right]$$

  - t_c: **momentul critic**, sfîrșitul cel mai probabil al regimului de bulă, nu data unui crah; A: logaritmul prețului la t_c
  - $B < 0$, $0 < m < 1$: panta $-mB(t_c - t)^{m-1}$ crește nelimitat cînd $t \to t_c$
  - ω: frecvența unghiulară a oscilațiilor log-periodice; C_1, C_2: amplitudinile lor, $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$

- **Ajustarea** Filimonov & Sornette (2013)
  - Pentru (t_c, m, ω) fixați, modelul este liniar în (A, B, C_1, C_2), estimați prin OLS; o căutare numerică acoperă cei trei parametri neliniari

Traiectoria LPPLS și ajustările calificate



- Graficul: legea de putere singură (linia întreruptă) accelerează spre t_c; oscilațiile din jurul ei devin tot mai rapide în timp calendaristic. Curba ilustrativă nu trece filtrul de amortizare ($D \approx 0{,}69 < 1$, condiția de mai jos), deci nu este o ajustare calificată de bulă
- Ajustare **calificată**: parametrii în limitele filtrului din Shu & Zhu (2020a)
  - De ex. $B < 0$, $m \in [0{,}01; 0{,}99]$, $\omega \in [2; 25]$, oscilațiile $O = \frac{\omega}{\pi} \ln \frac{t_c - t_1}{t_c - t_2} \geq 2{,}5$, amortizarea $D = \frac{m|B|}{\omega|C|} \geq 1$
  - $[t_1, t_2]$: fereastra de estimare
- **Ajustare la margine**: m sau ω la limita spațiului de căutare
  - Nu este un optim interior: datele nu determină parametrul
  - $\hat{t}_c$ se mută cînd se schimbă începutul ferestrei (B3)

Instrumente pentru exercițiile de extindere

- **Rădăcină ușor explozivă** Phillips & Magdalinos (2007) (A5): $\rho_T = 1 + c/k_T$, $c > 0$, $k_T \to \infty$, $k_T/T \to 0$
  - Rădăcina tinde la 1 mai lent decît $1/T$
- **Algoritmul EM** (*expectation–maximisation*) Hamilton (1990) (A6): pasul E calculează probabilitățile netezite ξ_{tj}, iar pasul M reestimează, date acestea, parametrii fiecărui regim
- **Numărul de regimuri**: criteriile informaționale Akaike (AIC) și bayesian (BIC) (B6)
  - $\mathrm{AIC} = -2\hat{\ell} + 2q$, $\mathrm{BIC} = -2\hat{\ell} + q \ln T$ (q: numărul de parametri; mai mic este mai bine)
  - Valoarea p bootstrap $= (1 + \#\{\mathrm{LR}^* \geq \mathrm{LR}\})/(R+1)$; LR^*: valorile bootstrap, $\#\{\cdot\}$: numărul lor, R: numărul de eșantioane
- **Indicatorul de încredere LPPLS** Demirer et al. (2019); Shu & Zhu (2020a) (B7): proporția ajustărilor calificate dintre multe ferestre care se încheie la aceeași dată
  - Modelul liniar de probabilitate $\mathrm{fall}_t = a + b\,\mathrm{signal}_t + u_t$, cu SE Newey–West; $\mathrm{signal}_t = 1$ dacă indicatorul > 0, $\mathrm{fall}_t = 1$ dacă urmează o scădere mare (definită în B7)
- Mai mult în Capitolul 17: bulele istorice, dovezile privind predictibilitatea și studiul de caz

Harta exercițiilor

Exercițiu	Întrebarea	Tip	Model
A1	poate un preț depăși valoarea dividendelor și cum crește diferența?	Rezolvat	–
A2	cît modifică o săptămînă cu pierderi mari probabilitatea regimului?	Rezolvat	–
B1	este exploziv raportul preț/dividend S&P Composite și cînd?	Rezolvat	–
B2	schimbă volatilitatea variabilă episoadele Bitcoin?	Rezolvat	B1
B3	cît se mută momentul critic LPPLS odată cu fereastra?	Rezolvat	–
B4	cînd a fost S&P 500 în regimul turbulent?	Rezolvat	A2
C1	ce este greșit într-un răspuns AI despre SADF și LPPLS?	Propus	B1, B3
B5	este Bursa de Valori București explozivă azi?	Propus, temă	B1, B2
Pachete de extindere	A3–A8, B6–B10, C2, C3 (opționale, după curs)	Rezolvate și propuse (indicat la fiecare cerință)	indicat la fiecare cerință

- **[Rezolvat]**: rezolvarea completă în slide-uri și în notebook, un model de urmat; **[Propus]**: îl rezolvați dumneavoastră, rezolvarea se discută la seminar
- Partea A: derivări pe hîrtie; Partea B: estimare și inferență pe date reale, fiecare cu o întrebare de interpretare; Partea C: întrebări deschise și critica unui răspuns AI

A1 [Rezolvat]: Valoarea prezentă și bula rațională — Cerință

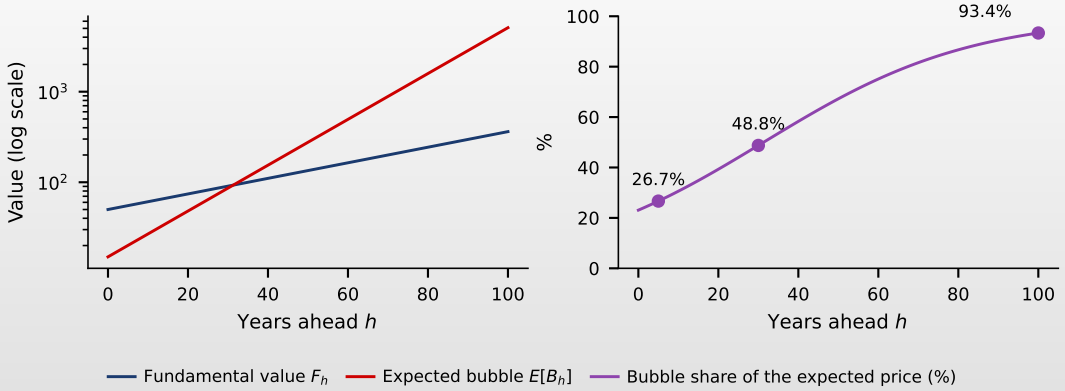
- **Întrebările**
  - poate un preț depăși valoarea prezentă a dividendelor într-o piață rațională?
  - ce se întîmplă cu diferența în timp?
- **Date de intrare**: o acțiune cu prețul $P_t \geq 0$ și dividendele $D_t \geq 0$, a căror sumă așteptată actualizată este finită Blanchard & Watson (1982)
  - Ipoteza modelului, un randament cerut constant $r > 0$: ecuația de preț de pe slide-ul „Valoarea fundamentală și bula"
  - Cifrele pentru cerința 4: $D_{\mathbf{1}} = 2$, $g = 2\%$, $r = 6\%$, $P = 65$
- **Cerințe**
  1. Substituiți ecuația de preț în ea însăși de h ori și scrieți P_t ca dividende așteptate actualizate pînă la $t + h$ plus un rest.
  2. Luați $h \to \infty$, definiți F_t (valoarea fundamentală) și $B_t = P_t - F_t$ și demonstrați că $\mathbb{E}_t[B_{t+\mathbf{1}}] = (1 + r)B_t$.
  3. Demonstrați că $B_t \geq 0$ și că $B_t = 0$ implică $B_{t+k} = 0$ pentru orice $k \geq 1$ Diba & Grossman (1988).
  4. În cazul Gordon calculați $F = D_{\mathbf{1}}/(r - g)$, $B = P - F$ și ponderea bulei $\mathbb{E}[B_h]/(F_h + \mathbb{E}[B_h])$ pentru $h = 5, 30, 100$ de ani.
- **Raportați**: derivarea, F, B și cele trei ponderi
- **Interpretare**
  - de ce trebuie o bulă rațională să existe de la prima tranzacție?
  - de ce este o pondere crescătoare a bulei implicația testabilă?
- Notebook: secțiunea A1

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A1 [Rezolvat]: rezolvare (1/3) — Pașii 1–3, derivarea

- Pasul 1: scriem $P_{t+\mathbf{1}} = \mathbb{E}_{t+\mathbf{1}}[P_{t+\mathbf{2}} + D_{t+\mathbf{2}}]/(1+r)$ și substituim; mediile condiționate iterate dau $\mathbb{E}_t\mathbb{E}_{t+\mathbf{1}} = \mathbb{E}_t$; după h pași $P_t = \sum_{i=\mathbf{1}}^{h} \frac{\mathbb{E}_t D_{t+i}}{(1+r)^i} + \frac{\mathbb{E}_t P_{t+h}}{(1+r)^h}$
- Pasul 2: cu $D \geq 0$ sumele parțiale cresc spre valoarea finită $F_t = \sum_{i\geq\mathbf{1}} \mathbb{E}_t D_{t+i}/(1+r)^i$; restul converge la $B_t := P_t - F_t = \lim_h \mathbb{E}_t P_{t+h}/(1+r)^h$
  - $(1+r)F_t = \mathbb{E}_t D_{t+\mathbf{1}} + \mathbb{E}_t F_{t+\mathbf{1}}$ (medii condiționate iterate, convergență monotonă); o scădem din $(1+r)P_t = \mathbb{E}_t D_{t+\mathbf{1}} + \mathbb{E}_t P_{t+\mathbf{1}}$: $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = (1+r)B_t$
  - Transversalitatea, $\lim_h \mathbb{E}_t P_{t+h}/(1+r)^h = 0$, este exact $B_t = 0$
- Pasul 3: B_t este limita resturilor $\mathbb{E}_t P_{t+h}/(1+r)^h \geq 0$, deci $B_t \geq 0$; dacă $B_t = 0$, atunci $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = 0$ cu $B_{t+\mathbf{1}} \geq 0$, deci $B_{t+\mathbf{1}} = 0$ aproape sigur și, prin inducție, $B_{t+k} = 0$

