








Modelarea piețelor financiare

Seminarul 18: Risc sistemic și rețele — aplicații



Daniel Traian PELE
Drd. Antoaneta Amza, antoaneta.amza@csie.ase.ro

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Care bănci sînt sistemice?

- Întrebările seminarului
  - **care bănci sînt sistemice?**
  - **cît de siguri putem fi?**
- Livrabile
  - răspunsurile la exercițiile A
  - un tabel și un grafic pentru fiecare exercițiu B
  - răspunsul de inteligență artificială (AI) corectat în C1 și jurnalul erorilor
  - o propoziție de interpretare pentru fiecare exercițiu
- Manualul: Franke, Härdle & Hafner (2019)
- Notebook-ul de azi: deschideți notebook-ul seminarului în Colab
  - fiecare cerință indică secțiunea din notebook
- Seminar: prof. Daniel Traian Pele, danpele@ase.ro; drd. Antoaneta Amza, antoaneta.amza@csie.ase.ro

Expunere sau contribuție la riscul sistemului?

- O bancă poate pierde mult într-o criză a pieței, dar poate adăuga puțin la dificultățile celorlalte bănci: expunerea și contribuția nu trebuie să producă aceeași ierarhie.

Datele folosite

Seriile	Activele	Prețul folosit	Folosite în
Bănci americane	JPMorgan, Bank of America, Citigroup, Goldman Sachs, Morgan Stanley, Wells Fargo	închidere ajustată; maxim și minim zilnic	B1–B6, B8, B9, C2, C3
Bănci europene	Deutsche Bank, BNP Paribas, Santander, ING, HSBC	închidere ajustată; maxim și minim zilnic	B2–B5, B7–B9, C2, C3
Bănci românești	Banca Transilvania, BRD-Groupe SG (se elimină zilele fără tranzacții)	închidere ajustată; maxim și minim zilnic	B2, B3, B7, B8, B9, B10, C2, C3
Indici de piață	S&P 500, Euro Stoxx 50, BET, VIX (volatilitatea implicită Cboe)	închidere	A5, B6, B7, B9, B10, C3

- Prețurile zilnice din data/market, cîte o serie pe activ (bănci: prețul de închidere ajustat; indici: prețul de închidere; volatilitate: maximul și minimul zilnic); eșantionul 5 ianuarie 2010 – 18 septembrie 2026
- Randamentele R: aliniem întîi prețurile pe cele 3 962 de date comune tuturor celor 17 serii, apoi calculăm cele 3 961 de randamente log între date comune consecutive, în %; volatilitățile V: logaritmul volatilității Parkinson (din amplitudinea zilnică maxim–minim, *high–low range*) pentru cele 13 bănci

Pregătire: rulați și verificați

```
# notebook section "Data" builds
# R (returns, %) and V (log volatility)
print(R.shape, V.shape)
print(R.index[0].date(),
      R.index[-1].date())
print(R[['JPM', 'DBK', 'TLV',
         'SPX']].head(3).round(2))
```

- Rezultatul așteptat: (3961, 17) (3966, 13); prima și ultima zi 2010-01-05, 2026-09-18; V folosește doar cele 13 bănci, fără indici, deci are mai multe zile comune (3966)

date	JPM	DBK	TLV	SPX
2010-01-05	1.92	1.60	2.73	0.31
2010-01-06	0.55	-1.05	3.09	0.05
2010-01-07	1.96	0.45	0.00	0.40

- Dacă numărul de zile sau primele valori diferă, verificați simbolurile, folosirea prețului ajustat pentru dividende și alinierea pe zilele comune

Riscul sistemic, cuantilele, VaR și ES

- Detalii: Capitolul 18
- Două întrebări despre o bancă
  - **Expunerea**: cît pierde banca atunci cînd indicele său de piață este în dificultate? (MES, *marginal expected shortfall*, și variantele lui de criză, LRMES și SRISK, definite mai jos)
  - **Contribuția**: cu cît crește pierderea sistemului cînd banca este în dificultate? (ΔCoVaR)
- Cuantila de ordin α, $q_\alpha(X)$, a unui randament X: valoarea sub care X coboară cu probabilitatea α

$$P(X \le q_\alpha(X)) = \alpha, \qquad \mathrm{VaR}_\alpha = -q_\alpha(X), \qquad \mathrm{ES}_\alpha = -\mathbb{E}\big[X \mid X \le q_\alpha(X)\big]$$

  - α: probabilitatea cozii (1% sau 5%); VaR (valoarea la risc, *Value at Risk*): pierderea depășită într-o fracțiune α a zilelor; ES (pierderea așteptată în coadă, *Expected Shortfall*): pierderea medie în acele zile, deci $\mathrm{ES}_\alpha \ge \mathrm{VaR}_\alpha$
  - $\mathbb{E}[\cdot \mid A]$: media condiționată de evenimentul A; VaR, ES, CoVaR, MES se raportează ca pierderi pozitive (%)

CoVaR și ΔCoVaR: definițiile

- CoVaR_α: VaR-ul sistemului X^{sys} în ziua de dificultate a băncii Adrian & Brunnermeier (2016)

$$P(X^{sys} \leq -\mathrm{CoVaR}_\alpha \mid X_i = q_\alpha(X_i)) = \alpha$$

  - X_i: randamentul băncii i; X^{sys}: randamentul sistemului (aici celelalte bănci din regiune); $X_i = q_\alpha(X_i)$: banca este la propriul VaR

- Aceeași mărime în starea mediană a băncii, $X_i = q_{\mathbf{50\%}}(X_i)$: $\mathrm{CoVaR}_\alpha^{\mathbf{50\%}}$
  - $q_{\mathbf{50\%}}(X_i)$: randamentul median, o zi obișnuită pentru bancă

- Contribuția băncii: diferența

$$\Delta\mathrm{CoVaR}_\alpha = \mathrm{CoVaR}_\alpha - \mathrm{CoVaR}_\alpha^{\mathbf{50\%}}$$

  - pierderea suplimentară din coada sistemului cînd banca trece de la o zi obișnuită la dificultate; > 0 cînd banca și sistemul se mișcă împreună
  - riscul propriu (VaR-ul băncii) și contribuția (ΔCoVaR) sînt mărimi diferite (A1, B4)

Estimarea CoVaR prin regresie cuantilă

- **Regresia cuantilă**: o dreaptă pentru cuantila de ordin α a lui X^{sys}, nu pentru media ei

$$q_\alpha(X^{sys} \mid X_i) = a_\alpha + b_\alpha X_i, \qquad (\hat{a}_\alpha, \hat{b}_\alpha) = \arg\min_{a,\, b} \sum_{t=1}^{n} \rho_\alpha\left(X_t^{sys} - a - bX_{i,t}\right)$$

  - b_α: cu cît se deplasează cuantila de ordin α a sistemului la un punct în plus al lui X_i; n: numărul de zile; căciula: valoare estimată

- **Funcția de pierdere cuantilă** (*check function*) înlocuiește pătratul reziduului din metoda celor mai mici pătrate (OLS)

$$\rho_\alpha(u) = u\left(\alpha - 1\{u < 0\}\right)$$

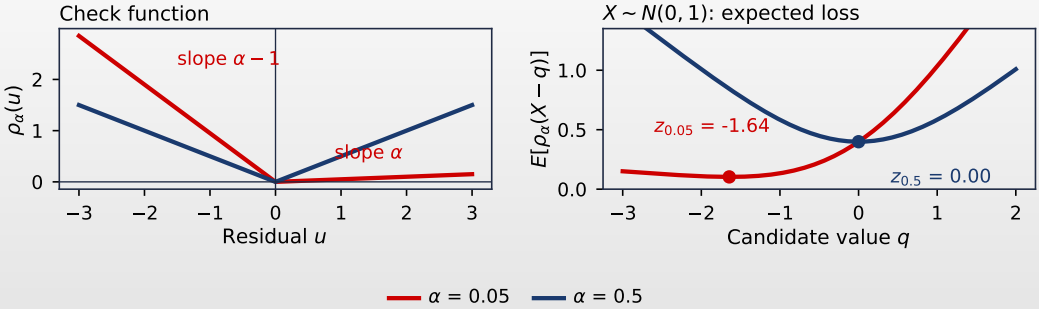
  - $1\{\cdot\}$: 1 dacă este adevărat, altfel 0; reziduurile negative au ponderea $1 - \alpha$, cele pozitive α, deci o fracțiune α din puncte rămîne sub dreaptă

- Înlocuim cuantilele empirice ale băncii, $\hat{q}_\alpha(X_i)$ și $\hat{q}_{\mathbf{50\%}}(X_i)$

$$\widehat{\mathrm{CoVaR}}_\alpha = -\left(\hat{a}_\alpha + \hat{b}_\alpha\, \hat{q}_\alpha(X_i)\right), \qquad \Delta\widehat{\mathrm{CoVaR}}_\alpha = \hat{b}_\alpha\left(\hat{q}_{\mathbf{50\%}}(X_i) - \hat{q}_\alpha(X_i)\right)$$

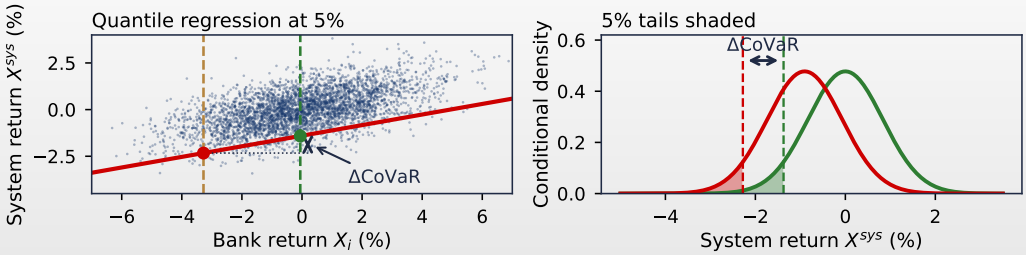
  - panta înmulțită cu distanța dintre ziua mediană și ziua de dificultate; $\hat{a}_\alpha$ se simplifică

Funcția de pierdere cuantilă (*check function*)



- Stînga: $\rho_\alpha(u)$ este o valoare absolută înclinată; la $\alpha = 0{,}5$ este $|u|/2$ (regresia mediană)
- Dreapta: pentru $X \sim N(0,1)$, $\mathbb{E}[\rho_\alpha(X-q)]$ este minimă în cuantila de ordin α: $-1{,}64$ la 5%, 0 la 50%
  - minimizarea lui ρ_α estimează o cuantilă, așa cum minimizarea pătratelor estimează o medie

ΔCoVaR pe date simulate



- Randamente simulate cu distribuție Normală bivariată: $\sigma_i = 2\%$, $\sigma_{sys} = 1\%$, $\rho = 0{,}55$, $n = 4\,000$ de zile
  - stînga: panta $\hat{b}_{\mathbf{5\%}} = 0{,}28$; de la ziua mediană la cea de dificultate ($\hat{q}_{\mathbf{5\%}} = -3{,}28\%$) dreapta scade cu $\Delta\text{CoVaR} = 0{,}91\%$
  - dreapta: cuantilele de 5% (linii întrerupte) ale celor două densități condiționate ale lui X^{sys} sînt la distanța ΔCoVaR
- Formula închisă sub distribuția Normală Adrian & Brunnermeier (2016): $\Delta\text{CoVaR}_\alpha = \rho\,\sigma_{sys}|z_\alpha|$, $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$ (Φ: funcția de repartiție Normală standard); aici $0{,}55 \cdot 1\% \cdot 1{,}645 = 0{,}90\%$

Un exemplu de calcul pentru ΔCoVaR

- Estimările: $\hat{b}_{5\%} = 0{,}5$, $\hat{q}_{50\%} = 0{,}05\%$, $\hat{q}_{5\%} = -2{,}95\%$
  - $\Delta\mathrm{CoVaR}_{5\%} = 0{,}5 \cdot (0{,}05 + 2{,}95) = 1{,}5\%$ pierdere suplimentară a sistemului
- Întrebare pentru sală: o bancă își dublează volatilitatea, cu aceeași corelație cu sistemul. Ce se întîmplă cu ΔCoVaR-ul ei?
  - Răspuns: nimic; $\Delta\mathrm{CoVaR}_\alpha = \rho\,\sigma_{sys}|z_\alpha|$ nu depinde de σ_i (A1)
- În B1, B4: sistemul băncii i nu conține banca i
  - $X_t^{sys} = \frac{1}{N-1}\sum_{j\neq i} X_{j,t}$, randamentul cu ponderi egale al celorlalte $N-1$ bănci din regiune

Expunerea: MES și ES

- **Pierderea marginală așteptată în coadă** (MES, *marginal expected shortfall*) Acharya et al. (2017): pierderea medie a băncii în fracțiunea α a celor mai nefavorabile zile pentru piață

$$\mathrm{MES}_{i,\alpha} = -\mathbb{E}\big[X_i \mid X_m \le q_\alpha(X_m)\big]$$

  - X_m: randamentul pieței (sau al portofoliului); condiția privește coada **pieței**, nu pe cea a băncii
- Aditivitatea (A2): cu ponderile w_i din portofoliu, suma ponderată a valorilor MES este ES al portofoliului

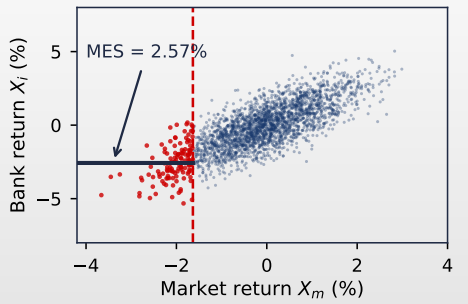
$$\sum_i w_i \,\mathrm{MES}_{i,\alpha} = \mathrm{ES}_\alpha(X_p), \qquad X_p = \sum_i w_i X_i$$

- Cazul Normal: MES este beta înmulțit cu ES al pieței

$$\mathrm{MES}_{i,\alpha} = \beta_i \,\mathrm{ES}_\alpha(X_m), \qquad \beta_i = \frac{\rho\,\sigma_i}{\sigma_m}, \qquad \mathrm{ES}_\alpha(X_m) = \frac{\sigma_m\,\varphi(z_\alpha)}{\alpha}$$

  - σ_i, σ_m: abaterile standard ale băncii și pieței; ρ: corelația lor; φ: densitatea Normală standard
  - de ex. $\beta = 1{,}2$, $\sigma_m = 1\%$, $\alpha = 5\%$: $\mathrm{ES} = 2{,}06\%$, $\mathrm{MES} = 2{,}47\%$

MES pe un grafic de dispersie



- Zile simulate: $X_i = 1{,}2\,X_m + e_i$, $\sigma_m = 1\%$
  - e_i: șocul propriu al băncii, independent de piață, cu abaterea standard 1%
- Roșu: cele 125 de zile cu $X_m \leq q_{5\%}(X_m)$
  - MES = minus media lui X_i în aceste zile (linia orizontală)
  - estimarea 2,57%, față de valoarea Normală $\beta\,\mathrm{ES} = 2{,}47\%$: diferența este eroare de selecție din 125 de zile

Expunerea într-o criză: LRMES

- **MES pe termen lung** (LRMES, *long-run MES*) Brownlees & Engle (2017): scăderea așteptată a capitalului propriu al băncii dacă piața se prăbușește

$$\mathrm{LRMES}_i = -\mathbb{E}\big[R_{i,t+\mathbf{1}:t+h} \,\big|\, R_{m,t+\mathbf{1}:t+h} < C\big]$$

  - $R_{t+\mathbf{1}:t+h}$: randamentul aritmetic în următoarele h zile; C: pragul de criză al pieței
  - scenarii: $h = 22$ de zile, $C = -10\%$ (o lună); $h = 126$ de zile, $C = -40\%$ (șase luni)