A1 [Rezolvat]: rezolvare (2/3) — Pasul 4, cifre și grafic



MFM_ch17_seminar

A1 [Rezolvat]: rezolvare (3/3) — Pasul 4, cifre și grafic

- Pasul 4: $F = 2/(0{,}06 - 0{,}02) = 50{,}0$; $B = 65 - 50{,}0 = 15{,}0$, adică 23,1% din preț
- $F_h = 50{,}0 \cdot 1{,}02^h$, $\mathbb{E}B_h = 15{,}0 \cdot 1{,}06^h$
- Ponderea bulei: 26,7% ($h = 5$), 48,8% ($h = 30$), 93,4% ($h = 100$)
- Interpretare: o bulă nu poate porni mai tîrziu de la zero; fiindcă $r > g$, valoarea ei **așteptată** ajunge să domine prețul, deci traiectoria așteptată a prețului este explozivă față de fundamente: aceasta este proprietatea căutată de testele pe coada dreaptă

MFM_ch17_seminar

A2 [Rezolvat]: Duratele regimurilor și un pas al filtrului — Cerință

- **Întrebarea**: cît modifică o singură săptămînă cu pierderi mari probabilitatea regimului turbulent?
- **Date de intrare**: randamente logaritmice săptămînale în %, modelul Markov-switching cu două regimuri Hamilton (1989)
  - Calm: $\mu_1 = 0{,}3$, $\sigma_1 = 2$; turbulent: $\mu_2 = -0{,}5$, $\sigma_2 = 5$; $p_{11} = 0{,}98$, $p_{22} = 0{,}90$
  - Săptămîna trecută $P(s = 2 \mid \text{date}) = 0{,}2$; săptămîna aceasta $r_t = -6\%$
- **Cerințe**
  1. Calculați durata așteptată a fiecărui regim.
  2. Calculați probabilitățile staționare π_1 și π_2.
  3. Calculați media și abaterea standard necondiționate ale lui r_t cu legea variației totale.
  4. Faceți un pas al filtrului Hamilton: probabilitatea prezisă, cele două densități în $r_t = -6$, probabilitatea actualizată.
- **Raportați**: duratele, π_1, π_2, media și abaterea standard și cele trei probabilități de la pasul 4
- **Interpretare**: de ce schimbă o singură săptămînă atît de mult probabilitatea regimului?
- Notebook: secțiunea A2

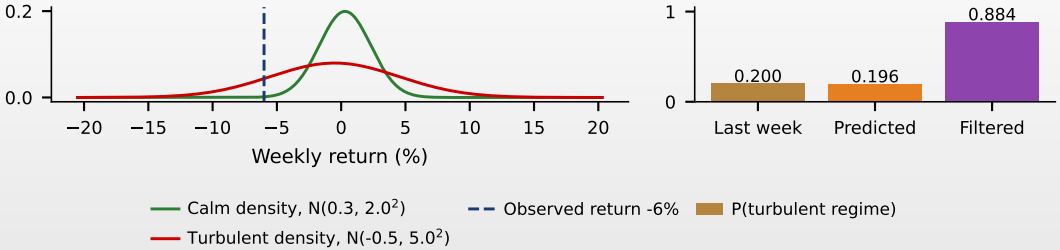
Înapoi Lista exercițiilor

A2 [Rezolvat]: rezolvare — Momentele regimurilor și actualizarea filtrului

- Pasul 1: $1/(1-0{,}98) = 50$ de săptămîni (calm), $1/(1-0{,}90) = 10$ săptămîni (turbulent)
- Pasul 2: $\pi_{\mathbf{2}} = 0{,}02/(0{,}02+0{,}10) = 0{,}167$, $\pi_{\mathbf{1}} = 0{,}833$
- Pasul 3: $\mathbb{E}r = 0{,}833 \cdot 0{,}3 + 0{,}167 \cdot (-0{,}5) = 0{,}167$; $\mathrm{Var}(r) = \sum_i \pi_i \sigma_i^{\mathbf{2}} + \sum_i \pi_i(\mu_i - \mathbb{E}r)^{\mathbf{2}} = 7{,}59$, abaterea standard 2,75
- Pasul 4: predicția $0{,}2 \cdot 0{,}90 + 0{,}8 \cdot 0{,}02 = 0{,}196$
  - Densitățile $\varphi(-6; 0{,}3; 2^{\mathbf{2}}) = 0{,}00140$, $\varphi(-6; -0{,}5; 5^{\mathbf{2}}) = 0{,}04357$
  - Actualizarea $\dfrac{0{,}196 \cdot 0{,}04357}{0{,}196 \cdot 0{,}04357 + (1-0{,}196) \cdot 0{,}00140} = 0{,}884$
- Interpretare: -6% se află la peste trei abateri standard ale regimului calm sub media lui, deci densitatea regimului calm este foarte mică: o astfel de săptămînă determină aproape complet regimul

MFM_ch17_seminar

A2: actualizarea probabilității regimului



MFM_ch17_seminar

B1 [Rezolvat]: Explozivitatea raportului preț/dividend S&P Composite — Cerință

- **Întrebările**
  - este raportul preț/dividend S&P Composite exploziv?
  - cînd?
  - depinde răspunsul de fereastra minimă?
- **Date**: S&P Composite, preț real și dividend real, lunar 1871–2026; $y_t = \ln(P_t/D_t)$, $T = 1\,865$ de variații
- **Cerințe**
  1. Calculați GSADF (termen liber, fără laguri) cu fereastra minimă $r_0 = 0{,}01 + 1{,}8/\sqrt{T}$.
  2. Simulați 1 000 de mersuri aleatoare cu drift, ca pe slide-ul despre valorile critice, și luați cuantila de 95% a GSADF și, dată cu dată, a BSADF Phillips, Shi & Yu (2015a).
  3. Repetați pașii 1–2 cu $r_0 = 0{,}03$ și $r_0 = 0{,}08$.
  4. Pentru fiecare r_0, datați episoadele (cel puțin $L = \lceil \ln T \rceil$ luni peste valoarea critică) și marcați fiecare drept creștere sau scădere a raportului.
- **Raportați**: un tabel (r_0, w_0, GSADF, valoarea critică, episoade) și un grafic al BSADF față de valorile critice
- **Interpretare**
  - ce episoade rezistă oricărei ferestre?
  - este orice episod exploziv al raportului o bulă?
- Notebook: secțiunea B1

Înapoi Lista exercițiilor

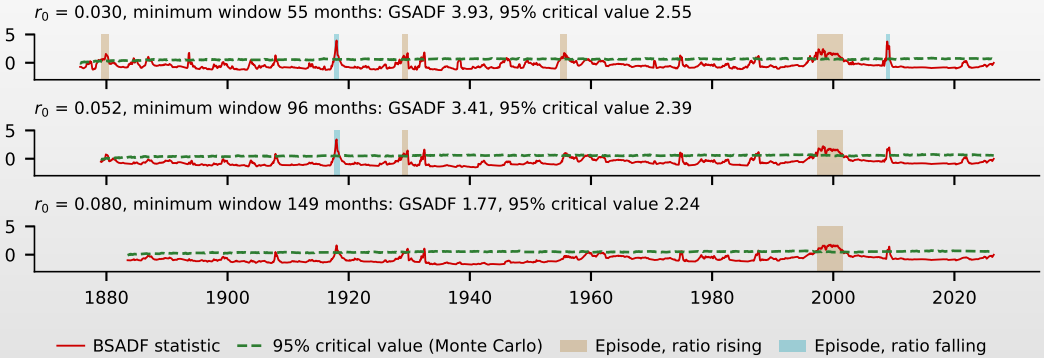
B1 [Rezolvat]: rezolvare (1/2) — Pași și tabel

- Pașii 1–2: logaritmul raportului; pentru fiecare dată finală, ADF pe toate ferestrele de cel puțin w_0 luni; supremul după începuturi este BSADF, după datele finale GSADF; același calcul pe mersurile simulate dă valorile critice
- Pașii 3–4, rezultatele (episoadele care sînt o **scădere** a raportului sînt marcate):

r_0	w_0	GSADF	val. critică 95%	Episoade (BSADF)
0,030	55	3,93	2,55	ian. 1879–apr. 1880; aug. 1917–mai 1918 (scădere); nov. 1928–sept. 1929; dec. 1954–ian. 1956; mai 1997–aug. 2001; sept. 2008–apr. 2009 (scădere)
0,052	96	3,41	2,39	aug. 1917–iun. 1918 (scădere); nov. 1928–sept. 1929; mai 1997–aug. 2001
0,080	149	1,77	2,24	mai 1997–aug. 2001

- Episodul dot-com (1997–2001) este datat cu orice fereastră; cu $r_0 = 0{,}08$ GSADF este sub valoarea critică, dar BSADF depășește totuși valorile critice punctuale: testul global este mai strict decît datarea
- Fereastra cea mai scurtă adaugă ian. 1879–apr. 1880; dec. 1954–ian. 1956; sept. 2008–apr. 2009 (scădere): mai puține observații pe regresie, statistici ADF mai zgomotoase, mai multe depășiri
- 1917–1918 este o **scădere** a raportului (prețurile reale au scăzut mai repede decît dividendele reale): explozivă, dar nu o bulă
- Interpretare: doar episoadele care rezistă la orice r_0 și corespund unei creșteri susțin interpretarea de bulă

B1 [Rezolvat]: rezolvare (2/2) — Grafic



- Roșu: BSADF; verde: valoarea critică punctuală de 95%; hașurat: episoadele datate, cu raport în creștere (nisipiu) sau în scădere (turcoaz)

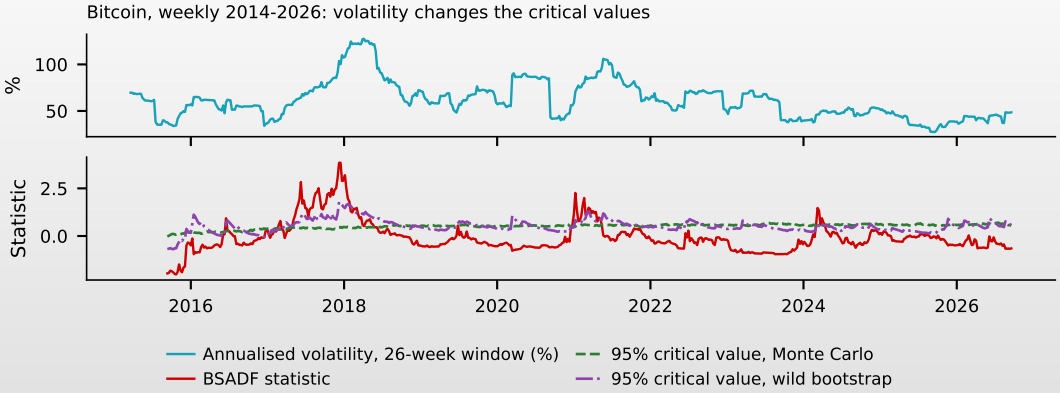
MFM_ch17_seminar

B2 [Rezolvat]: Bitcoin: valori critice simulate și bootstrap — Cerință

- **Întrebarea**: schimbă volatilitatea variabilă a Bitcoin verdictul testului și datele episoadelor?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B1
- **Date**: logaritmul închiderilor săptămînale Bitcoin, septembrie 2014 – septembrie 2026, $T = 626$ de variații săptămînale
- **Cerințe**
  1. Calculați GSADF cu regula ferestrei minime și valori critice Monte Carlo din 2 000 de mersuri aleatoare cu șocuri din distribuția Normală.
  2. Wild bootstrap: înmulțiți variațiile săptămînale centrate cu semne aleatoare independente $w_t = \pm 1$, reconstruiți traiectoria și recalculați BSADF și GSADF, de 1 000 de ori; luați cuantilele de 95% Harvey et al. (2016).
  3. Datați episoadele cu ambele șiruri de valori critice, durata minimă $\lceil \ln T \rceil$ săptămîni.
  4. Reprezentați BSADF cu ambele șiruri și, deasupra, volatilitatea pe ferestre mobile de 26 de săptămîni.
- **Raportați**: GSADF, ambele valori critice de 95%, ambele liste de episoade și graficul
- **Interpretare**
  - cînd sînt valorile critice bootstrap mai mari?
  - ce episod rezistă la alegerea lor?
- Notebook: secțiunea B2

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B2 [Rezolvat]: rezolvare (1/2)



MFM_ch17_seminar

B2 [Rezolvat]: rezolvare (2/2)

- Pașii 1–2: GSADF $= 3{,}85$; valoarea critică de 95%: Monte Carlo 2,27, wild bootstrap 2,82; $3{,}85 > 2{,}82$: mersul aleator este respins la 5% cu oricare dintre ele
- Pasul 3, episoade Monte Carlo: apr. 2017–iun. 2018; dec. 2020–mai 2021
  - Wild bootstrap: mai 2017–ian. 2018; dec. 2020–feb. 2021
- Pasul 4: valorile critice bootstrap cresc în perioadele volatile și după ele, fiindcă variațiile reeșantionate păstrează șocurile mari acolo unde au apărut
  - Cea mai mare valoare critică punctuală: 1,80 cu wild bootstrap față de 0,71 cu Monte Carlo
- Interpretare: episodul din 2017 se menține cu ambele seturi de valori critice, dar este mai scurt cu bootstrap; episodul din 2021 se scurtează: explozivitatea lui este parțial un efect al volatilității

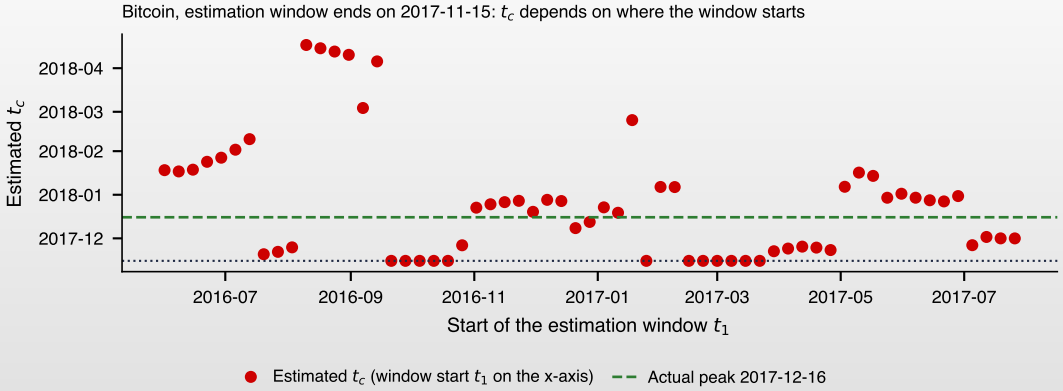
MFM_ch17_seminar

B3 [Rezolvat]: Dependența momentului critic de fereastră — Cerință

- **Întrebarea**: cît se mută momentul critic LPPLS t_c cînd se schimbă doar începutul ferestrei de estimare?
- **Date**: logaritmul închiderilor zilnice Bitcoin (LPPLS pe Bitcoin: Shu & Zhu (2020b)); 61 de ferestre, toate încheiate la $t_2 =$ 15 noiembrie 2017, cu începuturi la fiecare 7 zile din 1 iunie 2016, fără a depăși 1 august 2017 (ultimul început: 26 iulie)
  - **Ajustare la margine**: m sau ω la frontiera spațiului de căutare ($m \leq 0{,}002$ sau $\geq 0{,}998$; $\omega \leq 1{,}01$ sau $\geq 49{,}9$)
- **Cerințe**
  1. Ajustați LPPLS pe fiecare fereastră: (A, B, C_1, C_2) prin OLS, (t_c, m, ω) prin grilă și Nelder–Mead în spațiul de căutare Shu & Zhu (2020a, ec. 11); calibrarea Filimonov & Sornette (2013).
  2. Raportați t_c minim, median și maxim și intervalul intercuartilic al erorii t_c minus data vîrfului real (închiderea zilnică maximă).
  3. Raportați ponderile ajustărilor calificate (ec. 12), ale celor la margine și ale celor la cel mult 30 de zile de vîrf.
  4. Reprezentați t_c în funcție de începutul ferestrei, împreună cu vîrful real.
- **Raportați**: cele trei date, intervalul intercuartilic, cele trei ponderi și graficul
- **Interpretare**: ați avea încredere într-un singur t_c raportat fără fereastra lui?
- Notebook: secțiunea B3

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B3 [Rezolvat]: rezolvare (1/2)



MFM_ch17_seminar

B3 [Rezolvat]: rezolvare (2/2)

- Pașii 1–2: t_c variază între 15 nov. 2017 și 17 apr. 2018, mediana 23 dec. 2017; vîrful real 16 dec. 2017; intervalul intercuartilic al erorii 53 de zile, eroarea mediană 7 zile
- Pasul 3: ajustări calificate 0%; la margine 43%; la cel mult 30 de zile de vîrf 56%
- Interpretare: aceeași dată finală dă momente critice la luni distanță, în funcție doar de începutul ferestrei; un singur t_c nu este o prognoză