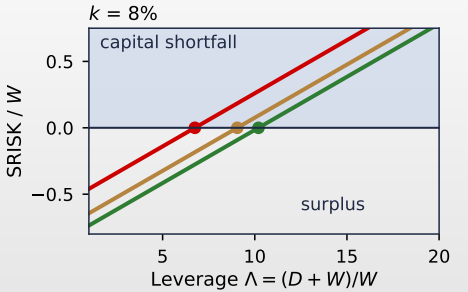
- Prin simulare (B6): volatilități GARCH (heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată) și corelație DCC (corelație condiționată dinamică), multe traiectorii, media pe traiectoriile de criză

- Printr-o aproximare din datele zilnice Acharya, Engle & Richardson (2012)

$$\mathrm{LRMES}_i \approx 1 - \exp\big(-18\,\mathrm{MES}_i^{\mathbf{2\%}}\big), \qquad \mathrm{MES}_i^{\mathbf{2\%}} = -\mathbb{E}\big[X_i \mid X_m < -2\%\big]$$

  - X ca fracții; $\mathrm{MES}^{\mathbf{2\%}}$: pierderea zilnică medie a băncii în zilele în care piața scade cu peste 2%; constanta 18 se derivă în A5

Expunerea într-o criză: SRISK



- **SRISK** Brownlees & Engle (2017): capitalul care i-ar lipsi băncii în criză

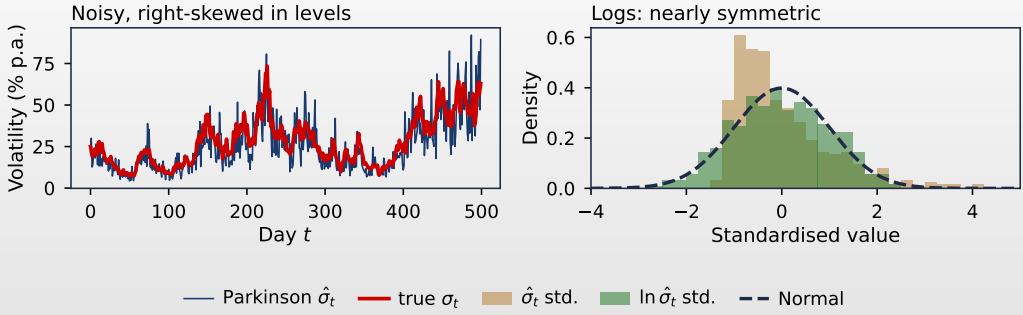
$$\mathrm{SRISK} = k\big[D + (1 - \mathrm{LRMES})W\big] - (1 - \mathrm{LRMES})W$$

  - k: raportul prudențial de capital; D: datoriile contabile; W: capitalul propriu la valoarea de piață; capitalul cerut minus capitalul rămas
  - echivalent, $kD - (1-k)(1-\mathrm{LRMES})W$
- Zero la gradul de îndatorare (*leverage*) de echilibru Λ^*

$$\Lambda^* = 1 + \frac{(1-k)(1-\mathrm{LRMES})}{k}, \qquad \Lambda = \frac{D+W}{W}$$

  - $\Lambda > \Lambda^*$: deficit (graficul: deasupra lui zero); un LRMES mai mare coboară Λ^*
- Exemplu: $W = 50$, $D = 500$, $k = 8\%$, LRMES $= 30\%$
  - $\mathrm{SRISK} = 40 - 0{,}92 \cdot 0{,}70 \cdot 50 = 7{,}8$; $\Lambda = 11 > \Lambda^* = 9{,}05$

Volatilitatea Parkinson din amplitudinea zilnică



- Estimarea Parkinson $\hat{\sigma}_t = \sqrt{252\,(\ln H_t - \ln L_t)^2/(4 \ln 2)}$; H_t, L_t: maximul și minimul zilnic
  - $4 \ln 2$ face ca $\hat{\sigma}_t^2$ să fie nedeplasat pentru un preț brownian fără drift; 252: anualizarea ($\hat{\sigma}_t = 0{,}20$: 20% pe an)
  - stînga: estimările zilnice (albastru) sînt zgomotoase în jurul volatilității simulate (roșu)
  - dreapta: asimetria este 1,3 în nivel și 0,0 în logaritm; de aceea modelul VAR (autoregresie vectorială, nu VaR) se estimează pe $\ln \hat{\sigma}_t$

Autoregresia vectorială (VAR)

- VAR(p) pentru vectorul y_t al celor N volatilități în logaritm: fiecare serie pe p laguri ale tuturor seriilor

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \qquad \mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0, \quad \mathrm{Cov}(\varepsilon_t) = \Sigma = (\sigma_{ij})$$

  - c: N termeni liberi; A_l: matrice $N \times N$, $(A_l)_{ij}$ = efectul lui $y_{j,t-l}$ asupra lui $y_{i,t}$; ε_t: șocurile, necorelate în timp, dar corelate între bănci
  - estimare prin OLS ecuație cu ecuație; $\hat{\Sigma}$: covarianța reziduurilor

- Ordinul ales prin BIC, criteriul informațional bayesian (B3): cea mai mică valoare a lui

$$\mathrm{BIC}(p) = \ln\det\hat{\Sigma}_p + \frac{\ln T}{T}\, pN^2$$

  - $\det\hat{\Sigma}_p$: dispersia generalizată a reziduurilor cu p laguri (potrivirea); pN^2 coeficienți; T: numărul de zile (penalizarea)

- Forma de medie mobilă a unui VAR stabil (valorile proprii ale matricei companion în interiorul cercului unitate)

$$y_t = \mu + \sum_{h \geq 0} \Phi_h \varepsilon_{t-h}, \qquad \Phi_0 = I, \quad \Phi_h = \sum_{l=1}^{\min(h,p)} A_l \Phi_{h-l}$$

  - μ: media lui y_t; Φ_h: efectul după h zile al unui șoc de azi; VAR(1): $\Phi_h = A^h$

Răspunsurile la impuls: generalizate și Cholesky

- Șocurile sînt corelate, deci „un șoc doar la banca j" trebuie definit
  - e_j: al j-lea vector unitar; σ_{jj}: dispersia lui $\varepsilon_{j,t}$
- Răspunsul **generalizat** Pesaran & Shin (1998): șocul j de o abatere standard, celelalte șocuri la media lor condiționată

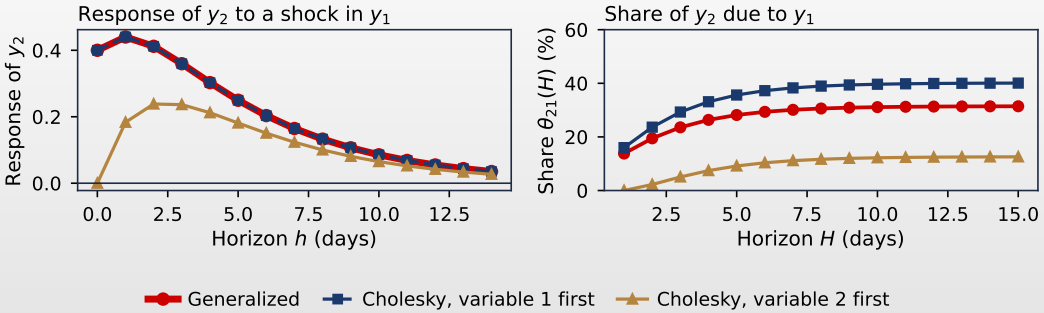
$$\psi_j^g(h) = \Phi_h \Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}}$$

  - $\Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}} = \mathbb{E}[\varepsilon_t \mid \varepsilon_{j,t} = \sqrt{\sigma_{jj}}]$ pentru șocuri Normale: se mișcă și băncile corelate; nu depinde de ordine
- Răspunsul **Cholesky** (ortogonalizat): $\Sigma = PP^\top$, P inferior triunghiulară

$$\psi_j^c(h) = \Phi_h P e_j$$

  - prima variabilă preia întregul șoc comun, ultima nimic: ordinea decide
  - pentru variabila pusă prima, cele două răspunsuri coincid

Răspunsurile la impuls ale unui VAR(1) simulat



- Două variabile: $A = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix}$, $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}4 \\ 0{,}4 & 1 \end{pmatrix}$
  - stînga: cu y_2 prima, y_2 nu reacționează la impact ($h = 0$); generalizat și Cholesky cu y_1 prima coincid
  - dreapta: proporția din dispersia lui y_2 datorată lui y_1 la $H = 10$: 40% sau 12% după ordinea Cholesky, 31% generalizat

Descompunerea dispersiei erorii de prognoză (FEVD)

- Eroarea de prognoză a lui y_i la H pași și dispersia ei

$$y_{t+H} - \mathbb{E}_t[y_{t+H}] = \sum_{h=0}^{H-1} \Phi_h \varepsilon_{t+H-h}, \qquad \mathrm{Var}_i(H) = \sum_{h=0}^{H-1} e_i^\top \Phi_h \Sigma \Phi_h^\top e_i$$

- **FEVD (*Forecast Error Variance Decomposition*, descompunerea dispersiei erorii de prognoză) generalizată** Pesaran & Shin (1998): proporția acestei dispersii datorată șocurilor lui j

$$\theta_{ij}(H) = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} \left(e_i^\top \Phi_h \Sigma e_j\right)^2}{\mathrm{Var}_i(H)}, \qquad \tilde{\theta}_{ij}(H) = \frac{\theta_{ij}(H)}{\sum_{k=1}^{N} \theta_{ik}(H)}$$

  - șocurile corelate sînt numărate la fiecare bancă afectată, deci $\sum_j \theta_{ij} > 1$; liniile se normalizează la suma 1 Diebold & Yilmaz (2014)

- **FEVD Cholesky**: aceeași formulă cu Pe_j în locul lui $\Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}}$

$$\theta_{ij}^c(H) = \sum_{h=0}^{H-1} \left(e_i^\top \Phi_h P e_j\right)^2 \Big/ \mathrm{Var}_i(H)$$

  - liniile au suma exact 1, dar ponderile depind de ordine (B2); cu Σ diagonală cele două coincid

Măsurile de conectivitate

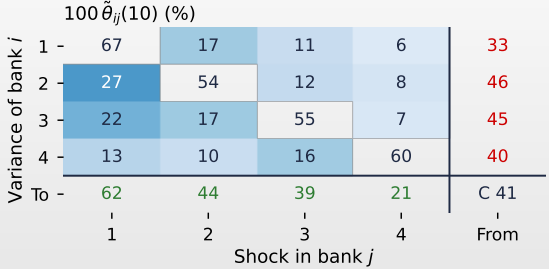
- Din tabelul normalizat $\tilde{\theta}_{ij}$ (linii: receptorii i, coloane: sursele j) Diebold & Yilmaz (2014)

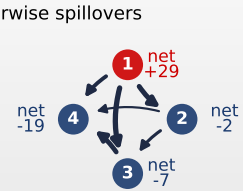
$$F_i = \sum_{j \neq i} \tilde{\theta}_{ij}, \qquad T_j = \sum_{i \neq j} \tilde{\theta}_{ij}, \qquad \mathrm{Net}_i = T_i - F_i, \qquad C = \frac{100}{N} \sum_{i \neq j} \tilde{\theta}_{ij}$$

  - F_i: primit de la ceilalți (suma liniei fără diagonală); T_j: transmis celorlalți (suma coloanei)
  - $\mathrm{Net}_i > 0$: transmițător net; C: conectivitatea totală, proporția (%) din dispersia erorilor de prognoză care trece de la o bancă la alta

- Exemplu: două bănci, liniile (0,7; 0,3) și (0,2; 0,8)
  - $F_1 = 0{,}3$, $F_2 = 0{,}2$; $T_1 = 0{,}2$, $T_2 = 0{,}3$
  - Net: banca 1 $-0{,}1$ (receptor), banca 2 $+0{,}1$ (transmițător); $C = \frac{100}{2}(0{,}3 + 0{,}2) = 25\%$

Un tabel de conectivitate și rețeaua lui





Net transmitter ($T_i - F_i > 0$) Net receiver Arrow $j \to i$: $\tilde{\theta}_{ij} > \tilde{\theta}_{ji}$

- Un VAR(1) simulat pentru patru bănci, în care banca 1 le influențează pe celelalte cu întîrziere; $H = 10$
  - Stînga: tabelul în %; ultima coloană F_i, ultimul rînd T_j, colțul $C = 41\%$
  - Dreapta: banca 1 este singurul transmițător net ($+29$); săgețile arată fluxurile nete pe perechi $\tilde{\theta}_{ij} - \tilde{\theta}_{ji}$

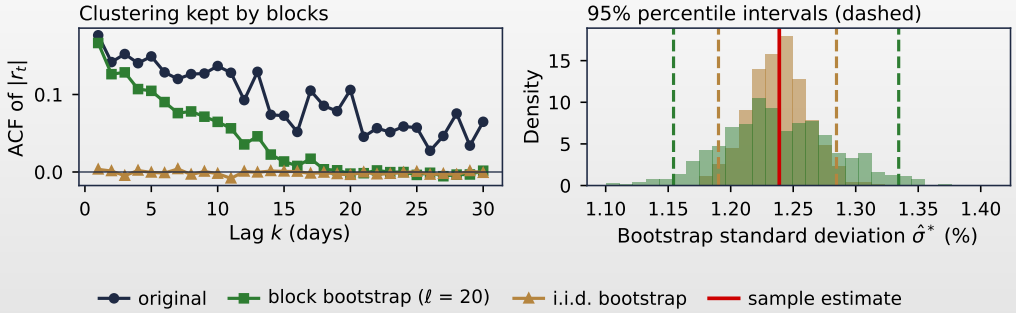
Bootstrap-ul pe blocuri suprapuse

- Incertitudinea de eșantionare a unei estimări $\hat{\theta}$ (de ex. ΔCoVaR, C) fără o formulă
  - $\hat{\theta}_b^*$: estimarea recalculată pe eșantionul bootstrap $b = 1, \ldots, B$ ($B = 999$)
- **Blocuri suprapuse** Künsch (1989): lipim $\lceil n/\ell \rceil$ blocuri $(X_s, \ldots, X_{s+\ell-\mathbf{1}})$ cu începuturi s aleatoare
  - $\ell = 20$ de zile păstrează gruparea volatilității (*volatility clustering*) în fiecare bloc; bootstrap-ul i.i.d. (independent și identic distribuit, $\ell = 1$) o distruge
  - se reeșantionează zile întregi (toate băncile împreună), deci dependența dintre bănci se păstrează
  - VAR (B3): blocuri de reziduuri $\hat{\varepsilon}_t$, apoi $y_t^* = \hat{c} + \sum_l \hat{A}_l y_{t-l}^* + \varepsilon_t^*$
- Ce raportăm: un interval de încredere (CI, *confidence interval*)

$$\mathrm{CI}_{\mathbf{95\%}} = \left[\hat{\theta}^*_{(\mathbf{2},\mathbf{5\%})},\ \hat{\theta}^*_{(\mathbf{97},\mathbf{5\%})}\right], \qquad \mathrm{se} = \mathrm{sd}(\hat{\theta}^*_{\mathbf{1}}, \ldots, \hat{\theta}^*_B), \qquad z = \hat{\theta}/\mathrm{se}$$

  - intervalul percentil; eroarea standard bootstrap; pentru $H_{\mathbf{0}}\colon \theta = 0$, $p = 2\,(1 - \Phi(|z|))$, respingem la 5% dacă $|z| > 1{,}96$

Blocuri față de reeșantionarea i.i.d.