MFM_ch17_seminar

B4 [Rezolvat]: Markov-switching pe S&P 500 — Cerință

- **Întrebările**
  - cînd a fost S&P 500 în regimul turbulent?
  - este media regimului turbulent negativă?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): A2
- **Date**: randamente logaritmice săptămînale S&P 500 în %, 1990–2026 (1 915 săptămîni)
- **Cerințe**
  1. Estimați modelul Markov-switching cu două regimuri prin verosimilitate maximă (filtrul Hamilton, 20 de porniri aleatoare); raportați estimările, erorile standard și duratele așteptate Hamilton (1989).
  2. Găsiți prima săptămînă din 2000, din toamna lui 2008 și din 2020 cu probabilitatea filtrată a regimului turbulent peste 0,5.
  3. Calculați ponderea săptămînilor în care regimul filtrat și cel netezit (probabilitate peste 0,5) coincid.
  4. Testați $\mu_{\textbf{turb}} = 0$ cu un test t la 5% și calculați LR față de un singur regim cu randamente din distribuția Normală (filtrul Hamilton).
- **Raportați**: tabelul estimărilor, cele trei date, ponderea săptămînilor în care regimurile coincid, t, LR și un grafic al probabilităților regimului
- **Interpretare**
  - este media regimului turbulent semnificativ negativă?
  - de ce LR nu poate fi comparat cu o valoare critică $\chi^{\mathbf{2}}$?
- Notebook: secțiunea B4

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

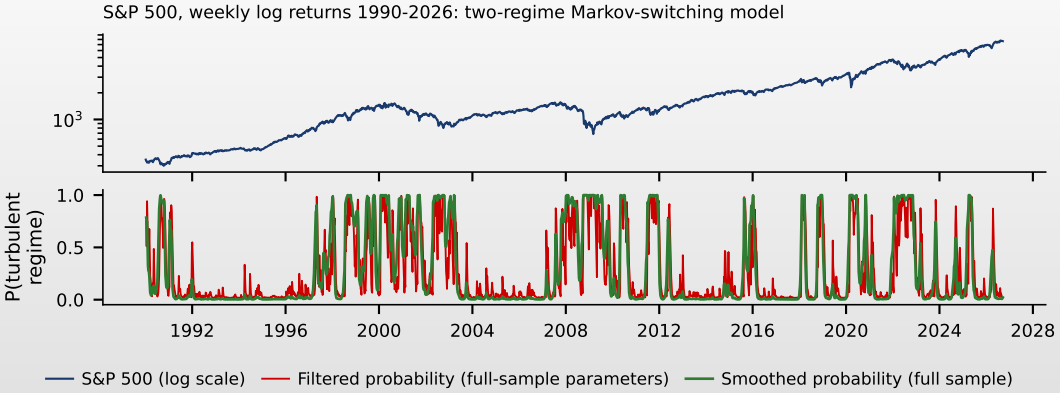
B4 [Rezolvat]: rezolvare

Regim	$\hat{\mu}$	SE	$\hat{\sigma}$	$\hat{p}_{ii}$	Durata (săptămîni)
Calm	0,32	0,04	1,49	0,974	38,1
Turbulent	−0,27	0,17	3,67	0,931	14,4

- Pasul 1: tabelul; regimul calm acoperă 73% din săptămîni; volatilitatea săptămînală este 3,67% în regimul turbulent față de 1,49% în cel calm
- Pasul 2: prima săptămînă peste 0,5: 28 ian. 2000 (2000), 3 oct. 2008 (toamna lui 2008), 28 feb. 2020 (2020)
- Pasul 3: regimurile filtrate și netezite coincid în 90% din săptămîni; probabilitățile filtrate folosesc parametrii estimați pe întregul eșantion, deci sînt doar în pseudo-timp real
- Pasul 4: $t = -0{,}269/0{,}172 = -1{,}56$, $|t| < 1{,}96$: nu respingem $\mu_{\textbf{turb}} = 0$ la 5%
- LR $= 2(-4\,069{,}98 - (-4\,326{,}02)) = 512{,}1$. Sub un singur regim probabilitățile de tranziție nu sînt identificate, deci χ^2 nu se aplică; se aplică în schimb un bootstrap parametric (B6)
- Interpretare: regimul turbulent marchează perioadele de tensiune din 2000, 2008 și 2020, dar media lui nu este semnificativ negativă: regimurile descriu riscul, nu pierderi previzibile

MFM_ch17_seminar

B4: regimurile estimate pentru S&P 500



MFM_ch17_seminar

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — răspunsul

- **Cererea** trimisă unui asistent AI: „y este logaritmul lunar al raportului preț/dividend pentru S&P Composite. Scrie cod Python pentru SADF cu fereastra minimă Phillips–Shi–Yu (PSY), decide la 5% dacă există o bulă, datează-o și spune-mi cînd va avea loc crahul."
- **Răspunsul**: codul de mai jos și concluzia

```
import numpy as np
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller
T = len(y)
w0 = int(np.floor((0.01 + 1.8 / np.sqrt(T)) * T))
adf = lambda x: adfuller(x, maxlag=0, regression='c', autolag=None)[0]
sadf = max(adf(y[:t]) for t in range(w0, T + 1))
cv = adfuller(y, maxlag=0, regression='c', autolag=None)[4]['5%']
print('bubble' if sadf > cv else 'no␣bubble')
flag = [adf(y[t - w0:t + w0]) > cv for t in range(w0, T - w0)]
```

- **Concluzia AI**: „O ajustare LPPLS pe ultimele 36 de luni dă $\hat{t}_c$ = martie 2027: atunci se produce crahul."

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — cerință

- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B1 și B3; slide-ul „Unde respinge testul pe coada dreaptă"
- Notebook: secțiunea C1
- **Date**: logaritmul raportului preț/dividend din B1 și mersuri aleatoare simulate de aceeași lungime
- **Cerințe**
  1. Identificați cele trei grupe principale de erori (valori critice, datarea episoadelor, prognoza crahului); listați fiecare defect distinct din ele, cu rîndul și explicația.
  2. Pentru fiecare eroare, precizați cum ați detecta-o fără să cunoașteți răspunsul.
  3. Scrieți codul corectat: valori critice simulate, BSADF pe ferestre care se încheie la t, episoade de cel puțin $\lceil \ln T \rceil$ luni.
  4. Notați fiecare eroare găsită în formatul `AI_ERRORS.md`: cererea, răspunsul, eroarea, cum ați găsit-o, corecția.
- **Interpretare**: după corecturi, ce poate spune codul despre martie 2027?
- Codul scris de AI rulează de obicei fără mesaje de eroare: greșelile țin de statistică, nu de sintaxă

B5 [Propus]: Bursa de Valori București — Cerință

- **Întrebările**
  - a fost avîntul din 2003–2007 exploziv în timp real?
  - este explozivă creșterea actuală a indicilor BET și BET-FI?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B1 și B2
- **Date**: indicele BET oficial, logaritmul închiderilor lunare 1997–2026; BET-FI (societăți de investiții financiare), logaritmul închiderilor săptămînale 2012–2026
- **Cerințe**
  1. Pentru fiecare indice calculați GSADF cu valori critice de 95% Monte Carlo (2 000 de traiectorii) și wild bootstrap (1 000 de replici).
  2. Datați episoadele cu ambele șiruri de valori critice (durata minimă $\lceil \ln T \rceil$) și clasificați fiecare drept creștere sau scădere.
  3. Reprezentați BSADF cu ambele șiruri pentru cei doi indici.
  4. Folosind șirul critic Monte Carlo, găsiți data de confirmare a episodului 2003–2007 (a L-a depășire consecutivă).
- **Raportați**: un tabel (T, GSADF, ambele valori critice), episoadele cu direcția lor și graficul
- **Interpretare**: este creșterea actuală o bulă doar pentru că este explozivă? (Despre comportamentul de turmă și tiparele log-periodice dinainte de 2007: Pele, Mazurencu & Nijkamp (2013).)
- Notebook: secțiunea B5

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Pachetele de extindere: ce cere fiecare

Pachet	Exerciții	Cerințe prealabile
1. Bule raționale și teorie asimptotică	A3 [Rezolvat], A4, A5	A1; pentru A3 și A5 secțiunea de testare din curs
2. Regimuri	A6, B6	A2, B4
3. LPPLS	A7 [Rezolvat], A8, B7	B2, B3; secțiunea LPPLS din curs
4. Nivelul testului la volatilitate variabilă	B8 [Rezolvat], B9	B2
5. Alegerea ferestrelor	B10	B1
6. Puncte de plecare pentru proiect	C2, C3	B1–B5, B7, B10; studiul de caz din curs

- Fiecare pachet are propria secțiune în notebook; în cadrul unui pachet, rezolvați exercițiile în ordine