- O serie GARCH simulată ($T = 2\,000$ de zile) cu gruparea volatilității
  - Stînga: reeșantionările pe blocuri păstrează autocorelația lui $|r_t|$ pînă la aproximativ $\ell = 20$ de laguri; cele i.i.d. nu o au deloc
  - Dreapta: intervalul pe blocuri pentru abaterea standard este de aproximativ două ori mai larg ([1,15; 1,33] față de [1,19; 1,29]): bootstrap-ul i.i.d. supraestimează precizia

Multe teste simultan: Holm, Wald și Spearman

- **Corecția descendentă** (*step-down*) Holm (1979): m teste, valorile p (*p-values*) ordonate $p_{(1)} \leq \cdots \leq p_{(m)}$

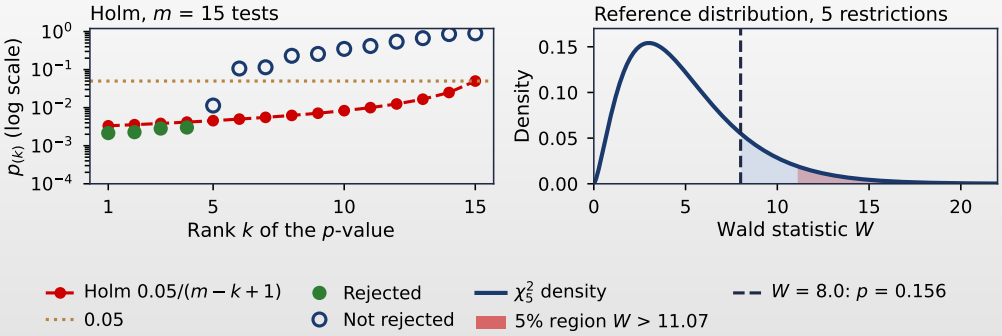
$$\text{respingem } H_{(k)} \text{ cît timp } p_{(k)} \leq \frac{0{,}05}{m-k+1},\ k = 1, 2, \ldots; \text{ ne oprim la primul eșec}$$

  - rata erorii pe familie (FWER) $\leq 5\%$: probabilitatea a cel puțin unei respingeri false, validă sub orice dependență
- **Testul Wald** că cele m contribuții sînt egale (B1, B4)

$$W = \hat{d}^{\top} \hat{V}^{-1} \hat{d} \ \sim\ \chi^2_{m-1} \text{ sub } H_0$$

  - $\hat{d}$: cele $m-1$ diferențe $\Delta\widehat{\mathrm{CoVaR}}_i - \Delta\widehat{\mathrm{CoVaR}}_m$; $\hat{V}$: covarianța lor pe extrageri bootstrap comune
  - folosește corelația estimărilor, pe care intervalele separate o ignoră; respingem dacă W depășește cuantila de 95% a lui χ^2_{m-1}
- Corelația de rang **Spearman** a două clasamente ale celor n bănci (B4)
  - $r_S = 1 - 6\sum_i d_i^2 / \big(n(n^2-1)\big)$, d_i: diferența celor două ranguri ale băncii i; 1: aceeași ordine, -1: ordine inversă

Pragurile Holm și distribuția de referință χ^2



- Stînga: 15 valori p simulate (4 din ipoteze nule false); 5 sînt sub 0,05, Holm respinge 4
  - pragul crește de la $0{,}05/15 = 0{,}0033$ la 0,05; testarea se oprește la primul punct de deasupra pragului său
- Dreapta: χ^2_5, referința testului Wald pentru șase bănci; valoarea critică de 5% este 11,07
  - valoarea p = aria din dreapta lui W observat: $W = 8{,}0$ dă $p = 0{,}156$, nu respingem

Pachetele de extindere: variante de CoVaR și teste

- CoVaR condiționat de pierderi **cel puțin** egale cu VaR Girardi & Ergün (2013) (A4, B5)

$$P\left(X^{sys} \leq -\mathrm{CoVaR}_{\alpha}^{\leq} \mid X_i \leq q_{\alpha}(X_i)\right) = \alpha$$

  - condiționează pe întreaga coadă a băncii, nu pe un punct; mai mare decît CoVaR cînd $\rho > 0$

- Testul Kupiec al raportului de verosimilitate (LR) pentru rata depășirilor Kupiec (1995), aplicat măsurilor sistemice de Banulescu-Radu, Hurlin, Leymarie & Scaillet (2021): x evenimente în n zile, rata nominală π_0, $\hat{\pi} = x/n$

$$LR = -2\left[x \ln \pi_0 + (n-x)\ln(1-\pi_0) - x \ln \hat{\pi} - (n-x)\ln(1-\hat{\pi})\right] \;\sim\; \chi^2_1$$

  - respingem la 5% dacă $LR > 3{,}84$; pentru evenimentul comun CoVaR $\pi_0 = \alpha^2$; puterea: probabilitatea de a respinge o rată greșită

- Erorile standard Newey–West Newey & West (1987) (B8): OLS cu erori autocorelate

$$\hat{\Omega} = \hat{\Gamma}_0 + \sum_{l=1}^{L} \left(1 - \frac{l}{L+1}\right)\left(\hat{\Gamma}_l + \hat{\Gamma}_l^{\top}\right), \qquad \hat{\Gamma}_l = \frac{1}{T}\sum_t \hat{u}_t \hat{u}_{t-l}\, x_t x_{t-l}^{\top}$$

  - $\hat{u}_t$: reziduul, x_t: regresorii, L: lagurile; $\widehat{\mathrm{Var}}(\hat{\beta}) = (X^{\top}X)^{-1}\, T\hat{\Omega}\, (X^{\top}X)^{-1}$; necesare pentru ferestrele mobile (*rolling*) suprapuse

Pachetele de extindere: GARCH–DCC și testele de stres

- Glosten–Jagannathan–Runkle (GJR) GARCH(1,1) (B6, B7): veștile proaste măresc dispersia mai mult

$$\sigma_t^{\mathbf{2}} = \omega + \left(\alpha_G + \gamma\, 1\{r_{t-\mathbf{1}} < 0\}\right) r_{t-\mathbf{1}}^{\mathbf{2}} + \beta_G\, \sigma_{t-\mathbf{1}}^{\mathbf{2}}$$

  - $\omega > 0$; α_G: reacția la știri; $\gamma > 0$: reacția suplimentară la pierderi; β_G: memoria; persistența $\alpha_G + \gamma/2 + \beta_G < 1$; indicele G deosebește α_G de probabilitatea cozii α
- DCC(1,1): o corelație variabilă în timp a reziduurilor standardizate ε_t
  - $Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a\, \varepsilon_{t-\mathbf{1}} \varepsilon_{t-\mathbf{1}}^{\top} + b\, Q_{t-\mathbf{1}}$, $\rho_t = Q_{\mathbf{12},t} / \sqrt{Q_{\mathbf{11},t} Q_{\mathbf{22},t}}$; $\bar{Q}$: matricea corelațiilor lui ε_t
- Testul invers de stres (A7, A8): cea mai probabilă mișcare a factorilor f cu pierderea ℓ^*, $f \sim N(0, \Sigma)$
  - maximizăm densitatea, adică minimizăm pătratul distanței Mahalanobis $d^{\mathbf{2}} = f^{\top} \Sigma^{-\mathbf{1}} f$, cu restricția $-b^{\top} f = \ell^*$ (b: expunerile)
  - d: distanța în abateri standard care ține cont de corelație; factori Student-t (A8): aceeași direcție, probabilitate mai mare în coadă

Harta exercițiilor

Exercițiul	Întrebarea	Tipul	Model
A1	ΔCoVaR sub distribuția Normală	Rezolvat	–
A2	de ce suma ponderată a MES este ES al portofoliului	Rezolvat	–
A3	descompunerea generalizată a dispersiei	Rezolvat	–
B1	diferă băncile americane prin ΔCoVaR 5%?	Rezolvat	–
B2, B3	robustețea și intervalele conectivității	Rezolvat	–
C1	ce este greșit într-un răspuns AI?	Propus	A1, A2
B4	băncile europene: care este cea mai sistemică?	Propus, temă	B1
Pachete de extindere	A4–A8, B5–B10, C2, C3 (opționale, după curs)	Rezolvate și propuse (indicat la fiecare cerință)	indicat în fiecare enunț

- **[Rezolvat]**: rezolvarea completă în slide-uri și în notebook, un model de urmat; **[Propus]**: îl rezolvați dumneavoastră, rezolvarea se discută la seminar
- Partea A: derivări pe hîrtie; Partea B: estimare și inferență pe date reale, fiecare încheiată cu o întrebare de interpretare; Partea C: critica unui răspuns AI și întrebări deschise

A1 [Rezolvat]: derivarea CoVaR sub distribuția Normală — enunț

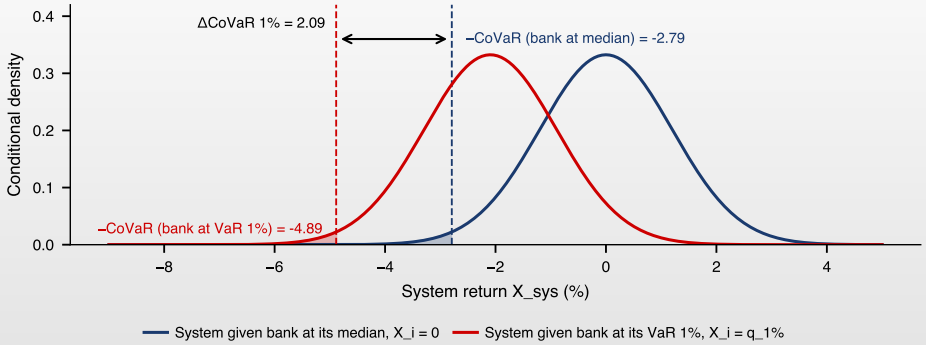
- **Întrebarea**: Cît adaugă o bancă aflată în dificultate la pierderea din coadă a sistemului cînd randamentele au distribuția Normală?
- **Date și ipoteze**
  - (X_i, X^{sys}): randamentele zilnice (%) ale băncii i și ale sistemului, cu distribuție Normală bivariată, medii zero, abateri standard σ_i, σ_{sys} și corelație $\rho > 0$
  - Dificultatea băncii: $X_i = q_\alpha(X_i) = \sigma_i z_\alpha$, cu $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha) < 0$; starea mediană: $X_i = 0$; CoVaR este minus cuantila α a lui X^{sys}, o pierdere pozitivă Adrian & Brunnermeier (2016)
  - Cifrele pentru (c): $\sigma_i = 2\%$, $\sigma_{sys} = 1{,}5\%$, $\rho = 0{,}6$, $\alpha = 1\%$
- **Cerințe**
  (a) Proiectați X^{sys} pe X_i și determinați distribuția lui X^{sys} condiționată de $X_i = x$ (media și dispersia).
  (b) Derivați CoVaR_α (condiționat de $X_i = \sigma_i z_\alpha$), CoVaR în starea mediană (condiționat de $X_i = 0$) și $\Delta\mathrm{CoVaR}_\alpha$ ca diferența lor; arătați că $\Delta\mathrm{CoVaR}_\alpha$ nu depinde de σ_i.
  (c) Calculați VaR 1% al băncii, CoVaR 1%, CoVaR în starea mediană și ΔCoVaR 1% pentru cifrele de mai sus.
- **Raportați**
  - Media și abaterea standard condiționate, cele trei formule închise de la (b) și cele patru cifre de la (c), cu fiecare produs intermediar
- **Interpretare**
  - O bancă de două ori mai volatilă, cu același ρ, are același ΔCoVaR: ce implică acest rezultat pentru ordonarea băncilor după propriul VaR?
- Notebook: secțiunea A1

înapoi Lista exercițiilor

A1 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- (a) Proiecția: $X^{sys} = \beta X_i + U$ cu $\beta = \mathrm{Cov}(X^{sys}, X_i)/\sigma_i^2 = \rho\sigma_{sys}/\sigma_i$, iar U are distribuția Normală și este independentă de X_i.
- Dispersia reziduului: $\mathrm{Var}(U) = \sigma_{sys}^2 - \beta^2\sigma_i^2 = \sigma_{sys}^2(1-\rho^2)$.
- Rezultat: $X^{sys} \mid X_i = x \sim N\big(\rho\frac{\sigma_{sys}}{\sigma_i}x,\ \sigma_{sys}^2(1-\rho^2)\big)$.
- (b) Cuantila de ordin α, condiționată de x, este $\rho\frac{\sigma_{sys}}{\sigma_i}x + \sigma_{sys}\sqrt{1-\rho^2}\,z_\alpha$.
- La $x = \sigma_i z_\alpha$: $\mathrm{CoVaR}_\alpha = -\sigma_{sys}z_\alpha(\rho + \sqrt{1-\rho^2})$; la $x = 0$: $\mathrm{CoVaR}_\alpha^{50\%} = -\sigma_{sys}\sqrt{1-\rho^2}\,z_\alpha$.
- Diferența: $\Delta\mathrm{CoVaR}_\alpha = -\rho\,\sigma_{sys}z_\alpha$; σ_i se simplifică, pentru că starea de dificultate x crește cu σ_i, iar panta scade cu $1/\sigma_i$.

A1 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)



- Albastru: sistemul cînd banca este la mediană; roșu: cînd banca este la VaR 1%; hașurat: cozile de 1%; distanța dintre liniile întrerupte este ΔCoVaR 1%

A1 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- (c) $z_{\mathbf{1\%}} = -2{,}326$; VaR 1% al băncii: $-\sigma_i z_{\mathbf{1\%}} = 2 \cdot 2{,}326 = 4{,}65\%$.
- Panta $\rho\sigma_{sys}/\sigma_i = 0{,}6 \cdot 1{,}5/2 = 0{,}45$; abaterea standard condiționată $1{,}5\sqrt{1 - 0{,}36} = 1{,}20\%$.
- CoVaR 1%: $0{,}45 \cdot 4{,}65 + 1{,}20 \cdot 2{,}326 = 2{,}094 + 2{,}792 = 4{,}885\%$.
- Starea mediană: $1{,}20 \cdot 2{,}326 = 2{,}792\%$; deci $\Delta\mathrm{CoVaR}_{\mathbf{1\%}} = 0{,}6 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}326 = 2{,}094\%$, primul termen de mai sus.
- Interpretare: cînd banca trece de la mediană la VaR, sistemul pierde în plus aproximativ 2,09 puncte; dublarea lui σ_i dublează VaR, dar lasă ΔCoVaR neschimbat.
- Riscul propriu și contribuția la riscul sistemic sînt mărimi diferite: un clasament după VaR nu este un clasament sistemic.

MFM_ch18_seminar

A2 [Rezolvat]: MES ca contribuție Euler — enunț

- **Întrebarea**: De ce suma ponderată a valorilor MES ale activelor este exact ES al portofoliului?
- **Date și ipoteze**
  - Portofoliul $X_p = \sum_i w_i X_i$ de randamente zilnice, cu distribuție continuă; $q_\alpha(w)$ este cuantila lui de ordin α
  - $\mathrm{ES}_\alpha(X_p) = -\frac{1}{\alpha}\mathbb{E}[X_p \mathbf{1}\{X_p \le q_\alpha\}]$ și $\mathrm{MES}_{i,\alpha} = -\mathbb{E}[X_i \mid X_p \le q_\alpha]$ Acharya et al. (2017)
  - Datele pentru (c): randamente cu distribuția Normală multivariată, medii zero, $w = (0{,}5; 0{,}5)$, $\sigma = (2\%, 3\%)$, $\rho = 0{,}5$, $\alpha = 5\%$
- **Cerințe**
  - (a) Derivați ES_α în raport cu w_i, inclusiv efectul lui w_i asupra cuantilei, pentru a arăta că $\partial \mathrm{ES}_\alpha / \partial w_i = \mathrm{MES}_{i,\alpha}$; apoi folosiți omogenitatea pentru a arăta că $\mathrm{ES}_\alpha = \sum_i w_i \mathrm{MES}_{i,\alpha}$.
  - (b) Pentru randamente cu distribuție Normală multivariată și medii zero, arătați că $\mathrm{MES}_{i,\alpha} = \beta_{i,p}\mathrm{ES}_\alpha(X_p)$ cu $\beta_{i,p} = \mathrm{Cov}(X_i, X_p)/\sigma_p^2$ și $\mathrm{ES}_\alpha(X_p) = \sigma_p \varphi(z_\alpha)/\alpha$.
  - (c) Calculați σ_p, $\mathrm{ES}_{5\%}$, ambele beta și ambele MES pentru cifrele de mai sus și verificați suma Euler.
- **Raportați**
  - σ_p, $\varphi(z_{5\%})/0{,}05$, $\mathrm{ES}_{5\%}$, β, MES și verificarea $\sum_i w_i \mathrm{MES}_i = \mathrm{ES}_{5\%}$
- **Interpretare**
  - Activul 2 reprezintă jumătate din portofoliu: ce proporție din ES îi revine?
  - De ce este MES, nu volatilitatea, cheia potrivită pentru alocarea riscului de coadă (*tail risk*)?
- Notebook: secțiunea A2

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A2 [Rezolvat]: rezolvare (1/2)

- (a) Scriem $\alpha \mathrm{ES}_\alpha = -\mathbb{E}[X_p \mathbf{1}\{X_p \le q(w)\}]$; derivînd sub semnul mediei obținem termenul direct $-\mathbb{E}[X_i \mathbf{1}\{X_p \le q\}]$.
- Termenul de frontieră este $-q \, \frac{\partial}{\partial w_i} P(X_p \le q(w))$: masa de probabilitate care traversează frontiera, unde $X_p = q$.
- $P(X_p \le q(w)) = \alpha$ pentru orice w, deci această derivată este zero și $\partial \mathrm{ES}_\alpha / \partial w_i = -\frac{\mathbf{1}}{\alpha} \mathbb{E}[X_i \mathbf{1}\{X_p \le q\}] = \mathrm{MES}_{i,\alpha}$.
- Omogenitatea: $\mathrm{ES}_\alpha(tX_p) = t \, \mathrm{ES}_\alpha(X_p)$, deci teorema lui Euler dă $\mathrm{ES}_\alpha = \sum_i w_i \, \partial \mathrm{ES}_\alpha / \partial w_i = \sum_i w_i \mathrm{MES}_{i,\alpha}$ Gouriéroux, Laurent & Scaillet (2000).
- (b) Regresia Normală: $\mathbb{E}[X_i \mid X_p] = \beta_{i,p} X_p$, deci $\mathrm{MES}_{i,\alpha} = -\beta_{i,p} \mathbb{E}[X_p \mid X_p \le q] = \beta_{i,p} \mathrm{ES}_\alpha(X_p)$.
- Pentru $X_p \sim N(0, \sigma_p^2)$, $\mathrm{ES}_\alpha = \sigma_p \varphi(z_\alpha)/\alpha$; iar $\sum_i w_i \beta_{i,p} = w^\top \Sigma w / \sigma_p^2 = 1$ confirmă suma Euler.

A2 [Rezolvat]: rezolvare (2/2)

- (c) Covarianța $\rho\sigma_1\sigma_2 = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 3 = 3$; $\sigma_p^2 = 0{,}25 \cdot 4 + 2 \cdot 0{,}25 \cdot 3 + 0{,}25 \cdot 9 = 4{,}75$, deci $\sigma_p = 2{,}179\%$.
- $\varphi(z_{5\%})/0{,}05 = 2{,}063$, deci $\mathrm{ES}_{5\%} = 2{,}179 \cdot 2{,}063 = 4{,}50\%$.
- $\mathrm{Cov}(X_i, X_p) = (\Sigma w)_i = (3{,}5; 6{,}0)$; $\beta = (3{,}5; 6{,}0)/4{,}75 = (0{,}737; 1{,}263)$.
- $\mathrm{MES} = \beta \cdot 4{,}50 = (3{,}31; 5{,}68)\%$; verificare: $0{,}5(3{,}31 + 5{,}68) = 4{,}50\% = \mathrm{ES}_{5\%}$.
- Interpretare: cu o pondere de jumătate în portofoliu, activului 2 îi revine 63% din ES, pentru că este mai puternic corelat cu portofoliul în coada distribuției.
- MES împarte aditiv pierderea din coadă și folosește variația comună cu portofoliul, pe care volatilitatea singură o ignoră.

A3 [Rezolvat]: derivarea FEVD generalizate — enunț

- **Întrebarea**: Cum se împarte dispersia erorii de prognoză a unei bănci între șocurile tuturor băncilor?
- **Date și ipoteze**
  - VAR(1) stabil $y_t = A y_{t-\mathbf{1}} + \varepsilon_t$ (valori proprii de modul sub 1), ε_t necorelate serial, cu medie zero și distribuția Normală multivariată, cu $\mathrm{Cov}(\varepsilon_t) = \Sigma = (\sigma_{ij})$ pozitiv definită; $\Phi_h = A^h$; e_j: al j-lea vector unitar
  - Impulsul generalizat Pesaran & Shin (1998): un șoc de o abatere standard $\delta_j = \sqrt{\sigma_{jj}}$ asupra variabilei j, celelalte șocuri la media lor condiționată
  - Cifrele pentru (b): $A = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}4 \end{pmatrix}$, $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 1 \end{pmatrix}$
- **Cerințe**
  - (a) Arătați că $\mathbb{E}[\varepsilon_t \mid \varepsilon_{jt} = \delta_j] = \Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}}$ și derivați ponderea $\theta_{ij}(H)$ din dispersia erorii de prognoză la H pași a lui i datorată șocurilor lui j.
  - (b) Calculați θ, sumele pe linii, tabelul normalizat pe linii $\tilde{\theta}$ și conectivitatea totală C la $H = 1$ și $H = 2$.
  - (c) Calculați descompunerea Cholesky la $H = 1$ (variabila 1 prima); arătați că, pentru Σ diagonală, cele două coincid.
- **Raportați**
  - θ și $\tilde{\theta}$ cu sumele pe linii și C la $H = 1, 2$, cu $A\Sigma$ și $\mathrm{diag}(A\Sigma A^\top)$; tabelul Cholesky
- **Interpretare**
  - De ce nu însumează unu liniile tabelului generalizat?
  - Ce decide ordinea Cholesky?
- Notebook: secțiunea A3

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A3 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- (a) Pentru șocuri Normale $\mathbb{E}[\varepsilon_t \mid \varepsilon_{jt}] = \Sigma e_j \, \varepsilon_{jt} / \sigma_{jj}$; la $\varepsilon_{jt} = \sqrt{\sigma_{jj}}$ aceasta este $\Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}}$.
- Răspunsul variabilei i după h pași: $e_i^\top \Phi_h \Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}}$; dispersia erorii de prognoză la H pași a lui i este $\sum_{h<H} e_i^\top \Phi_h \Sigma \Phi_h^\top e_i$.
- Ponderea: $\theta_{ij}(H) = \dfrac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h<H} (e_i^\top \Phi_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h<H} e_i^\top \Phi_h \Sigma \Phi_h^\top e_i}$.
- Normalizarea $\tilde{\theta}_{ij} = \theta_{ij} / \sum_j \theta_{ij}$ și conectivitatea totală $C = \frac{100}{N} \sum_{i \neq j} \tilde{\theta}_{ij}$ Diebold & Yilmaz (2014).

A3 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)

- (b) $H = 1$ ($\Phi_{\mathbf{0}} = I$): $\theta_{ij} = \sigma_{ij}^{\mathbf{2}}/(\sigma_{ii}\sigma_{jj})$, deci $\theta = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}25 \\ 0{,}25 & 1 \end{pmatrix}$, sumele pe linii 1,25.
- Normalizat: $\tilde{\theta} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}8 \end{pmatrix}$, deci $C = 100(0{,}2 + 0{,}2)/2 = 20{,}0\%$.
- $H = 2$ adaugă $\Phi_{\mathbf{1}} = A$: $A\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}60 & 0{,}45 \\ 0{,}30 & 0{,}45 \end{pmatrix}$, $\operatorname{diag}(A\Sigma A^{\top}) = (0{,}39; 0{,}21)$; numitorii 1,39 și 1,21.
- Numărătorii $\sigma_{ij}^{\mathbf{2}} + (A\Sigma)_{ij}^{\mathbf{2}}$: linia 1 $(1{,}3600; 0{,}4525)$, linia 2 $(0{,}3400; 1{,}2025)$; deci $\theta = \begin{pmatrix} 0{,}978 & 0{,}326 \\ 0{,}281 & 0{,}994 \end{pmatrix}$, sumele pe linii 1,304 și 1,275.
- Ponderile normalizate din afara diagonalei 0,250 și 0,220, deci $C = 100(0{,}250 + 0{,}220)/2 = 23{,}5\%$.

A3 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- (c) Cholesky cu variabila 1 prima: $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}5 & \sqrt{0{,}75} \end{pmatrix}$, $PP^\top = \Sigma$; la $H = 1$ ponderile sînt pătratele elementelor de pe liniile lui P: $(1, 0)$ și $(0{,}25; 0{,}75)$.
- Întregul șoc comun este atribuit variabilei 1, prima în ordine.
- Σ diagonală: $\Sigma e_j / \sqrt{\sigma_{jj}} = \sqrt{\sigma_{jj}}\, e_j = Pe_j$ cu $P = \Sigma^{\mathbf{1/2}}$ factorul Cholesky diagonal: impulsurile coincid, iar liniile însumează deja unu.
- Interpretare: liniile lui θ depășesc unu pentru că un șoc corelat este numărat la ambele variabile; normalizarea corectează suma fără să impună o ordine.
- Cu Cholesky, ordinea, nu datele, decide cine primește șocul comun; legăturile întîrziate din A cresc C de la 20,0% la 23,5% între $H = 1$ și $H = 2$.

B1 [Rezolvat]: ΔCoVaR 5% pentru băncile americane, cu teste — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Diferă cele șase bănci americane prin contribuția lor la riscul sistemic?
- **Date și ipoteze**
  - Prețurile ajustate ale celor șase bănci americane (datele cursului): JPMorgan, Bank of America, Citigroup, Goldman Sachs, Morgan Stanley, Wells Fargo
  - Eșantion: 5 ianuarie 2010 – 18 septembrie 2026, 3 961 de randamente log (%) între date de tranzacționare comune celor 13 bănci și celor patru indici (aliniem întîi prețurile pe datele comune)
  - Sistemul băncii i: portofoliul cu ponderi egale al celorlalte cinci bănci Adrian & Brunnermeier (2016); nivelul $\alpha = 5\%$, aproximativ 198 de zile în coadă
- **Cerințe**
  (a) Pentru fiecare bancă, estimați regresia cuantilă $q_{5\%}(X_t^{sys} \mid X_{i,t}) = a_{5\%} + b_{5\%} X_{i,t}$ și calculați VaR 5%, CoVaR 5% și ΔCoVaR 5% cu formulele din Estimarea CoVaR prin regresie cuantilă.
  (b) Construiți intervale percentile de 95% pentru ΔCoVaR cu bootstrap pe blocuri suprapuse (blocuri de 20 de zile) Künsch (1989) și cu bootstrap i.i.d., cîte 999 de reeșantionări.

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B1 [Rezolvat]: ΔCoVaR 5% pentru băncile americane, cu teste — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (c) Testați $H_0 : b_{5\%} = b_{50\%}$ pentru fiecare bancă cu $z = (\hat{b}_{5\%} - \hat{b}_{50\%})/\mathrm{se}$ (se din bootstrap pe blocuri) la nivelul de 5%, cu și fără corecția Holm Holm (1979).
  - (d) Testați egalitatea ΔCoVaR pentru cele 15 perechi pe extrageri comune (aceleași zile reeșantionate pentru toate băncile), cu Holm, și pentru toate cele șase bănci împreună, cu un test Wald (χ^2_5).
- **Raportați**
  - Un tabel cu $\hat{b}_{5\%}$, ΔCoVaR, ambele intervale, $\hat{b}_{5\%} - \hat{b}_{50\%}$ și valoarea p; un grafic cu cele două intervale pentru fiecare bancă
  - Numărul respingerilor la (c) și (d), brut și după Holm; statistica Wald, valoarea p și decizia
- **Interpretare**
  - De ce este intervalul pe blocuri mai larg decît cel i.i.d.?
  - Pot intervalele marginale suprapuse să ascundă o diferență semnificativă?
  - De ce este banca i exclusă din propriul sistem?
- Notebook: secțiunea B1

B1 [Rezolvat]: rezolvare (1/4)

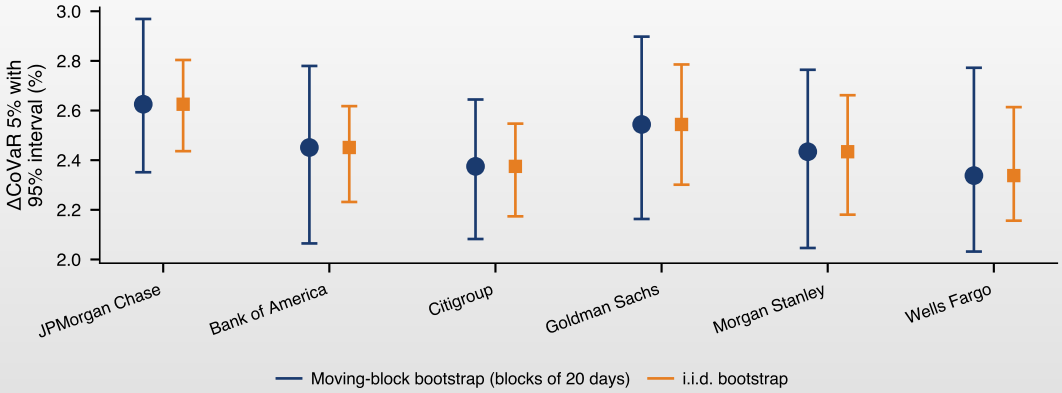
- Pasul 1: pentru fiecare bancă, randamentul sistemului este $X_t^{sys} = \frac{1}{5}\sum_{j\neq i} X_{j,t}$; estimăm regresiile cuantile la 5% și la 50%.
- Pasul 2: înlocuim cuantilele empirice: $\mathrm{CoVaR}_{\mathbf{5\%}} = -(\hat{a} + \hat{b}\hat{q}_{\mathbf{5\%}})$ și $\Delta\mathrm{CoVaR}_{\mathbf{5\%}} = \hat{b}(\hat{q}_{\mathbf{50\%}} - \hat{q}_{\mathbf{5\%}})$.
- Exemplu, JPMorgan: VaR 5% $= 2{,}66\%$, $\hat{q}_{\mathbf{50\%}} - \hat{q}_{\mathbf{5\%}} = 2{,}7365$, $\hat{b}_{\mathbf{5\%}} = 0{,}9594$, deci $\Delta\mathrm{CoVaR}_{\mathbf{5\%}} = 0{,}9594 \cdot 2{,}7365 = 2{,}63\%$; CoVaR 5% $= 3{,}81\%$.
- Pasul 3: extragem 999 de eșantioane din blocuri de 20 de zile (bootstrap pe blocuri) și 999 din zile individuale (i.i.d.), reestimăm pe fiecare și luăm percentilele 2,5% și 97,5%.
- Pasul 4: în fiecare extragere pe blocuri calculăm toate cele șase $\hat{b}_{\mathbf{5\%}} - \hat{b}_{\mathbf{50\%}}$ și toate cele șase ΔCoVaR pe aceleași zile; abaterile standard ale extragerilor sînt erorile standard, iar covarianța lor intră în testul Wald.

B1 [Rezolvat]: rezolvare (2/4)

	$\hat{b}_{5\%}$	ΔCoVaR	interval 95% blocuri	interval 95% i.i.d.	$\hat{b}_{5\%} - \hat{b}_{50\%}$	p
JPMorgan	0,96	2,63	[2,35; 2,97]	[2,44; 2,80]	−0,002	0,872
Bank of America	0,76	2,45	[2,06; 2,78]	[2,23; 2,62]	−0,017	0,426
Citigroup	0,72	2,38	[2,08; 2,64]	[2,17; 2,55]	−0,040	0,015
Goldman Sachs	0,89	2,54	[2,16; 2,90]	[2,30; 2,79]	0,044	0,045
Morgan Stanley	0,72	2,43	[2,05; 2,76]	[2,18; 2,66]	−0,009	0,751
Wells Fargo	0,81	2,34	[2,03; 2,77]	[2,16; 2,61]	0,032	0,206

- (a) Toate cele șase contribuții sînt între 2,34% și 2,63% pierdere suplimentară a sistemului; pantele sînt între 0,72 și 0,96.
- (b) Intervalele pe blocuri sînt mai largi (JPMorgan: lățime 0,62 față de 0,37 puncte): zilele din coadă se grupează în crize, iar bootstrap-ul i.i.d. desparte grupările.