A3 [Rezolvat]: Coada dreaptă a distribuției Dickey–Fuller — Cerință

- **Întrebările**
  - sub o rădăcină unitară, unde se află statistica ADF folosită pe coada dreaptă?
  - de ce 1,645 este o valoare critică greșită?
- **Date de intrare**: $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$, ε_t iid (independente, identic distribuite) $(0, \sigma^2)$, $y_0 = 0$; regresia $\Delta y_t = a + b\, y_{t-1} + e_t$, $t = 1, \ldots, T$
  - FCLT (teorema limită centrală funcțională): $T^{-1/2} y_{\lfloor Tr \rfloor} \Rightarrow \sigma W(r)$, $r \in [0,1]$ fracția din eșantion, $\lfloor \cdot \rfloor$ rotunjire în jos, $\Rightarrow$ convergența în distribuție, W o mișcare browniană standard; $\tilde{y}_{t-1}$: y_{t-1} minus media lui pe eșantion
- **Cerințe**
  1. Scrieți $\hat{b}$ cu regresorul centrat $\tilde{y}_{t-1}$.
  2. Folosind FCLT și teorema aplicației continue, găsiți limitele lui $T^{-2} \sum \tilde{y}_{t-1}^2$ și $T^{-1} \sum \tilde{y}_{t-1} \varepsilon_t$.
  3. Derivați limita lui t_b și arătați că numărătorul limită are media $-1/2$.
  4. Simulați 20 000 de mersuri aleatoare cu $T = 1\,000$ și raportați cuantilele de 5%, 50% și 95% ale lui t_b și ponderea valorilor negative.
- **Raportați**: limita lui t_b, cele trei cuantile, ponderea valorilor negative și o histogramă
- **Interpretare**: ce consecințe are folosirea valorii 1,645 într-un test de bulă?
- Notebook: secțiunea A3

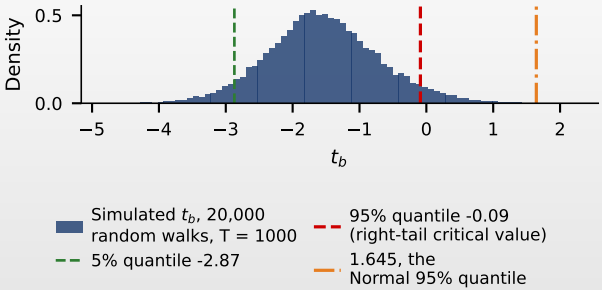
◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A3 [Rezolvat]: rezolvare (1/2) — Pașii 1–3, limita

- Pasul 1: OLS cu termen liber, $\hat{b} = \sum \tilde{y}_{t-1}\Delta y_t / \sum \tilde{y}_{t-1}^2 = \sum \tilde{y}_{t-1}\varepsilon_t / \sum \tilde{y}_{t-1}^2$ sub H_0
- Pasul 2: $T^{-2}\sum \tilde{y}_{t-1}^2 \Rightarrow \sigma^2 \int_0^1 \tilde{W}^2$, $\tilde{W} = W - \int_0^1 W$; $T^{-1}\sum y_{t-1}\varepsilon_t \Rightarrow \frac{\sigma^2}{2}(W(1)^2 - 1)$, iar centrarea scade $\sigma^2 W(1)\int_0^1 W$
- Pasul 3: $\mathrm{SE}(\hat{b}) = s/\sqrt{\sum \tilde{y}_{t-1}^2}$ cu $s \to \sigma$, deci σ se simplifică (PSY, ec. 5 cu $r_1 = 0$, $r_2 = 1$) Phillips, Shi & Yu (2015a)
  - $t_b \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{2}(W(1)^2 - 1) - W(1)\int_0^1 W}{\{\int_0^1 W^2 - (\int_0^1 W)^2\}^{1/2}}$
  - $\mathbb{E}[W(1)^2] = 1$ și $\mathbb{E}[W(1)\int_0^1 W] = \int_0^1 r\,dr = \frac{1}{2}$: numărătorul are media $\frac{1}{2}(1-1) - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ (simulat: $-0{,}50$)

A3 [Rezolvat]: rezolvare (2/2) — Pasul 4, simularea

- Pasul 4: 20 000 de mersuri, $T = 1\,000$; cuantilele 5%: $-2{,}87$; 50%: $-1{,}57$; 95%: $-0{,}09$
- 96% dintre t_b sînt negative: distribuția se află la stînga lui zero
- Interpretare (mecanismul: unde respinge testul pe coada dreaptă): cu 1,645, nivelul unui test pe coada dreaptă este aproape zero, iar puterea în eșantioane finite scade; pentru o alternativă explozivă consistentă statistica depășește totuși orice prag fix



MFM_ch17_seminar

A4 [Propus]: Bula Blanchard–Watson — Cerință

- **Întrebările**
  - cum este compensat riscul de crah al unei bule?
  - de ce o ratează un test pe întregul eșantion?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): A1
- **Date de intrare**: $B_{t+\mathbf{1}} = \frac{\mathbf{1}+r}{\pi} B_t + \varepsilon_{t+\mathbf{1}}$ cu probabilitatea π, $B_{t+\mathbf{1}} = \varepsilon_{t+\mathbf{1}}$ cu probabilitatea $1-\pi$, cu inovații independente de trecut și de rezultatul supraviețuirii; $\mathbb{E}\varepsilon = 0$; $B_{\mathbf{0}} = 15$, $r = 6\%$, $\pi = 0{,}9$ pe an Blanchard & Watson (1982)
  - Forma Evans (repornire pozitivă): colaps la $B_{t+\mathbf{1}} = \delta$, $0 < \delta \le B_{\mathbf{0}}$; supraviețuire $B_{t+\mathbf{1}} = \delta + \frac{\mathbf{1}+r}{\pi}(B_t - \frac{\delta}{\mathbf{1}+r})$; $y = \ln B$, $c = \ln \delta$
- **Cerințe**
  1. Derivați $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}}$ și comparați cu A1: bula actualizată este un martingal.
  2. Pentru $\varepsilon \equiv 0$, derivați abaterea standard condiționată $\mathrm{sd}_t(B_{t+\mathbf{1}})$ și evaluați-o la $B_t = 15$.
  3. Fie N numărul tranziției la care apare primul crah (1 înseamnă crah anul următor). Dați distribuția sa, apoi $\mathbb{E}N$, $P(N > 5)$ și rata de creștere cît bula supraviețuiește.
  4. Pentru forma Evans, verificați $\mathbb{E}_t B_{t+\mathbf{1}} = (1+r)B_t$ și derivați $\mathbb{E}[\Delta y_{t+\mathbf{1}} \mid y_t]$ pentru $B_t \gg \delta$ și panta ei în y_t.
- **Raportați**: cele patru derivări și rezultatele numerice; lăsați interceptul din cerința 4 ca funcție de c
- **Interpretare**
  - ce estimează o regresie ADF pe întregul eșantion pentru $\ln B$?
  - de ce este aceasta capcana Evans?
- Notebook: secțiunea A4

înapoi Lista exercițiilor

A5 [Propus]: O rădăcină ușor explozivă — Cerință

- **Întrebările**
  - este testul pe coada dreaptă consistent față de o bulă cu rădăcina doar puțin peste unu?
  - cît de repede crește statistica lui?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): A3
- **Date de intrare**: $y_t = \rho_T y_{t-\mathbf{1}} + \varepsilon_t$, $y_\mathbf{0} = 0$, ε_t iid $(0, \sigma^\mathbf{2})$, $\rho_T = 1 + c/k_T$, $c > 0$, $k_T \to \infty$, $k_T = o(T)$, adică $k_T/T \to 0$ (c: gradul de explozivitate, k_T: viteza cu care rădăcina se apropie de 1) Phillips & Magdalinos (2007)
- **Cerințe**
  1. Scrieți $y_t = \rho_T^t X_t$ cu $X_t = \sum_{j \le t} \rho_T^{-j} \varepsilon_j$ și găsiți limita lui $\mathrm{Var}(X_T)(\rho_T^\mathbf{2} - 1)$.
  2. Arătați că $\sum y_{t-\mathbf{1}}^\mathbf{2} \approx X_T^\mathbf{2} \rho_T^{\mathbf{2}T}/(\rho_T^\mathbf{2} - 1)$ și că $\frac{\rho_T^T}{\rho_T^{\mathbf{2}} - \mathbf{1}}(\hat{\rho} - \rho_T)$ este asimptotic un raport de două variabile independente cu distribuția Normală. Indiciu: izolați inovațiile de la capetele opuse ale eșantionului; $k_T/T \to 0$ separă cele două blocuri.
  3. Descompuneți raportul t al lui $b = \rho - 1$ și derivați viteza de divergență.
  4. Simulați 4 000 de traiectorii cu $c = 1$, $k_T = T^{\mathbf{0,8}}$, $T = 100, 400, 1\,600$ (regresie cu termen liber); raportați ρ_T^T, mediana raportului t și o histogramă.
- **Raportați**: cele trei derivări și tabelul simulării, cu histograma
- **Interpretare**: ce spune viteza de divergență despre puterea față de bulele scurte și moderate?
- Notebook: secțiunea A5

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A6 [Propus]: Încă un pas al filtrului și un pas EM — Cerință