B1 [Rezolvat]: rezolvare (3/4)



MFM_ch18_seminar

B1 [Rezolvat]: rezolvare (4/4)

- (c) Citigroup: $z = -0{,}0398/0{,}0164 \approx -2{,}42$, $p = 0{,}015$, ipoteza este respinsă la 5%; JPMorgan: $z = -0{,}16$, $p = 0{,}872$, ipoteza nu este respinsă; în total, ipoteza este respinsă pentru 2 din 6 bănci și pentru 0 după Holm.
- (d) 2 din 15 perechi diferă la 5%, 0 după Holm; Wald $\chi^2_5 = 13{,}8$, $p = 0{,}017 < 0{,}05$: respingem ipoteza că toate cele șase contribuții sînt egale.
- Interpretare: testul comun detectează diferențe pe care intervalele marginale suprapuse le ascund, pentru că folosește corelația pozitivă a estimărilor între bănci.
- Banca i este exclusă din sistem: altfel X_i ar apărea de ambele părți ale regresiei și ar adăuga o autocontribuție mecanică la $\hat{b}$ (cu w ponderea băncii în sistem și b panta față de restul, panta devine $w + (1 - w)b$).

MFM_ch18_seminar

B2 [Rezolvat]: robustețea indicelui de conectivitate — enunț

- **Întrebarea**: Cît de mult schimbă deciziile de modelare indicele de conectivitate?
- **Date și ipoteze**
  - Prețurile maxime și minime zilnice ale celor 13 bănci (datele cursului; șase americane, cinci europene, Banca Transilvania și BRD), 2010–2026, zile comune
  - Volatilitatea Parkinson $\hat{\sigma}_t$ din Volatilitatea Parkinson din amplitudinea zilnică, folosită în logaritm; ordinea variabilelor: băncile americane primele, cele românești ultimele
  - Conectivitatea generalizată Diebold & Yilmaz (2014) cu descompunerea din Pesaran & Shin (1998) (A3)
- **Cerințe**
  (a) Estimați VAR(p) prin OLS pentru $p = 1, \ldots, 4$ și calculați conectivitatea totală C la $H = 5, 10, 20$ (12 valori).
  (b) Cu $p = 1$, $H = 10$, calculați C și poziția netă însumată a celor șase bănci americane cu descompunerea generalizată și cu Cholesky, întîi în ordinea indicată (băncile americane primele), apoi cu întreaga ordine inversată (băncile românești primele).
- **Raportați**
  - Tabelul 4×3 și graficul de la (a); cele trei totaluri și cele trei poziții nete de la (b)
- **Interpretare**
  - Ce decizie metodologică modifică cel mai mult indicele?
  - De ce schimbă ordinea Cholesky poziția netă a băncilor americane?
- Notebook: secțiunea B2

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

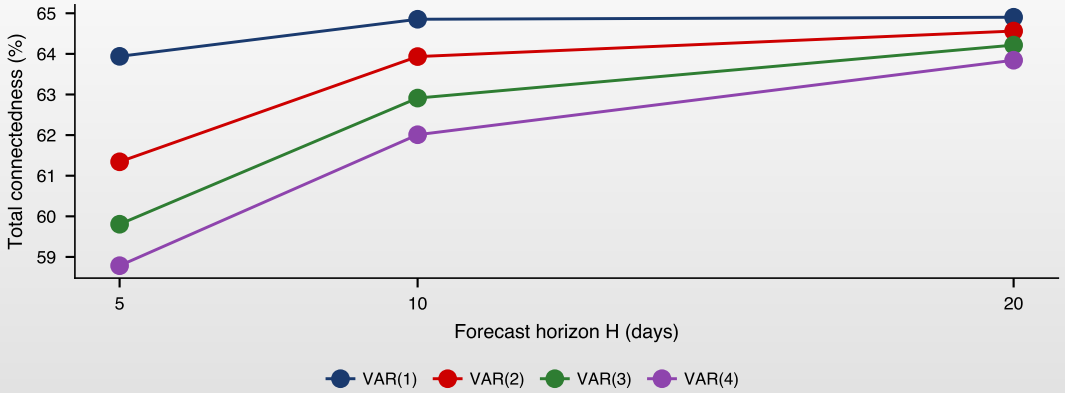
B2 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- Pași: (1) logaritmul volatilităților Parkinson; (2) VAR(p) cu termen liber prin OLS și covariança reziduurilor $\hat{\Sigma}$; (3) Φ_h pentru $h < H$; (4) ponderile generalizate, liniile normalizate; (5) $C = \frac{100}{13} \sum_{i \neq j} \tilde{\theta}_{ij}$.

C (%)	$H = 5$	$H = 10$	$H = 20$
VAR(1)	63,9	64,9	64,9
VAR(2)	61,3	63,9	64,6
VAR(3)	59,8	62,9	64,2
VAR(4)	58,8	62,0	63,8

- (a) Indicele variază între 58,8% ($p = 4$, $H = 5$) și 64,9% ($p = 1$, $H = 20$): o diferență de 6,1 puncte pentru toate cele 12 specificații.

B2 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)



MFM_ch18_seminar

B2 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- (b) Totaluri: Cholesky 44,1% (americane primele) și 43,5% (românești primele), față de generalizat 64,9%.
- Poziția netă a băncilor americane: $+65{,}9$ (americane primele), $-96{,}0$ (românești primele), $+53{,}2$ (generalizat).
- Interpretare: alegerea descompunerii schimbă cel mai mult indicele; Cholesky atribuie șocul comun variabilelor puse primele, deci ordinea, nu datele, decide cine transmite: folosiți descompunerea generalizată.

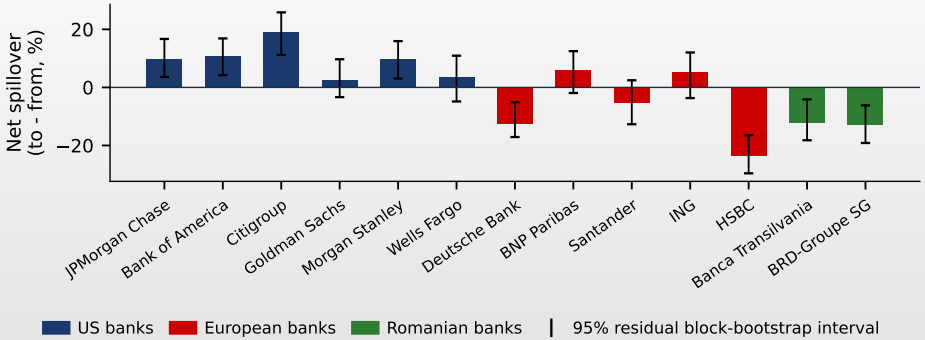
MFM_ch18_seminar

B3 [Rezolvat]: spillover-urile nete identificate de date — enunț

- **Întrebarea**: Ce etichete de transmițător și receptor din rețea rezistă erorii de estimare?
- **Date și ipoteze**
  - Logaritmul volatilităților Parkinson ale celor 13 bănci (B2), 2010–2026; ordinul VAR $p = 2$ ales prin BIC (pînă la 5 laguri), $H = 10$, descompunerea generalizată Diebold & Yilmaz (2014)
  - Fereastra vîrfului: cele 250 de zile care se încheie pe 2020-08-27, ziua în care conectivitatea totală pe ferestre mobile de 250 de zile (VAR(2), $H = 10$) atinge maximul
- **Cerințe**
  (a) Construiți 999 de eșantioane bootstrap: reeșantionați vectorii completi de reziduuri pentru cele 13 bănci în aceleași blocuri de 20 de zile, reconstruiți seriile cu VAR-ul estimat, reestimați VAR-ul și recalculați tabelul de conectivitate.
  (b) Raportați intervale percentile de 95% pentru C și pentru cele 13 poziții nete; numiți o bancă transmițător (receptor) doar dacă intervalul ei se află integral deasupra (sub) zero.
  (c) Repetați (a)–(b) pentru C în fereastra vîrfului și comparați media bootstrap cu estimarea.
- **Raportați**
  - C cu intervalul; un grafic cu cele 13 poziții nete și intervalele lor; băncile identificate; estimarea, intervalul și media bootstrap în fereastra vîrfului
- **Interpretare**
  - Ce etichete de „transmițător” și „receptor” rezistă?
  - De ce diferă, în fereastra scurtă, media bootstrap a lui C de estimarea punctuală?
- Notebook: secțiunea B3

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B3 [Rezolvat]: rezolvare (1/2)



- Pozițiile nete cu intervale de 95%; o etichetă este identificată doar dacă intervalul ei exclude zero.

B3 [Rezolvat]: rezolvare (2/2)

- Pași: (1) VAR(2) prin OLS, reziduurile $\hat{\varepsilon}_t$; (2) reeșantionăm blocuri de 20 de zile din $\hat{\varepsilon}_t$; (3) reconstruim $y_t^* = \hat{c} + \sum_{l=1}^{2} \hat{A}_l y_{t-l}^* + \varepsilon_t^*$ ($\hat{c}$, $\hat{A}_l$: constantele și coeficienții VAR estimați, ε_t^*: reziduurile reeșantionate), pornind de la primele 2 valori observate; (4) reestimăm, recalculăm tabelul; (5) percentilele pe 999 de extrageri.
- (a)–(b) Întreaga perioadă: $C = 63{,}9\%$, interval $[59{,}9; 65{,}8]$.
- 8 din 13 poziții nete exclud zero: JPMorgan, Bank of America, Citigroup, Morgan Stanley, Deutsche Bank, HSBC (grupul HSBC Holdings plc), Banca Transilvania, BRD-Groupe SG (SG: Société Générale); intervalele sînt marginale, fără corecție pentru testare multiplă; pentru celelalte cinci, semnul poziției nete nu se distinge statistic de zero.
- (c) Vîrful din 2020 (250 de zile pînă la 2020-08-27): $C = 79{,}3\%$, interval $[65{,}9; 83{,}0]$, media bootstrap 75,8%, adică $-3{,}5$ puncte față de estimare.
- Interpretare: diferența dintre media bootstrap și estimare este o estimare bootstrap a deplasării în eșantion finit: în ferestrele scurte indicele este deplasat, nu doar zgomotos; zgomotul de eșantionare din coeficienții OLS este o sursă plauzibilă Demirer et al. (2018).
- Raportați intervalul lîngă fiecare cifră netă și desenați pe graficul rețelei doar etichetele identificate.

MFM_ch18_spillover_uncertainty

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — răspunsul

- **Cererea studentului**: „Banca i și sistemul au distribuție Normală bivariată cu medii zero: $\sigma_i = 2{,}5\%$, $\sigma_{sys} = 1{,}2\%$, $\rho = 0{,}5$. Calculează CoVaR 1%, ΔCoVaR 1%, MES 5% (sistemul este piața) și SRISK cu $W = 100$, $D = 1\,100$, $k = 8\%$, LRMES $= 40\%$."
  - W: valoarea de piață a capitalului propriu; D: valoarea contabilă a datoriilor; k: raportul prudențial de capital
- **Răspunsul asistentului AI**
  - $\mathrm{VaR}_i = 2{,}5 \cdot 2{,}326 = 5{,}82\%$; $X^{sys} \mid X_i = x \sim N(0{,}24\,x,\ 1{,}04^2)$
  - CoVaR condiționează pe banca aflată la VaR, $X_i = \mathrm{VaR}_i = 5{,}82$: cuantila 1% este $0{,}24 \cdot 5{,}82 - 1{,}04 \cdot 2{,}326 = -1{,}02$, deci $\mathrm{CoVaR} = 1{,}02\%$
  - Starea mediană: $1{,}04 \cdot 2{,}326 = 2{,}42\%$; $\Delta\mathrm{CoVaR} = 1{,}02 - 2{,}42 = -1{,}40\%$: banca **reduce** riscul sistemic
  - MES este pierderea așteptată a băncii în propria coadă de 5%: $\mathrm{MES} = 2{,}5 \cdot \varphi(1{,}645)/0{,}05 = 5{,}16\%$
  - $\mathrm{SRISK} = kD - (1 - \mathrm{LRMES})\,W = 88 - 60 = 28$

Înapoi Lista exercițiilor

C1 [Propus]: critica unui răspuns AI — enunț

- Răspunsul de pe slide-ul anterior conține **trei erori**; fiecare afectează una sau mai multe cifre ori interpretări
  - Model: A1, A2 și formula SRISK din Expunerea într-o criză: SRISK; secțiunea C1 din notebook; convențiile acestui seminar: α este o probabilitate a cozii, VaR, CoVaR și MES sînt pierderi pozitive
- **Cerințe**
  (a) Identificați fiecare dintre cele trei erori: pasul greșit și motivul.
  (b) Pentru fiecare eroare, precizați verificarea care o detectează fără răspunsul corect: un semn, un caz-limită sau o formulă închisă.
  (c) Recalculați CoVaR 1%, ΔCoVaR 1%, MES 5% și SRISK.
  (d) Înregistrați fiecare eroare în `AI_ERRORS.md`.
- **Raportați**
  - Un tabel cu afirmația AI, greșeala, verificarea și valoarea corectă pentru fiecare eroare, plus cele patru cifre corecte

B4 [Propus]: ΔCoVaR pentru băncile europene și clasamentul după VaR — enunț (1/2)

Întrebările

- Putem numi o bancă europeană „cea mai sistemică"?
- Ne spune VaR-ul ei care este?

Date și ipoteze

- Prețurile ajustate ale celor cinci bănci europene (datele cursului): Deutsche Bank, BNP Paribas SA, Santander, ING (grupul bancar olandez ING Groep), HSBC; același eșantion și aceleași randamente ca în B1
- Sistemul fiecărei bănci: portofoliul cu ponderi egale al celorlalte patru; nivelurile $\alpha = 1\%$ (aproximativ 40 de zile în coadă) și $\alpha = 5\%$ (aproximativ 198)
- Pentru (c): cele unsprezece bănci internaționale (cele șase bănci americane din B1 și aceste cinci), fiecare cu propriul sistem regional

Cerințe

(a) Calculați VaR 1%, $\hat{b}_{1\%}$, ΔCoVaR 1% cu interval bootstrap pe blocuri (blocuri de 20 de zile, 999 de reeșantionări) și ΔCoVaR 5%; ordonați băncile la fiecare nivel și calculați corelația Spearman a celor două clasamente.

Înapoi Lista exercițiilor

B4 [Propus]: ΔCoVaR pentru băncile europene și clasamentul după VaR — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (b) La fiecare nivel, testați egalitatea ΔCoVaR pentru cele 10 perechi pe extrageri bootstrap comune pe blocuri, cu corecția Holm, și pentru toate cele cinci bănci împreună, cu un test Wald (χ^2_4), la 5%.
  - (c) Calculați corelația Spearman dintre VaR 1% și ΔCoVaR 1% pe cele unsprezece bănci, cu un interval bootstrap pe blocuri de 95% (blocuri de 20 de zile, 999 de reeșantionări).
- **Raportați**
  - Un tabel pentru (a); ambele clasamente și corelația lor Spearman; numărul perechilor (brut, Holm), statisticile Wald, valorile p și deciziile; corelația Spearman de la (c) cu intervalul ei
- **Interpretare**
  - Cîte zile din coadă folosește fiecare nivel?
  - Ce implicații are acest lucru pentru puterea testelor?
  - Ați numi o bancă europeană „cea mai sistemică" pe baza acestor date?
  - Este corelația VaR–ΔCoVaR diferită de zero?
  - Este ea diferită de unu?
- **Model**: B1 [Rezolvat]; secțiunea B4 din notebook

Proiectul de echipă

- Alegeți un sistem financiar nediscutat la seminar (de ex. bănci din Europa Centrală și de Est, asigurători, platforme cripto)
- Estimați MES, ΔCoVaR și un tabel de conectivitate, fiecare cu incertitudine din bootstrap pe blocuri; un test de stres istoric și unul invers
- Justificați instituțiile și eșantionul comun: raportați datele lipsă, observațiile utilizabile și numărul evenimentelor din coadă
- **Livrabile**: un folder Quantlet (cod, Metainfo.txt, grafice) și trei slide-uri: cifre, interpretare, limite
- **Criterii de evaluare**: reproductibilitatea, deciziile justificate, incertitudinea raportată și limitele; o estimare punctuală spectaculoasă nu este suficientă
- Consemnați folosirea AI în `AI_USE.md` și erorile găsite în `AI_ERRORS.md`; pachetele de extindere sînt opționale

Pachetele de extindere: ce cere fiecare

Pachetul	Exercițiile	Cerințe prealabile
1. Variante de CoVaR și backtesting	A4, B5	A1, B1
2. SRISK	B6 [Rezolvat], A5, B7	A2; Cursul 18, SRISK
3. Conectivitate	A6, B8, C2	A3, B2, B3
4. Rețele în coadă	B9 [Rezolvat]	Cursul 18, Financial Risk Meter
5. Testarea la stres	A7 [Rezolvat], A8, B10	Cursul 18, testul invers de stres
6. Băncile românești	C3	B1, B3

- Fiecare pachet are secțiunile lui în notebook; rezolvați exercițiile în ordinea din pachet
- Utile pentru proiectul de echipă: C2 și C3 pot fi puncte de plecare

A4 [Propus]: CoVaR Girardi–Ergün sub distribuția Normală — enunț

- **Întrebarea**: Cu cît crește CoVaR dacă condiționăm pe pierderi cel puțin egale cu VaR?
- **Date și ipoteze**
  - Același model Normal bivariat și aceleași cifre ca în A1(c): $\sigma_{sys} = 1{,}5\%$, $\rho = 0{,}6$, $\alpha = 1\%$
  - Definiția din Girardi & Ergün (2013): dificultatea înseamnă $X_i \le q_\alpha(X_i)$ (la VaR sau dincolo de el), iar $\mathrm{CoVaR}^{\le}_{\alpha} = c$ rezolvă $P(X^{sys} \le -c \mid X_i \le q_\alpha(X_i)) = \alpha$
  - $\Phi_2(u, v; \rho)$: funcția de repartiție Normală bivariată standard, cu corelația ρ
- **Cerințe**
  (a) Scrieți probabilitatea condiționată ca probabilitate comună împărțită la α, standardizați ambele coordonate și arătați că c rezolvă $\Phi_2(z_\alpha, -c/\sigma_{sys}; \rho) = \alpha^2$.
  (b) Demonstrați că $\mathrm{CoVaR}^{\le}_{\alpha} \ge \mathrm{CoVaR}_{\alpha}$ pentru $\rho > 0$, folosind faptul că distribuția lui X^{sys} condiționată de $X_i \le q_\alpha$ este un amestec al distribuțiilor din A1(a), pentru valorile $x \le q_\alpha$.
  (c) Rezolvați numeric ecuația de la (a) prin bisecție după c și comparați rezultatul cu $\mathrm{CoVaR}_{1\%}$ din A1.
- **Raportați**
  - c, pragul standardizat $-c/\sigma_{sys}$ și diferența față de A1 în puncte și în procente
- **Interpretare**
  - Ce abateri de la modelul Normal ar putea mări diferența și cum ați distinge empiric efectele lor?
- **Model**: A1 [Rezolvat]; secțiunea A4 din notebook

înapoi Lista exercițiilor

B5 [Propus]: backtesting pentru CoVaR Girardi–Ergün — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Ar detecta backtesting-ul un CoVaR prost calibrat?
- **Date și ipoteze**
  - Cele unsprezece bănci internaționale din B1, B4, cu sistemele lor regionale; randamentele zilnice și eșantionul ca în B1
  - În fiecare zi $t \geq 1\,000$ (indexare de la zero: din a 1 001-a zi comună, 2 961 de prognoze), folosind toate zilele anterioare: $\hat{q}_t$ este cuantila empirică 5% a lui X_i; $\mathrm{CoVaR}_t^{\leq}$ este minus cuantila empirică 5% a lui X^{sys} în zilele trecute cu $X_i \leq \hat{q}_t$ (versiunea istorică a A4) Girardi & Ergün (2013)
  - Eveniment comun $I_t = 1\{X_t^{sys} \leq -\mathrm{CoVaR}_t^{\leq},\ X_{i,t} \leq \hat{q}_t\}$; sub H_0, $P(I_t = 1) = \alpha^2 = 0{,}25\%$
- **Cerințe**
  (a) Numărați evenimentele comune ale fiecărei bănci și testați $H_0 : P(I_t = 1) = 0{,}25\%$ la 5% cu testul Kupiec Kupiec (1995), ca în Banulescu-Radu, Hurlin, Leymarie & Scaillet (2021), statistica raportului de verosimilitate $LR = -2[\ln L(0{,}25\%) - \ln L(\hat{\pi})] \sim \chi^2_1$.

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B5 [Propus]: backtesting pentru CoVaR Girardi–Ergün — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (b) Găsiți regiunea de respingere a testului în funcție de numărul de evenimente și calculați puterea lui, presupunînd evenimente Bernoulli independente: probabilitatea de a respinge cînd rata comună reală este 0,5%.
- **Raportați**
  - Numărul zilelor de prognoză; evenimentele așteptate și observate; LR și p pentru JPMorgan; intervalul numărului de evenimente și cel mai mic p pe cele unsprezece bănci; regiunea de respingere și puterea
- **Interpretare**
  - De ce α^2 este rata corectă sub ipoteza nulă?
  - Ce vă spune aici o nerespingere?
- **Model**: B1 (teste), A4 ($\mathrm{CoVaR}^{\leq}$); secțiunea B5 din notebook

B6 [Rezolvat]: SRISK: LRMES prin simulare — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Cît ar pierde JPMorgan într-o criză a pieței de o lună, azi și în martie 2020?
- **Date și ipoteze**
  - JPMorgan (preț ajustat) și indicele S&P 500 (Standard & Poor's 500; preț de închidere), randamente log zilnice în %, 5 ianuarie 2010 – 18 septembrie 2026 Brownlees & Engle (2017)
  - Criza ca în Brownlees & Engle (2017): randamentul aritmetic al pieței sub $C = -10\%$ în $h = 22$ de zile; LRMES este pierderea așteptată a băncii în aceleași h zile, în criză
  - Pentru (c): scenariul pe șase luni ($h = 126$ de zile, $C = -40\%$), aproximarea $1 - \exp(-18\,\mathrm{MES}^{2\%})$ din Cursul 18 și raportul prudențial $k = 8\%$
- **Cerințe**

(a) Estimați un GJR–GARCH(1,1) cu medie zero pentru fiecare serie de randamente și un DCC(1,1) pentru corelația lor, prin cvasi-verosimilitate maximă (QML) în doi pași.

înapoi Lista exercițiilor

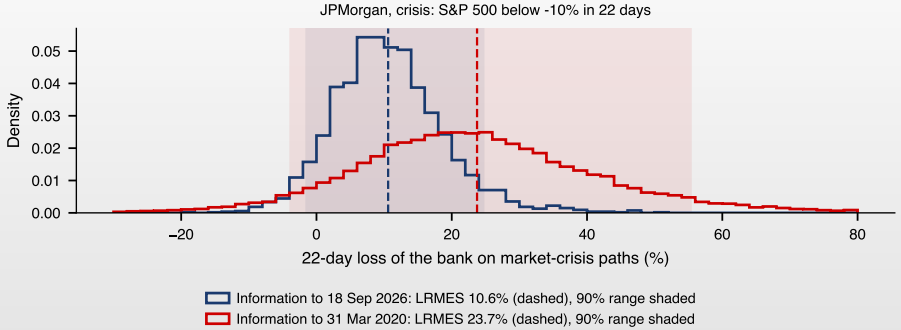
B6 [Rezolvat]: SRISK: LRMES prin simulare — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (b) Simulați 200 000 de traiectorii de 22 de zile din perechi reeșantionate de inovații standardizate, păstrați traiectoriile de criză și calculați LRMES cu intervalul de 90% (cuantilele 5% și 95% ale pierderii, interval al scenariilor, nu de încredere pentru medie); repetați cu date pînă la 31 martie 2020.
  - (c) Repetați (b) cu $h = 126$, $C = -40\%$ (400 000 de traiectorii), comparați cu aproximarea și calculați gradul de îndatorare de echilibru Λ^* din Expunerea într-o criză: SRISK pentru ambele.
- **Raportați**
  - Estimările GJR ale JPMorgan și estimările DCC; proporția traiectoriilor de criză, la ambele date; LRMES cu intervalul, azi și pe 31 martie 2020; LRMES pe șase luni față de aproximare; ambele Λ^*
- **Interpretare**
  - La ce ipoteză a aproximării renunță simularea?
  - De ce se schimbă LRMES între martie 2020 și azi?
  - Ce date lipsesc pentru a exprima SRISK în unități monetare pe baza LRMES?
- Notebook: secțiunea B6

B6 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- (a) Recursia GJR din Pachetele de extindere: GARCH–DCC și testele de stres; JPMorgan: $\hat{\alpha}_G = 0{,}016$, $\hat{\gamma} = 0{,}120$, $\hat{\beta}_G = 0{,}891$, persistența $\hat{\alpha}_G + \hat{\gamma}/2 + \hat{\beta}_G = 0{,}967$.
- Recursia DCC pe reziduurile standardizate (același slide): $\hat{a} = 0{,}052$, $\hat{b} = 0{,}928$; ultima corelație $\rho_T = 0{,}53$.
- (b) Pași: extragem 22 de zile de perechi $(\xi_{i\tau}, \epsilon_{m\tau})$, cu $\xi_{i\tau} = (\epsilon_{i\tau} - \rho_\tau \epsilon_{m\tau})/\sqrt{1-\rho_\tau^2}$; reconstruim $\epsilon_i = \rho\, \epsilon_{m\tau} + \sqrt{1-\rho^2}\, \xi_{i\tau}$ cu ρ simulat; rulăm recursiile GJR și DCC din starea de azi; păstrăm traiectoriile cu randamentul pieței sub -10%; facem media pierderii aritmetice a băncii pe ele.
- Rezultat: 1,3% din traiectorii sînt crize (aproximativ 2 699 din 200 000); LRMES $= 10{,}6\%$, interval de 90% $[-1; 25]\%$.
- Cu date pînă la 31 martie 2020, aceeași procedură dă 11,9% traiectorii de criză și LRMES $= 23{,}7\%$.

B6 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)



- Pierderea simulată a JPMorgan pe 22 de zile, pe traiectoriile în care S&P 500 scade sub -10%; linia întreruptă: LRMES; haşurat: intervalul de 90%

MFM_ch18_seminar

B6 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- (c) Aproximarea: $\mathrm{MES}^{2\%}$ al JPMorgan $= 3{,}61\%$, $18 \cdot 0{,}0361 = 0{,}650$, deci LRMES $= 1 - e^{-0{,}650} = 48\%$.
- Simularea pentru $h = 126$, $C = -40\%$: LRMES $= 32{,}8\%$.
- $\Lambda^* = 1 + 0{,}92(1 - 0{,}328)/0{,}08 = 8{,}7$ din simulare, față de $1 + 0{,}92(1 - 0{,}478)/0{,}08 = 7{,}0$ din aproximare.
- Interpretare: simularea renunță la beta constant și la scalarea randamentelor log din spatele constantei 18 a aproximării (vezi A5); pornește de la volatilitatea și corelația de azi și păstrează coada comună a inovațiilor.
- Pe 31 martie 2020 volatilitatea și corelația erau la niveluri de criză, deci o nouă lună cu -10% ar fi produs o pierdere mai mare a băncii; azi starea de pornire este calmă.
- Exprimarea SRISK în unități monetare cere și valoarea contabilă a datoriilor D și valoarea de piață a capitalului propriu W.

MFM_ch18_seminar

A5 [Propus]: originea constantei 18 din aproximarea LRMES — enunț

- **Întrebarea**: De unde vine constanta 18 din aproximarea LRMES?
- **Date și ipoteze**
  - Scenariul de criză Acharya, Engle & Richardson (2012): piața scade cu exact $d = 40\%$ în șase luni, un scenariu determinist la limită ($R_m = -d$) care motivează aproximarea; LRMES simulat din B6 face în schimb media pe toate traiectoriile cu $R_m < C$
  - Randamentul log pe șase luni al băncii este β înmulțit cu cel al pieței, cu β constant; $\mathrm{MES}^{2\%} = \beta\,\mathrm{ES}_m^{2\%}$, unde $\mathrm{ES}_m^{2\%}$ este pierderea medie a pieței în zilele cu randament sub -2%
  - Datele pentru (c): randamentele log zilnice S&P 500 în procente (închidere), restrînse la eșantionul comun al celor 17 serii, 5 ianuarie 2010 – 18 septembrie 2026; și o piață ale cărei randamente urmează distribuția Normală, cu $\sigma_m = 1\%$
- **Cerințe**
  - (a) Arătați că în acest scenariu banca pierde $\mathrm{LRMES} = 1 - (1-d)^{\beta}$.
  - (b) Înlocuiți $\beta = \mathrm{MES}^{2\%}/\mathrm{ES}_m^{2\%}$ pentru a arăta că $\mathrm{LRMES} = 1 - \exp(-\kappa \mathrm{MES}^{2\%})$ cu $\kappa = -\ln(1-d)/\mathrm{ES}_m^{2\%}$.
  - (c) Folosiți ES ca fracție (0,025, nu 2,5) la calculul lui κ. Calculați $\mathrm{ES}_m^{2\%}$ și κ pentru S&P 500 și pentru piața cu randamente care urmează distribuția Normală ($\mathrm{ES}_m^{2\%} = \sigma_m \varphi(2)/\Phi(-2)$), precum și $\mathrm{ES}_m^{2\%}$ care dă $\kappa = 18$.
- **Raportați**
  - Numărul zilelor S&P 500 sub -2%, ambele valori ale lui $\mathrm{ES}_m^{2\%}$ și ale lui κ și $\mathrm{ES}_m^{2\%}$ implicat de 18
- **Interpretare**
  - Ce limitare are aproximarea dacă β crește în crize?
- **Model**: A2 [Rezolvat]; secțiunea A5 din notebook

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B7 [Propus]: SRISK pentru o bancă europeană și una românească — enunț

- **Întrebarea**: Cît de expuse sînt Deutsche Bank și Banca Transilvania la o criză a propriei piețe?
- **Date și ipoteze**
  - Deutsche Bank cu Euro Stoxx 50 ca piață; Banca Transilvania cu BET (*Bucharest Exchange Trading*, indicele de referință al Bursei de Valori București); eșantionul din B6
  - Modelele și criza ca în B6: GJR–GARCH(1,1), DCC(1,1), 200 000 de traiectorii de 22 de zile, $C = -10\%$
  - Raportul prudențial $k = 5{,}5\%$ Engle, Jondeau & Rockinger (2015), deci $\Lambda^* = 1 + 0{,}945(1 - \mathrm{LRMES})/0{,}055$
- **Cerințe**
  (a) Calculați LRMES cu intervalul de 90% pentru ambele bănci, cu date pînă la 18 septembrie 2026 și pînă la 31 martie 2020, precum și proporția traiectoriilor de criză pentru fiecare piață.
  (b) Calculați Λ^* din LRMES și din ambele capete ale intervalului de scenarii de 90%; ordonați capetele transformate, deoarece pierderile mai mari implică un grad de îndatorare admisibil mai mic.
- **Raportați**
  - LRMES cu interval (ambele date), proporțiile crizelor, Λ^* cu intervalul, pentru ambele bănci
- **Interpretare**
  - Care bancă este mai expusă la o criză a propriei piețe?
  - Cît de larg este intervalul pentru Λ^*?
  - Ce înseamnă acest interval pentru un supraveghetor?
- **Model**: B6 [Rezolvat]; secțiunea B7 din notebook