- **Întrebările**
  - de ce un randament mic și pozitiv indică regimul calm?
  - de ce actualizarea EM este o medie ponderată?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): A2
- **Date de intrare**: calm $\mu_1 = 0{,}4$, $\sigma_1 = 2$; turbulent $\mu_2 = -1$, $\sigma_2 = 6$; $p_{11} = 0{,}95$, $p_{22} = 0{,}80$; randamente logaritmice săptămînale în %; săptămîna trecută $P(\text{turbulent}) = 0{,}1$, săptămîna aceasta $r_t = +1\%$
- **Cerințe**
  1. Calculați duratele, probabilitățile staționare și media și abaterea standard necondiționate.
  2. Faceți un pas al filtrului pentru $r_t = +1\%$.
  3. Calculați probabilitatea regimului turbulent peste două săptămîni, $(1 - p, p)P^2$, cu p probabilitatea actualizată de la pasul 2 și P matricea 2×2 a probabilităților p_{ij}.
  4. Date probabilitățile netezite ξ_{tj}, maximizați $\sum_t \sum_j \xi_{tj} \ln \varphi(r_t; \mu_j, \sigma_j^2)$ după μ_j și σ_j^2 (pasul M al EM) Hamilton (1990).
- **Raportați**: cifrele de la pașii 1–3 și cele două formule ale pasului M
- **Interpretare**: cum contribuie fiecare săptămînă la estimarea fiecărui regim?
- Notebook: secțiunea A6

Înapoi Lista exercițiilor

B6 [Propus]: Bitcoin: două sau trei regimuri? — Cerință

- **Întrebările**
  - are nevoie Bitcoin de un al treilea regim?
  - căror regimuri le aparțin creșterile lui?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B4
- **Date**: randamente log săptămînale Bitcoin în %, 2014–2026 (626 de săptămîni)
- **Cerințe**
  1. Estimați două și trei regimuri, cu medie și dispersie care se schimbă (30 de porniri aleatoare; verificați că nicio abatere standard a unui regim nu se apropie de 0).
  2. Raportați log-verosimilitatea $\hat{\ell}$, AIC și BIC (slide-ul „Instrumente pentru exercițiile de extindere") și media, abaterea standard și durata fiecărui regim; reprezentați probabilitățile netezite ale celor trei regimuri.
  3. Testați două regimuri față de trei cu $\mathrm{LR} = 2(\hat{\ell}_3 - \hat{\ell}_2)$: simulați 199 de eșantioane din modelul cu două regimuri estimat, reestimați ambele modele pe fiecare și calculați valoarea p bootstrap din slide-ul „Instrumente pentru exercițiile de extindere" Hansen (1992).
  4. Comparați valoarea bootstrap de 95% cu valoarea χ^2_6.
- **Raportați**: tabelul, graficul, LR, valoarea p bootstrap și ambele valori critice
- **Interpretare**: de ce χ^2 nu este distribuția de referință corectă?
- Notebook: secțiunea B6

Înapoi Lista exercițiilor

A7 [Rezolvat]: LPPLS: eliminarea parametrilor liniari — Cerință

- **Întrebările**
  - de ce se calibrează LPPLS doar după trei parametri neliniari?
  - ce condiții ale filtrului pot fi verificate numai din parametri?
- **Date de intrare**: $\ln p_t = A + Bf_t + C_1 g_t + C_2 h_t + u_t$ pe $[t_1, t_2]$, $f_t = (t_c - t)^m$, $g_t = f_t \cos(\omega \ln(t_c - t))$, $h_t = f_t \sin(\omega \ln(t_c - t))$ Filimonov & Sornette (2013)
  - Filtrul Shu & Zhu (2020a, ec. 12): condițiile ajustării calificate, plus $t_c - t_2 \leq (t_2 - t_1)/5$; eroarea relativă, testele Lomb și al reziduului (acestea cer datele)
- **Cerințe**
  1. Pentru (t_c, m, ω) fixați, derivați (A, B, C_1, C_2) în formă închisă.
  2. Scrieți funcția obiectiv profilată rămasă pentru căutarea neliniară.
  3. Determinați C și ϕ din $C\cos(\omega \ln(t_c - t) - \phi)$ pe baza lui C_1, C_2.
  4. O ajustare pe [2025,0; 2026,0] dă $t_c = 2026{,}08$, $m = 0{,}5$, $\omega = 8$, $B = -1{,}2$, $C_1 = 0{,}06$, $C_2 = -0{,}02$: verificați fiecare condiție care poate fi verificată doar din parametri și reprezentați tendința după scăderea interceptului A (valoarea sa nu este dată).
- **Raportați**: forma închisă, profilul, C, ϕ și lista condițiilor îndeplinite și neîndeplinite
- **Interpretare**: de ce eliminarea parametrilor liniari face calibrarea stabilă?
- Notebook: secțiunea A7

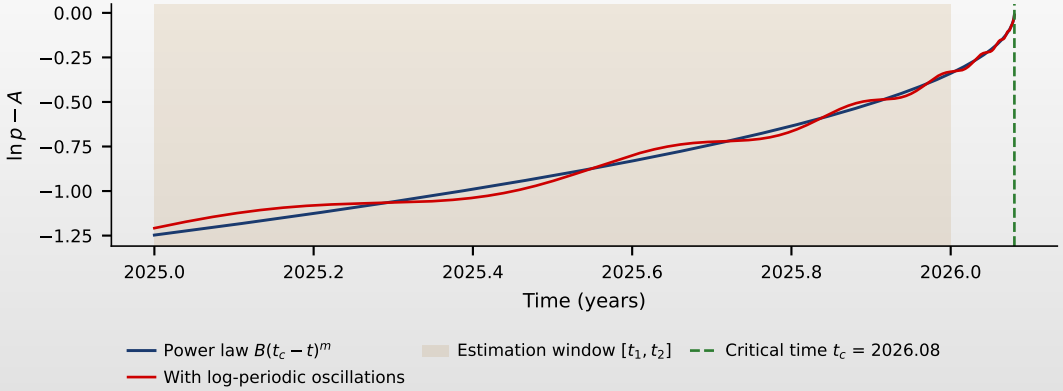
Înapoi Lista exercițiilor

A7 [Rezolvat]: rezolvare

- Pasul 1: cu $X_t = (1, f_t, g_t, h_t)$ și $\beta = (A, B, C_1, C_2)^\top$, minimizăm $\sum_t (\ln p_t - X_t\beta)^2$: $\hat{\beta} = (X^\top X)^{-1} X^\top y$, un sistem 4×4 cu sume precum N, $\sum f_t$, $\sum f_t g_t$, $\sum h_t^2$
- Pasul 2: profilul $S(t_c, m, \omega) = y^\top y - y^\top X (X^\top X)^{-1} X^\top y$: doar trei parametri neliniari, ceea ce elimină cele mai multe minime locale ale căutării cu șapte parametri
- Pasul 3: $C\cos(x - \phi) = C\cos\phi\cos x + C\sin\phi\sin x$, deci $C_1 = C\cos\phi$, $C_2 = C\sin\phi$: $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}0632$, $\phi = \operatorname{atan2}(C_2, C_1)$
- Pasul 4: $B = -1{,}2 < 0$; $m = 0{,}5$ și $\omega = 8$ în intervalele lor: trec
- $t_c - t_2 = 0{,}08 \le 0{,}2$, adică 29 de zile după fereastră: trece
- $O = \frac{8}{\pi} \ln \frac{1{,}08}{0{,}08} = 6{,}63 \ge 2{,}5$; $D = \frac{0{,}5 \cdot 1{,}2}{8 \cdot 0{,}0632} = 1{,}19 \ge 1$: trec
- Eroarea relativă, testul Lomb și testul reziduului cer datele de preț: o ajustare candidată, încă necalificată

MFM_ch17_seminar

A7: tendința LPPL estimată



MFM_ch17_seminar

A8 [Propus]: Originea condiției de amortizare: rata de hazard — Cerință

- **Întrebările**
  - de unde provine condiția de amortizare din filtrul LPPLS?
  - o îndeplinește o ajustare dată?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): A7
- **Date de intrare**: modelul Johansen–Ledoit–Sornette (JLS) Johansen, Ledoit & Sornette (2000), sub măsura neutră la risc, cu dobîndă zero, fără dividende și fără difuzie
  - $dp/p = \mu(t)\,dt - \kappa\,dj$; $h(t) \geq 0$: rata de hazard a crahului, $\kappa > 0$: mărimea lui; $\mathbb{E}_t[dp] = 0$ înaintea crahului cere drift-ul $\mu(t) = \kappa\,h(t)$ (cu un termen $\sigma\,dW$, drift-ul lui $\ln p$ ar fi $\mu - \sigma^2/2$)
  - Tendința logaritmului prețului: $B\tau^m + C\tau^m \cos(\omega \ln \tau - \phi)$, $\tau = t_c - t$
- **Cerințe**
  1. Derivați tendința în raport cu t.
  2. Găsiți condiția asupra lui (B, C, m, ω) ca $h(t) \geq 0$ la orice fază $\theta = \omega \ln \tau - \phi$.
  3. Arătați că pentru $\omega \gg m$ devine condiția de amortizare $D = \frac{m|B|}{\omega|C|} \geq 1$ (Shu & Zhu, 2020a, ec. 11).
  4. Pentru ajustarea $t_c = 2026{,}45$, $m = 0{,}95$, $\omega = 3{,}5$, $B = -0{,}8$, $C_1 = 0{,}25$, $C_2 = 0$ pe $[2025{,}0; 2026{,}0]$, verificați condiția exactă, D, O și intervalul pentru t_c.
- **Raportați**: cele trei derivări și cele patru verificări
- **Interpretare**
  - ce ar însemna economic o rată de hazard negativă?
  - este ajustarea o semnătură de bulă?
- Notebook: secțiunea A8