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A6 [Propus]: conectivitatea unui VAR bivariat — enunț

- **Întrebarea**: Cine transmite și cine primește într-un VAR cu două bănci?
- **Date și ipoteze**
  - VAR(1) pentru două bănci cu $A = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 \end{pmatrix}$ și $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 1 \end{pmatrix}$
  - $A_{21} = 0{,}4$, $A_{12} = 0$: banca 1 influențează banca 2 cu o întîrziere de o zi, nu invers
  - Descompunerea generalizată din A3, liniile normalizate la unu; $C = \frac{100}{2}(\tilde{\theta}_{12} + \tilde{\theta}_{21})$; poziția netă $T_i - F_i$ (către ceilalți minus de la ceilalți)
- **Cerințe**
  (a) Calculați tabelul generalizat (brut și normalizat) și C la $H = 1$.
  (b) Calculați $A\Sigma$, $\mathrm{diag}(A\Sigma A^\top)$, tabelele brut și normalizat și C la $H = 2$.
  (c) Calculați poziția netă a fiecărei bănci la $H = 2$ și identificați transmițătorul net.
- **Raportați**
  - Ambele tabele, C la ambele orizonturi și cele două poziții nete
- **Interpretare**
  - De ce este tabelul simetric la $H = 1$, deși banca 1 influențează banca 2?
  - De ce crește C cu H?
- **Model**: A3 [Rezolvat]; secțiunea A6 din notebook

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B8 [Propus]: modificarea conectivității după 2020 — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: A crescut conectivitatea băncilor după 2020?
- **Date și ipoteze**
  - Conectivitatea totală pe ferestre mobile din Cursul 18: logaritmul volatilităților Parkinson ale celor 13 bănci (B2), ferestre de 250 de zile mutate cu cîte 5 zile, datate la ultima observație, VAR(2), $H = 10$; 744 de ferestre
  - Data rupturii: 1 ianuarie 2020; pentru (b), seriile zilnice din B2 în 2010–2019 (2 373 de zile) și în 2020–2026 (1 593 de zile)
- **Cerințe**

(a) Regresați indicele pe ferestre mobile pe o constantă și pe $D_t = 1\{t \geq 2020\}$ prin OLS; testați H_0: panta $= 0$ la 5% cu erori standard obișnuite și Newey–West (50 de laguri) Newey & West (1987).

înapoi Lista exercițiilor

B8 [Propus]: modificarea conectivității după 2020 — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (b) Pentru o comparație distinctă pe perioade complete, cu mai puțini parametri, estimați un VAR(1) separat pe 2010–2019 și pe 2020–2026 și calculați C ($H = 10$) pentru fiecare, cu intervale de 95% dintr-un bootstrap pe blocuri de reziduuri (blocuri de 20 de zile, 999 de extrageri) în fiecare perioadă.
  - (c) Construiți un interval de 95% pentru diferența $C_{\mathbf{2020-26}} - C_{\mathbf{2010-19}}$ din diferențele extragerilor independente din cele două perioade și decideți la 5%.
- **Raportați**
  - Cele două medii, panta, ambele statistici t și deciziile; C pentru ambele perioade, cu intervale; diferența cu intervalul ei
- **Interpretare**
  - De ce sînt valorile consecutive ale indicelui pe ferestre mobile aproape identice?
  - De ce este testul de la (b)–(c) mai potrivit decît cel de la (a)?
  - Ce ipoteză menține testul asupra datei rupturii?
- **Model**: B2, B3 [Rezolvat]; secțiunea B8 din notebook

C2 [Propus]: conectivitatea cuantilă a pierderilor bancare — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Se propagă pierderile bancare mari mai mult decît cele mici?
- **Date și ipoteze**
  - Studiul de caz din Cursul 18: Ando, Greenwood-Nimmo & Shin (2022), indicele de spillover al unui VAR cuantil cu factori (QFVAR) la cuantila τ și dependența relativă în cozi (RTD), $\mathrm{RTD} = S^{(5)}_{0,95} - S^{(5)}_{0,05}$ (Secțiunile 2 și 4.3)
  - Prețurile zilnice de închidere ajustate ale celor 13 bănci din B2 (datele cursului), 2010–2026, aliniate pe zilele comune înainte de calcularea randamentelor; $y_{it} = -100 \ln(P_{it}/P_{i,t-1})$, pierderea zilnică în %, astfel încît coada dreaptă să fie cea adversă, ca la variațiile CDS (swap pe riscul de credit) din lucrare
  - FEVD generalizată din Ec. (17), cu liniile normalizate, $h = 5$ zile
- **Cerințe**
  (a) Construiți panelul de pierderi, alegeți ordinul VAR după BIC pe întregul eșantion și raportați-l împreună cu numărul de factori ales prin Ec. (8) la medie și la fiecare τ de la (b) (numărul depinde de cuantilă).
  (b) Estimați VAR-ul cu factori la medie și la $\tau \in \{0{,}05;\ 0{,}10;\ 0{,}50;\ 0{,}90;\ 0{,}95\}$ pe întregul eșantion și calculați indicele de spillover $S^{(5)}_{\tau}$ din Ec. (20) pentru fiecare.

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C2 [Propus]: conectivitatea cuantilă a pierderilor bancare — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (c) Repetați (b) fără factori, ca VAR cuantil simplu, și comparați indicii; interpretați diferența ca sensibilitate la factorii comuni, nu ca o contribuție identificată a șocurilor comune.
  - (d) Pe ferestre mobile de 250 de zile, deplasate cu cîte o zi, cu numărul factorilor fixat la valoarea din întregul eșantion, calculați $S^{(5)}$ la medie, la 0,05; 0,5 și 0,95, precum și RTD; exercițiul este descriptiv: alegerile pe întregul eșantion folosesc date viitoare.
- **Raportați**
  - Indicii de la (b)–(c) alături de Figura 4 din lucrare; corelațiile indicilor pe ferestre mobile de la (d) alături de Tabelul 3, cu intervale bootstrap pe blocuri; un grafic al RTD cu martie 2020 și martie 2023 marcate; limitarea datelor (pierderi din acțiuni, 13 bănci, ore de închidere diferite) și explicați diferențele față de rețeaua CDS din lucrare
- **Interpretare**
  - Se transmit pierderile bancare mai puternic în ambele cozi decît în centru, ca în rețeaua de risc de credit?
  - Crește RTD înaintea stresului din 2020 și 2023 sau doar odată cu el?
- **Model**: B2, B3, Cursul 18 (studiul de caz); secțiunea C2 din notebook

B9 [Rezolvat]: penalizarea Financial Risk Meter (FRM) — enunț

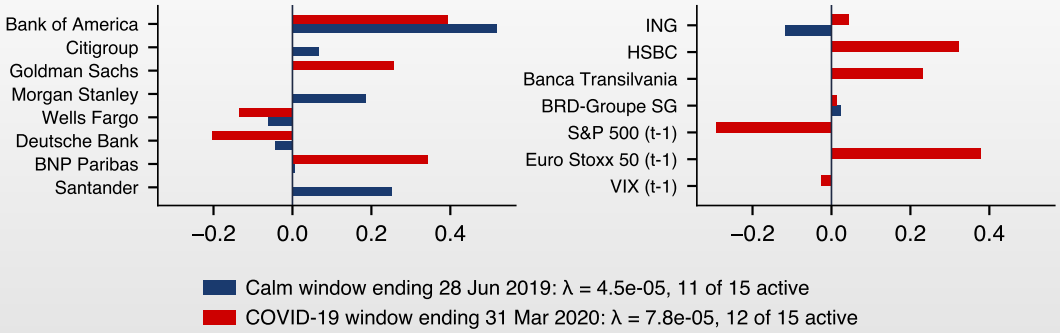
- **Întrebarea**: Ce bănci explică pierderile extreme (coada stîngă) ale JPMorgan, într-o fereastră calmă și într-una de criză?
- **Date și ipoteze**
  - Randamentele zilnice (fracții) ale celor 13 bănci și ale S&P 500, Euro Stoxx 50 și VIX (indicele de volatilitate Cboe) întîrziate cu o zi
  - Regresia FRM (*Financial Risk Meter*, indicatorul de risc financiar sistemic) Mihoci et al. (2020): JPMorgan pe celelalte 12 bănci și pe cei trei indici întîrziați (15 regresori), nivelul cuantilei $\tau = 5\%$, penalizare L_1 cu λ, ferestre de 63 de zile
  - GACV (validarea încrucișată aproximativă generalizată): grilă de 20 de valori λ, echidistante logaritmic între 10^{-6} și $10^{-1{,}5}$; $\mathrm{GACV}(\lambda) = \sum_t \rho_\tau(\hat{u}_t)/(n - \mathrm{df})$, df = numărul observațiilor interpolate ($\hat{u}_t = 0$) $= 1+$ numărul pantelor nenule (1: termenul liber)
- **Cerințe**
  (a) În fereastra calmă care se încheie pe 28 iunie 2019, estimați regresia cuantilă penalizată pentru fiecare λ din grilă, alegeți λ care minimizează GACV și numărați coeficienții activi.
  (b) Repetați (a) în fereastra de criză care se încheie pe 31 martie 2020 și enumerați cei mai mari patru coeficienți în valoare absolută în fiecare fereastră.
- **Raportați**
  - $\hat{\lambda}$, numărul coeficienților activi și cei mai mari patru coeficienți în fiecare fereastră
- **Interpretare**
  - Ce bănci explică pierderile extreme (coada stîngă) ale JPMorgan în fiecare fereastră?
  - De ce este λ ales atît de mic?
- Notebook: secțiunea B9

înapoi Lista exercițiilor

B9 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- Pași: (1) luăm cele 63 de zile ale ferestrei; (2) pentru fiecare λ rezolvăm regresia cuantilă penalizată; (3) calculăm reziduurile, df și GACV; (4) păstrăm λ cu cel mai mic GACV.
- (a) Fereastra calmă (2019-03-21 – 28 iunie 2019): $\hat{\lambda} = 4{,}5 \times 10^{-5}$, 11 din 15 coeficienți activi.
- Cei mai mari: Bank of America (0,52), Santander (0,25), Morgan Stanley (0,19), ING ($-0{,}12$).
- (b) Fereastra de criză (2019-12-23 – 31 martie 2020): $\hat{\lambda} = 7{,}8 \times 10^{-5}$, 12 din 15 activi.
- Cei mai mari: Bank of America (0,39), Euro Stoxx 50 (t-1) (0,38), BNP Paribas (0,34), HSBC (0,32).

B9 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)



- Cei 15 coeficienți ai regresiei cuantile de 5%, la penalizarea aleasă prin GACV

B9 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- Interpretare: Bank of America are coeficientul cel mai mare în ambele ferestre; în criză, printre coeficienții cei mai mari se numără și cei ai indicelui Euro Stoxx 50 întîrziat și ai două bănci europene: coada JPMorgan devine internațională.
- $\hat{\lambda}$ crește de la perioada calmă la criză, direcția pe care FRM o interpretează ca risc mai mare în coadă.
- λ este mic pentru că 15 regresori pentru 63 de zile fac posibilă estimarea fără penalizare: GACV preferă o penalizare mică.
- FRM este conceput pentru mult mai multe firme decît zile, unde penalizarea este indispensabilă Mihoci et al. (2020), Toma et al. (2026).

MFM_ch18_seminar

A7 [Rezolvat]: test invers de stres: lagrangianul — enunț

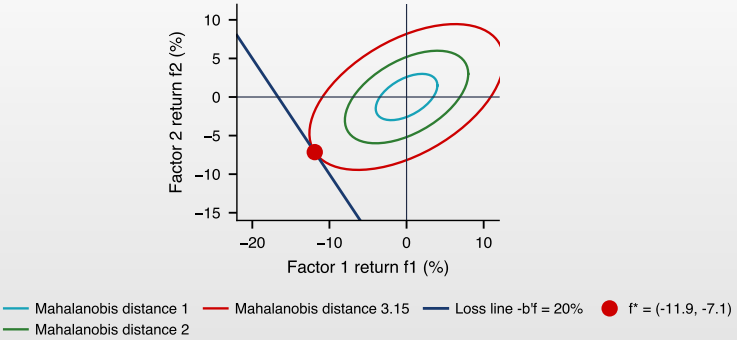
- **Întrebarea**: Care este cel mai plauzibil scenariu din spatele unei pierderi date a portofoliului?
- **Date și ipoteze**
  - Doi factori de risc $f = (f_1, f_2)^\top \sim N(0, \Sigma)$ (randamente pe patru săptămîni, %); pierderea portofoliului $L = -b^\top f$ cu expunerile b
  - Test invers de stres: cel mai plauzibil scenariu (densitate maximă) care produce o pierdere dată ℓ^*
  - Cifrele pentru (c): $b = (1{,}2; 0{,}8)$, $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ (%²), $\ell^* = 20\%$
- **Cerințe**
  - (a) Minimizați $\frac{1}{2} f^\top \Sigma^{-1} f$ cu restricția $-b^\top f = \ell^*$ printr-un lagrangian și derivați f^*.
  - (b) Arătați că distanța Mahalanobis a lui f^* este $d^* = \ell^* / \sqrt{b^\top \Sigma b}$ și că $P(L \geq \ell^*) = \Phi(-d^*)$.
  - (c) Calculați Σb, $b^\top \Sigma b$, f^*, d^* și $P(L \geq \ell^*)$ și verificați că f^* produce pierderea țintă.
- **Raportați**
  - Fiecare vector și scalar intermediar, f^*, d^* și probabilitatea
- **Interpretare**
  - Care factor are scăderea mai mare în scenariu?
  - Cum ar trebui să interpreteze un comitet de risc o probabilitate de această mărime?
- Notebook: secțiunea A7

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A7 [Rezolvat]: rezolvare (1/3)

- (a) Densitatea maximă înseamnă minimul lui $\frac{1}{2} f^\top \Sigma^{-1} f$; lagrangianul $\mathcal{L} = \frac{1}{2} f^\top \Sigma^{-1} f + \lambda(b^\top f + \ell^*)$.
- Condiția de ordinul întîi: $\Sigma^{-1} f + \lambda b = 0$, deci $f = -\lambda \Sigma b$.
- Restricția: $-b^\top f = \lambda\, b^\top \Sigma b = \ell^*$, deci $\lambda = \ell^* / (b^\top \Sigma b)$ și $f^* = -\ell^* \Sigma b / (b^\top \Sigma b)$.
- (b) $f^{*\top} \Sigma^{-1} f^* = \lambda^2\, b^\top \Sigma b = \ell^{*2} / (b^\top \Sigma b)$, deci $d^* = \ell^* / \sqrt{b^\top \Sigma b}$.
- $L = -b^\top f \sim N(0, b^\top \Sigma b)$, deci $P(L \geq \ell^*) = 1 - \Phi(\ell^* / \sqrt{b^\top \Sigma b}) = \Phi(-d^*)$.