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B7: putere cu date de semnal dependente

- Două grupuri egale, cu probabilitățile unei scăderi mari p_0 (fără semnal) și p_1 (cu semnal), notăm $\bar{p} = (p_0 + p_1)/2$. Aproximația Normală dă observațiile pe grup:

$$n_{\text{iid}} = \frac{[1{,}9600\sqrt{2\bar{p}(1-\bar{p})} + 0{,}8416\sqrt{p_0(1-p_0) + p_1(1-p_1)}]^2}{(p_1 - p_0)^2}.$$

- Test bilateral la 5% și putere de 80%. Pentru $p_0 = 0{,}30, p_1 = 0{,}40$, sînt necesare aproximativ 356 de observații pe grup.
- Pentru grupurile cu/fără semnal, eroarea standard neagregată (fiecare grup cu propria proporție) pentru date independente este:

$$\text{SE}_{\text{iid}} = \sqrt{\frac{\hat{p}_{\text{on}}(1-\hat{p}_{\text{on}})}{n_{\text{on}}} + \frac{\hat{p}_{\text{off}}(1-\hat{p}_{\text{off}})}{n_{\text{off}}}}.$$

- Cu dependență, aproximăm $n_{\text{dep}} = n_{\text{iid}}\,\text{deff}$, unde $\text{deff} = (\text{SE}_{\text{blocuri}}/\text{SE}_{\text{iid}})^2$ este efectul de design. Un efect de design de 2 dublează eșantionul dacă dependența rămîne comparabilă.

B7 [Propus]: Indicatorul de încredere comparat cu întîmplarea — Cerință

- **Întrebarea**: este un indicator de încredere LPPLS pozitiv pentru Nasdaq 100 urmat de scăderi mari mai des decît în absența semnalului?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B2 și B3
- **Date**: închiderile zilnice Nasdaq 100 și indicatorul de încredere LPPLS din 1997 Demirer et al. (2019); Shu & Zhu (2020a), precalculat în `ch17_lppls_ci_ndx.csv` (folderul Quantlet al capitolului; recalcularea este opțională): la fiecare a 5-a zi de tranzacționare t_2, 141 de ferestre cu lungimi de la 750 la 50 de zile, din 5 în 5
  - **Semnal**: indicator > 0; **rezultat**: o închidere cu cel puțin 20% sub cea din ziua semnalului în 90 de zile **calendaristice**; datele cu fereastra incompletă se elimină
- **Cerințe**
  1. Găsiți prima dată cu indicator pozitiv și ponderea datelor pozitive între ianuarie 1999 și vîrful din martie 2000.
  2. Estimați $\Delta = \hat{p}_{\mathbf{on}} - \hat{p}_{\mathbf{off}}$ cu un interval de încredere (CI) de 95% prin bootstrap circular pe blocuri (90 de zile = 13 date, 9 999 de replici) și un test Newey–West (13 laguri) pentru $b = 0$ în modelul liniar de probabilitate din slide-ul „Instrumente pentru exercițiile de extindere" (ambele variabile 0/1).
  3. Comparați SE bootstrap pe blocuri cu SE pentru date independente și calculați efectul de design $(\mathrm{SE}_{\mathbf{blocuri}}/\mathrm{SE}_{\mathbf{iid}})^{\mathbf{2}}$.
  4. Calculați mărimea eșantionului pentru o putere de 80% (grupuri egale, $p_{\mathbf{0}} = \hat{p}_{\mathbf{off}}$, $p_{\mathbf{1}} = p_{\mathbf{0}} + 10$ puncte, test bilateral la 5%), pentru observații independente și pentru date dependente.
- **Raportați**: graficul indicatorului, Δ cu CI și valoarea p, efectul de design și mărimile eșantionului
- **Interpretare**
  - ar fi ajutat indicatorul un investitor în 2000?
  - sînt semnalele urmate de mai multe sau de mai puține scăderi mari decît datele fără semnal și de ce?
- Notebook: secțiunea B7

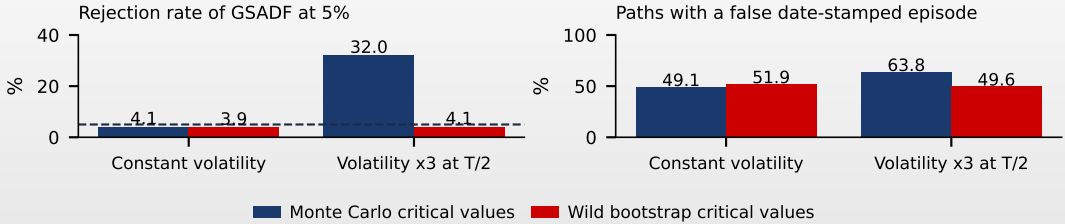
◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B8 [Rezolvat]: Nivelul GSADF la o schimbare de volatilitate — Cerință

- **Întrebările**
  - cît de des respinge GSADF un mers aleator adevărat cînd volatilitatea se triplează la jumătatea eșantionului?
  - corectează wild bootstrap acest lucru?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B2
- **Date**: simulate; 1 000 de mersuri aleatoare $y_t = T^{-1} + y_{t-1} + \sigma_t z_t$, $z_t \sim N(0,1)$, $T = 400$, $w_0 = 40$; $\sigma_t = 1$ pînă la $T/2$, apoi 3: fără bulă Harvey et al. (2016)
- **Cerințe**
  1. Calculați rata de respingere GSADF la 5% cu valoarea critică Monte Carlo pentru dispersie constantă (2,19).
  2. Repetați cu o valoare critică wild bootstrap calculată pentru fiecare traiectorie (199 de replici, ca în B2).
  3. Calculați ponderea traiectoriilor cu cel puțin un episod datat fals (BSADF peste valoarea punctuală de 95% timp de $\lceil \ln T \rceil$ perioade).
  4. Faceți același calcul pentru volatilitate constantă, ca martor, și reprezentați cele patru rate.
- **Raportați**: un tabel și un grafic cu bare al ratelor de respingere și de episoade false
- **Interpretare**
  - în ce valoare critică ați avea încredere pentru Bitcoin?
  - rezolvă bootstrap-ul multiplicitatea datării?
- Notebook: secțiunea B8

Înapoi Lista exercițiilor

B8 [Rezolvat]: rezolvare (1/2) — Grafic și tabel



	GSADF, MC	GSADF, wild	ep. fals, MC	ep. fals, wild
Constantă	4,1%	3,9%	49,1%	51,9%
$\times 3$ la $T/2$	32,0%	4,1%	63,8%	49,6%

MFM_ch17_seminar

B8 [Rezolvat]: rezolvare (2/2) — Pași și interpretare

- Pașii: simulăm traiectoria; calculăm GSADF și BSADF; comparăm cu valoarea Monte Carlo fixă și cu valorile wild bootstrap ale traiectoriei; mediem pe cele 1 000 de traiectorii (eroarea Monte Carlo $\pm 1{,}4$ puncte în jur de 5%)
- Creșterea tîrzie a volatilității seamănă cu o accelerare: 32,0% respingeri false cu valoarea pentru dispersie constantă; cu wild bootstrap rata coboară la 4,1%
- Episoade false în aproximativ jumătate dintre traiectorii cu oricare valoare: bootstrap-ul corectează nivelul GSADF, nu multiplicitatea datării
- Interpretare: pentru Bitcoin folosim wild bootstrap pentru testul global și, pentru datare, valori critice pe familie (care controlează probabilitatea unui episod fals oriunde în eșantion)

B9 [Propus]: Nivelul sub volatilitate GARCH — Cerință

- **Întrebarea**: distorsionează nivelul GSADF volatilitatea persistentă de tip GARCH (heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată) sau o scădere a volatilității?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B8
- **Date**: simulate, ca în B8, cu două modele nule noi: șocuri GARCH(1,1) $\sigma_t^2 = 0{,}02 + 0{,}10\, e_{t-1}^2 + 0{,}88\, \sigma_{t-1}^2$ (dispersia necondiționată 1) și o **scădere** a volatilității de la 3 la 1 la $T/2$
- **Cerințe**
  1. Calculați nivelul GSADF la 5% cu valori critice Monte Carlo și wild bootstrap (1 000 de traiectorii, cîte 199 de replici).
  2. Calculați ponderea traiectoriilor cu un episod datat fals și reprezentați ratele ca în B8.
- **Raportați**: un tabel și un grafic cu bare, ca în B8
- **Interpretare**
  - creează o scădere a volatilității bule false, ca o creștere (B8)? De ce?
  - este wild bootstrap exact sub GARCH?
- Notebook: secțiunea B9

Înapoi Lista exercițiilor

B10 [Propus]: SADF și GSADF — Cerință

- **Întrebarea**: ce episoade ratează ADF-ul recursiv (început fix) și găsește BSADF (început mobil)?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B1
- **Date**: logaritmul închiderilor lunare pentru Nasdaq 100 și S&P 500, 1990–2026 (ultima închidere din lună)
- **Cerințe**
  1. Calculați SADF și GSADF cu regula ferestrei minime și valorile lor critice de 95% din 2 000 de mersuri aleatoare simulate.
  2. Datați cu ADF recursiv al Phillips–Wu–Yu (PWY) (începutul ferestrei fixat la prima lună) și cu BSADF al Phillips–Shi–Yu (PSY), durata minimă $\lceil \ln T \rceil$ luni Phillips, Wu & Yu (2011).
  3. La fiecare capăt de fereastră, calculați percentila 95 pe aceleași 2 000 de traiectorii nule, separat pentru ADF cu început fix și BSADF; nu folosiți valoarea critică unică SADF la datare. Listați episoadele și reprezentați statisticile cu aceste șiruri.
- **Raportați**: un tabel cu SADF și GSADF, ambele liste de episoade și graficul
- **Interpretare**: de ce poate rata un început fix episoadele ulterioare?
- Notebook: secțiunea B10

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C2 [Propus]: Ipoteza unei bule AI — Cerință

- **Întrebarea**: seamănă creșterea actuală a NVIDIA (NVIDIA Corporation, proiectant american de cipuri) și a Nasdaq 100 cu bula dot-com a Cisco sau cu fundamente explozive?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B1, B2, B3; vezi și exercițiul propus B7
- **Date**: închideri zilnice, lunare și săptămînale NVIDIA, Cisco și Nasdaq 100; vînzări și profituri trimestriale din rapoartele 10-Q (trimestriale) și 10-K (anuale) depuse la Comisia americană pentru valori mobiliare (SEC, *Securities and Exchange Commission*), în baza ei de date EDGAR (*Electronic Data Gathering, Analysis, and Retrieval*)
- **Cerințe**
  1. Rulați GSADF și BSADF pe date lunare și săptămînale, cu valori critice Monte Carlo și wild bootstrap; datați semnalele și precizați dacă episodul actual este încă deschis.
  2. Calculați creșterile pe doi ani, brute și în exces față de Nasdaq 100, ca la Greenwood, Shleifer & You (2019).
  3. Pentru NVIDIA și Nasdaq 100, calculați încrederea LPPLS din logaritmul închiderilor zilnice din ianuarie 2022, la origini din zece în zece observații în ultimele 130 (26 de săptămîni); la fiecare origine, 141 de ferestre de la 750 la 50 de observații, din 5 în 5, și filtrele din B3.
  4. Construiți dumneavoastră fundamentele: raportările datate la data depunerii (fără informație din viitor), sume pe ultimele patru trimestre, valori pe acțiune ajustate consecvent pentru divizări, vînzările cînd profitul este ≤ 0.
  5. Testați logaritmul raportului preț/vînzări (sau preț/profit) și datați-l cu valori critice pe familie (B8), controlate pe orizontul $\tau_b = 104$ săptămîni sau 24 de luni Phillips & Shi (2020).
- **Raportați**: o notă de două pagini cu grafice și un folder Quantlet (cod, grafice, Metainfo.txt cu nume, descriere, cuvinte cheie, autor)
- **Interpretare**: pot fi separate prețurile explozive de profiturile așteptate explozive Pástor & Veronesi (2009)?
- Notebook: secțiunea C2

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C3 [Propus]: Volumul ca indicator anticipativ al prețurilor într-un avînt speculativ — Cerință

- **Întrebarea**: precede volumul tranzacțiilor prețurile într-un avînt speculativ, ca în ciclul imobiliar din SUA din 2000–2011 DeFusco, Nathanson & Zwick (2022)?
- **Model** (exerciții rezolvate de urmat): B2 (episoadele Bitcoin); vezi și exercițiul propus B7 (bootstrap pe blocuri) și studiul de caz din curs
- **Date**: FRED: indicele lunar Case-Shiller U.S. National Home Price Index (`CSUSHPINSA`) și vînzările de case unifamiliale noi, neajustate sezonier (`HSN1FNSA`), 2000–2011 și 1990–2011
  - Articolul estimează relația dintre logaritmul centrat al prețului locuințelor și vînzările cu k luni înainte, $p_t = \beta_k v_{t-k} + \eta_t$ (ec. 1, η_t: eroarea), în 115 orașe; corelația este maximă la $k = 24$ (Figura 2)
- **Cerințe**
  1. Construiți p_t, logaritmul prețului minus media lui pe eșantion, și v_t, vînzările minus media lunii lor calendaristice.
  2. Pentru $k = -12, \ldots, 48$ estimați ec. (1) prin OLS fără termen liber, calculați corelația implicită $\hat{\beta}_k \, \mathrm{sd}(v_{t-k})/\mathrm{sd}(p_t)$ și reprezentați-o în funcție de k.
  3. Dați CI 95% punctuale la lagul maxim, la $k = 24$ și la $k = 0$ printr-un bootstrap circular pe blocuri de 24 de luni și 2 000 de replicări; repetați pentru 1990–2011.
  4. Datați acalmia: de la vîrful volumului ajustat la ultimul vîrf al prețurilor dinaintea scăderii lor (Figura 1).
  5. Extindere: repetați pașii 1–4 pentru Bitcoin (închiderea de la sfîrșitul lunii în USD, suma lunară a cîmpului volume din BTC-USD.CC.csv) în jurul unui episod BSADF (B2); justificați orice ajustare sezonieră Griffin & Shams (2020).
- **Raportați**: curba corelațiilor, lagul maxim cu CI, datele acalmiei, un folder Quantlet și o notă de două pagini
- **Interpretare**: vînzările de case noi nu includ revînzările cumpărătorilor pe termen scurt: confirmă avansul național al volumului speculația sau îl pot produce ciclurile creditului ori ale construcțiilor?
- Notebook: secțiunea C3

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C2 și C3: Criterii de evaluare

- C2
  - corectitudinea valorilor critice
  - datarea fără informație din viitor
  - interpretarea
- C3
  - corectitudinea valorilor critice și a intervalelor bootstrap pe blocuri
  - datarea fără informație din viitor
  - interpretarea

Bibliografie (1/2)

- Blanchard, O.J., Watson, M.W. (1982). Bubbles, rational expectations and financial markets. National Bureau of Economic Research (NBER) Working Paper 945.
- Carrasco, M., Hu, L., Ploberger, W. (2014). Optimal test for Markov switching parameters. *Econometrica*, 82(2), 765–784.
- DeFusco, A.A., Nathanson, C.G., Zwick, E. (2022). Speculative dynamics of prices and volume. *Journal of Financial Economics*, 146(1), 205–229.
- Demirer, R., Demos, G., Gupta, R., Sornette, D. (2019). On the predictability of stock market bubbles: evidence from LPPLS confidence multi-scale indicators. *Quantitative Finance*, 19(5), 843–858.
- Diba, B.T., Grossman, H.I. (1988). Explosive rational bubbles in stock prices?. *American Economic Review*, 78(3), 520–530.
- Filimonov, V., Sornette, D. (2013). A stable and robust calibration scheme of the log-periodic power law model. *Physica A*, 392(17), 3698–3707.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). Statistics of Financial Markets: An Introduction, 5th ed. Springer.
- Greenwood, R., Shleifer, A., You, Y. (2019). Bubbles for Fama. *Journal of Financial Economics*, 131(1), 20–43.
- Griffin, J.M., Shams, A. (2020). Is Bitcoin really untethered?. *Journal of Finance*, 75(4), 1913–1964.
- Hamilton, J.D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384.
- Hamilton, J.D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, 45(1–2), 39–70.

Bibliografie (2/2)

- Hansen, B.E. (1992). The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the Markov switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics*, 7(S1), S61–S82.
- Harvey, D.I., Leybourne, S.J., Sollis, R., Taylor, A.M.R. (2016). Tests for explosive financial bubbles in the presence of non-stationary volatility. *Journal of Empirical Finance*, 38, 548–574.
- Johansen, A., Ledoit, O., Sornette, D. (2000). Crashes as critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3(2), 219–255.
- Pástor, Ľ., Veronesi, P. (2009). Technological revolutions and stock prices. *American Economic Review*, 99(4), 1451–1483.
- Pele, D.T., Mazurencu, M., Nijkamp, P. (2013). Herding behaviour, bubbles and log periodic power laws in illiquid stock markets: a case study on the Bucharest Stock Exchange. Social Science Research Network (SSRN) Working Paper.
- Phillips, P.C.B., Magdalinos, T. (2007). Limit theory for moderate deviations from a unit root. *Journal of Econometrics*, 136(1), 115–130.
- Phillips, P.C.B., Shi, S. (2020). Real time monitoring of asset markets: bubbles and crises. In *Handbook of Statistics: Financial, Macro and Micro Econometrics Using R*, Elsevier, 61–80.
- Phillips, P.C.B., Shi, S., Yu, J. (2015a). Testing for multiple bubbles: historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500. *International Economic Review*, 56(4), 1043–1078.
- Phillips, P.C.B., Wu, Y., Yu, J. (2011). Explosive behavior in the 1990s Nasdaq: when did exuberance escalate asset values?. *International Economic Review*, 52(1), 201–226.
- Shu, M., Zhu, W. (2020a). Detection of Chinese stock market bubbles with LPPLS confidence indicator. *Physica A*, 557, 124892.
- Shu, M., Zhu, W. (2020b). Real-time prediction of Bitcoin bubble crashes. *Physica A*, 548, 124477.