A7 [Rezolvat]: rezolvare (2/3)



- Elipsele: puncte de densitate egală ale lui f; cel mai plauzibil scenariu este punctul în care dreapta pierderii atinge cea mai mică elipsă

A7 [Rezolvat]: rezolvare (3/3)

- (c) $\Sigma b = (16 \cdot 1{,}2 + 6 \cdot 0{,}8;\ 6 \cdot 1{,}2 + 9 \cdot 0{,}8) = (24; 14{,}4)$.
- $b^\top \Sigma b = 1{,}2 \cdot 24 + 0{,}8 \cdot 14{,}4 = 40{,}32$, $\sqrt{40{,}32} = 6{,}35$; $\lambda = 20/40{,}32 = 0{,}496$.
- $f^* = -0{,}496 \cdot (24; 14{,}4) = (-11{,}9\%; -7{,}1\%)$; verificare: $1{,}2 \cdot 11{,}90 + 0{,}8 \cdot 7{,}14 = 20\%$.
- $d^* = 20/6{,}35 = 3{,}15$ și $P(L \geq 20\%) = \Phi(-3{,}15) = 0{,}082\%$.
- Interpretare: factorul 1 scade cu 11,90% (2,98 abateri standard), factorul 2 cu 7,14% (2,38): scenariul se sprijină pe factorul cu expunerea și dispersia mai mari.
- Sub modelul Normal, o astfel de pierdere pe patru săptămîni apare aproximativ o dată la 94 de ani; A8 arată cît de fragilă este această cifră.

MFM_ch18_seminar

A8 [Propus]: test invers de stres sub o distribuție Student-t — enunț

- **Întrebarea**: Rămîne valabil scenariul invers de stres în prezența cozilor grele?
- **Date și ipoteze**
  - Aceleași b și Σ ca în A7; țintele $\ell^* = 20\%$ și $\ell^* = 30\%$
  - f are distribuție Student-t multivariată cu $\nu = 4$ grade de libertate și covarianța Σ, deci matricea de scală este $\Sigma(\nu-2)/\nu$; T_ν este funcția de repartiție Student-t
- **Cerințe**
  (a) Arătați că cel mai plauzibil scenariu f^* este același ca în A7, folosind faptul că densitatea depinde de f doar prin $f^\top \Sigma^{-1} f$ și descrește în raport cu aceasta.
  (b) Arătați că $L = -b^\top f$ este un t_ν univariat cu scala $\sqrt{b^\top \Sigma b\,(\nu-2)/\nu}$, deci $P(L \geq \ell^*) = 1 - T_\nu\big(d^* \sqrt{\nu/(\nu-2)}\big)$.
  (c) Calculați probabilitatea pentru ambele ținte sub modelul Normal și sub t_4, precum și raportul lor.
- **Raportați**
  - d^*, argumentul t, cele două probabilități și raportul lor pentru fiecare țintă
- **Interpretare**
  - Ce este robust într-un test invers de stres?
  - Ce nu este robust?
- **Model**: A7 [Rezolvat]; secțiunea A8 din notebook

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B10 [Propus]: test de stres pentru un portofoliu de bănci românești — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Cît ar pierde un portofoliu de bănci românești într-un șoc sever, dar plauzibil?
- **Date și ipoteze**
  - Portofoliu de 1 000 000 RON (*Romanian leu*, leul românesc), jumătate în Banca Transilvania și jumătate în BRD, reechilibrat zilnic; randamente log zilnice, zilele fără tranzacții sînt eliminate
  - Ferestrele istorice: șocul taxei bancare (10 decembrie 2018 – 31 ianuarie 2019) și COVID-19 (15 februarie – 30 aprilie 2020)
  - Scenariul ipotetic: randamente log săptămînale de -25% pentru Euro Stoxx 50 și -20% pentru BET; randamentele log săptămînale (vineri) 2010–2026 ale celor două bănci, Euro Stoxx 50 și BET; dacă vinerea lipsește, folosiți ultima zi comună de tranzacționare din săptămînă
- **Cerințe**

(a) Randamentul log zilnic al portofoliului reechilibrat este $r_p = 100 \ln\left(\frac{1}{2} e^{r_{TLV}/100} + \frac{1}{2} e^{r_{BRD}/100}\right)$, nu media celor două randamente log; în fiecare fereastră găsiți cea mai mică sumă S a 10 valori r_p consecutive și transformați-o în pierderea $1 - e^{S/100}$, în % și în RON.

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B10 [Propus]: test de stres pentru un portofoliu de bănci românești — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**

  (b) Regresați randamentul săptămînal al fiecărei bănci pe randamentele săptămînale Euro Stoxx 50 ($\beta_{\mathbf{1}}$) și BET ($\beta_{\mathbf{2}}$) prin OLS cu termen liber; prognozați randamentul log indus de factori al fiecărei bănci $\hat{r}_k = \beta_{\mathbf{1}k}(-25) + \beta_{\mathbf{2}k}(-20)$ (termenul liber și reziduul egale cu zero), transformați-l în randament simplu $e^{\hat{r}_k/\mathbf{100}} - 1$ și aplicați ponderile 50/50, păstrate neschimbate în săptămîna scenariului; raportați și media coeficienților beta și a valorilor $R^{\mathbf{2}}$, precum și eroarea standard Newey–West (6 laguri) și valoarea p a lui $\beta_{\mathbf{1}}$ pentru fiecare bancă.

- **Raportați**
  - Ambele pierderi istorice, cu datele și sumele în RON; beta, $R^{\mathbf{2}}$, eroarea standard Newey–West și valoarea p a lui $\beta_{\mathbf{1}}$; pierderea ipotetică în % și RON

- **Interpretare**
  - Ce scenariu produce pierderi mai mari: un șoc politic intern sau o pandemie globală?
  - Se distinge beta față de Euro Stoxx 50 de zero cînd includem BET și ce ar însemna fiecare rezultat?

- **Model**: Cursul 18: teste de stres și scenarii istorice; A7 pentru algebra factorilor; secțiunea B10 din notebook

C3: direcția expunerii

- Notăm cu Y randamentul băncii românești și cu X randamentul cu ponderi egale al celor cinci bănci europene numite în C3. Estimăm cuantila condiționată $q_\alpha(Y \mid X) = a + bX$.
- Calculăm cuantilele empirice ale sistemului de condiționare X: $q_\alpha(X)$ și $q_{0,5}(X)$. Atunci $\Delta\mathrm{CoVaR}_{Y|X} = b[q_{0,5}(X) - q_\alpha(X)]$, în unități de pierdere pozitivă.
- De exemplu, dacă $b = 0{,}4$, mediana sistemului este zero și cuantila sa de coadă este -5%, pierderea suplimentară a băncii este 2%. Inversarea regresiei schimbă întrebarea și, în general, răspunsul.
- În fiecare replică bootstrap reeșantionăm blocuri de 20 de zile de perechi bancă–sistem, reestimăm regresia cuantilă și recalculăm cuantilele sistemului. Cînd BET este variabila de condiționare, recalculăm aceleași mărimi pentru BET.

C3 [Propus]: expunerea băncilor românești la stresul bancar european — enunț (1/2)

- **Întrebarea**: Sînt băncile românești expuse mai ales stresului bancar european sau șocurilor interne?
- **Date și ipoteze**
  - Banca Transilvania și BRD; sistemul european: portofoliul cu ponderi egale format din Deutsche Bank, BNP Paribas, Santander, ING și HSBC; BET
  - Eșantion: 5 ianuarie 2010 – 18 septembrie 2026, 3 961 de randamente log (%) între date de tranzacționare comune celor 13 bănci și celor patru indici (aliniem întîi prețurile pe datele comune)
  - CoVaR de expunere: regresia cuantilă a băncii românești pe sistemul european, deci ΔCoVaR este pierderea suplimentară a băncii românești cînd sistemul european este în dificultate (direcția inversă față de B1)
- **Cerințe**

(a) Estimați ΔCoVaR de expunere al fiecărei bănci românești la 5% și la 1%, cu intervale bootstrap pe blocuri (blocuri de 20 de zile, 999 de reeșantionări), și aceeași măsură cu BET în locul sistemului european.

înapoi Lista exercițiilor

C3 [Propus]: expunerea băncilor românești la stresul bancar european — enunț (2/2)

- **Cerințe (continuare)**
  - (b) Împărțiți eșantionul în 2010–2017 și 2018–2026, estimați ΔCoVaR 5% în fiecare și testați schimbarea la 5% cu $z = (\hat{\Delta}_2 - \hat{\Delta}_1)/\sqrt{\mathrm{se}_1^2 + \mathrm{se}_2^2}$ din extrageri bootstrap independente pe blocuri (sau un test de dominanță Castro & Ferrari (2014)), nu prin suprapunerea intervalelor.
  - (c) Cu tabele Diebold–Yilmaz pe ferestre mobile (logaritmul volatilităților Parkinson ale celor 13 bănci, ferestre de 250 de zile mutate cu cîte 5 zile, VAR(2), $H = 10$), calculați proporția din dispersia erorii de prognoză a băncilor românești care vine de la băncile europene și de la cele americane.
- **Raportați**
  - Livrabil: un folder Quantlet (cod, fișier de descriere Metainfo.txt, grafice) și trei slide-uri: cifrele de la (a)–(c) cu intervale și teste, interpretarea, limitele
- **Interpretare**
  - Sînt băncile românești expuse mai ales stresului bancar european sau șocurilor interne?
  - A crescut expunerea?
- Notebook: secțiunea C3

Acronime folosite în acest material (1/3)

- **AI**: Artificial Intelligence — *inteligență artificială*
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — *indicele de referință al Bursei de Valori București*
- **BIC**: Bayesian Information Criterion — *criteriul informațional bayesian*
- **BNP**: BNP Paribas SA (Euronext Paris ticker; Banque Nationale de Paris) — *BNP Paribas SA (simbolul bursier Euronext Paris)*
- **CDS**: Credit Default Swap — *swap pe riscul de credit (contract de asigurare împotriva neplății)*
- **CI**: Confidence Interval — *interval de încredere*
- **CoVaR**: Conditional Value at Risk — *VaR-ul sistemului condiționat de dificultatea unei instituții*
- **COVID-19**: COronaVIrus Disease 2019 — *boala provocată de coronavirus, 2019*
- **DBK**: Deutsche Bank AG (Xetra ticker) — *Deutsche Bank AG (simbolul bursier Xetra)*
- **DCC**: Dynamic Conditional Correlation — *corelație condiționată dinamică*
- **ES**: Expected Shortfall — *pierderea așteptată în coadă*
- **FEVD**: Forecast Error Variance Decomposition — *descompunerea dispersiei erorii de prognoză*
- **FRM**: Financial Risk Meter — *indicatorul de risc financiar sistemic Financial Risk Meter*
- **FWER**: Family-Wise Error Rate — *probabilitatea de cel puțin o eroare de tip I în familia de teste*

Acronime folosite în acest material (2/3)

- **GACV**: Generalized Approximate Cross-Validation — *validare încrucișată aproximativă generalizată*
- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity — *heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată*
- **GJR**: Glosten–Jagannathan–Runkle (asymmetric GARCH) — *GARCH asimetric Glosten–Jagannathan–Runkle*
- **HAC**: Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent (standard errors) — *erori standard robuste la heteroscedasticitate și autocorelație*
- **HSBC**: HSBC Holdings plc (originally the Hongkong and Shanghai Banking Corporation) — *grupul bancar HSBC Holdings plc (inițial Hongkong and Shanghai Banking Corporation)*
- **i.i.d.**: independent and identically distributed — *independent și identic distribuit*
- **ING**: ING Groep (Internationale Nederlanden Groep) — *grupul bancar olandez ING*
- **JPM**: JPMorgan Chase & Co. (NYSE ticker) — *JPMorgan Chase & Co. (simbolul bursier NYSE)*
- **LR**: Likelihood Ratio (test) — *testul raportului de verosimilitate*
- **LRMES**: Long-Run Marginal Expected Shortfall — *pierderea marginală așteptată în coadă pe termen lung (într-o criză)*

Acronime folosite în acest material (3/3)

- **MES**: Marginal Expected Shortfall — *pierderea marginală așteptată în coadă*
- **OLS**: Ordinary Least Squares — *metoda celor mai mici pătrate*
- **QFVAR**: Quantile Factor Vector AutoRegression — *autoregresie vectorială cuantilă cu factori comuni*
- **QML**: Quasi-Maximum Likelihood — *cvasi-verosimilitate maximă*
- **RTD**: Relative Tail Dependence — *dependența relativă în cozi (coada adversă minus coada favorabilă)*
- **SG**: Société Générale — *grupul bancar francez Société Générale*
- **SPX**: Standard and Poor's 500 index (column name in the notebook) — *indicele S&P 500 (numele coloanei din notebook)*
- **SRISK**: Systemic RISK (capital shortfall measure) — *deficitul de capital al unei bănci într-o criză sistemică*
- **VAR**: Vector AutoRegression — *model vector autoregresiv*
- **VaR**: Value at Risk — *valoarea la risc, pragul pierderii din coadă*
- **VIX**: CBOE Volatility IndeX — *indicele de volatilitate CBOE*

Bibliografie (1/3)

- Acharya, V.V., Engle, R., Richardson, M. (2012). Capital shortfall: a new approach to ranking and regulating systemic risks. *American Economic Review*, 102(3), 59–64.
- Acharya, V.V., Pedersen, L.H., Philippon, T., Richardson, M. (2017). Measuring systemic risk. *Review of Financial Studies*, 30(1), 2–47.
- Adrian, T., Brunnermeier, M.K. (2016). CoVaR. *American Economic Review*, 106(7), 1705–1741.
- Ando, T., Greenwood-Nimmo, M., Shin, Y. (2022). Quantile connectedness: modeling tail behavior in the topology of financial networks. *Management Science*, 68(4), 2401–2431.
- Banulescu-Radu, D., Hurlin, C., Leymarie, J., Scaillet, O. (2021). Backtesting marginal expected shortfall and related systemic risk measures. *Management Science*, 67(9), 5730–5754.
- Brownlees, C., Engle, R.F. (2017). SRISK: a conditional capital shortfall measure of systemic risk. *Review of Financial Studies*, 30(1), 48–79.
- Castro, C., Ferrari, S. (2014). Measuring and testing for the systemically important financial institutions. *Journal of Empirical Finance*, 25, 1–14.
- Demirer, M., Diebold, F.X., Liu, L., Yilmaz, K. (2018). Estimating global bank network connectedness. *Journal of Applied Econometrics*, 33(1), 1–15.
- Diebold, F.X., Yilmaz, K. (2014). On the network topology of variance decompositions: measuring the connectedness of financial firms. *Journal of Econometrics*, 182(1), 119–134.
- Engle, R., Jondeau, E., Rockinger, M. (2015). Systemic risk in Europe. *Review of Finance*, 19(1), 145–190.

Bibliografie (2/3)

- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). Statistics of Financial Markets: An Introduction, 5th ed. Springer.
- Giglio, S., Kelly, B., Pruitt, S. (2016). Systemic risk and the macroeconomy: an empirical evaluation. *Journal of Financial Economics*, 119(3), 457–471.
- Girardi, G., Ergün, A.T. (2013). Systemic risk measurement: multivariate GARCH estimation of CoVaR. *Journal of Banking & Finance*, 37(8), 3169–3180.
- Gouriéroux, C., Laurent, J.P., Scaillet, O. (2000). Sensitivity analysis of values at risk. *Journal of Empirical Finance*, 7(3–4), 225–245.
- Holm, S. (1979). A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics*, 6(2), 65–70.
- Künsch, H.R. (1989). The jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Annals of Statistics*, 17(3), 1217–1241.

Bibliografie (3/3)

- Kupiec, P.H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, 3(2), 73–84.
- Mihoci, A., Althof, M., Chen, C.Y.-H., Härdle, W.K. (2020). FRM Financial Risk Meter. In *The Econometrics of Networks*, Advances in Econometrics 42, Emerald, 335–368.
- Newey, W.K., West, K.D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703–708.
- Pesaran, H.H., Shin, Y. (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters*, 58(1), 17–29.
- Toma, F.-M., Dima, D.M., Grecu, R., Pele, D.T., Lessmann, S. (2026). Energy Financial Risk Meter: systemic risk in the European Union (EU) energy sector. Social Science Research Network (SSRN) working paper.