








Statistica piețelor financiare

Capitolul 0: Introducere



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Acronime folosite în acest material (1/2)

- **AI**: Artificial Intelligence (inteligență artificială)
- **ARCH**: AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (heteroscedasticitate condiționată autoregresivă)
- **ASE**: Academia de Studii Economice din București
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — indicele de referință al Bursei de Valori București
- **BET-TR**: BET Total Return (index) — indicele BET cu dividendele reinvestite
- **BNR**: Banca Națională a României
- **BVB**: Bursa de Valori București
- **COVID-19**: COronaVIrus Disease 2019 (boala provocată de noul coronavirus, identificată în 2019)
- **CSIE**: Facultatea de Cibernetică, Statistică și Informatică Economică
- **EOD**: End Of Day (daily closing data) — date de sfîrșit de zi, adică prețuri de închidere
- **EODHD**: EOD Historical Data (market-data provider) — furnizor de date de piață
- **ES**: Expected Shortfall (pierderea așteptată în coadă)
- **ETF**: Exchange-Traded Fund (fond tranzacționat la bursă)
- **FTSE**: Financial Times Stock Exchange (FTSE Russell, index provider) — furnizorul de indici FTSE Russell
- **FX**: Foreign eXchange (piața valutară)

Acronime folosite în acest material (2/2)

- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată)
- **IPO**: Initial Public Offering (ofertă publică inițială)
- **LLM**: Large Language Model (model lingvistic de mari dimensiuni)
- **MDD**: Maximum DrawDown (drawdown-ul maxim)
- **NYSE**: New York Stock Exchange (Bursa din New York)
- **SEC**: Securities and Exchange Commission (Comisia americană pentru valori mobiliare)
- **SFE**: Statistics of Financial Markets, Exercises (Quantlet collection of the textbook) — colecția de Quantlet-uri a manualului Statistics of Financial Markets
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **UE**: Uniunea Europeană
- **UTC**: Coordinated Universal Time (Temps Universel Coordonné) — timpul universal coordonat
- **VIX**: CBOE Volatility IndeX (indicele de volatilitate CBOE)
- **VOC**: Vereenigde Oostindische Compagnie (Compania Olandeză a Indiilor de Est)
- **VR**: Variance Ratio (raportul variațelor)
- **WIG20**: Warszawski Indeks Giełdowy 20 (indicele celor mai mari 20 de companii de la Bursa din Varșovia)

Traseul acestui capitol

- **Întrebări de pornire**
  - ce măsoară un statistician pe o piață?
  - ce cifre descriu piețele din 2026?
  - cum ajungem de la prețuri la randamente?
- **Partea I**
  - cum funcționează cursul: evaluare, manual, capitole, politica privind AI
  - de ce contează piețele financiare și ce arată datele din 2026
- **Partea a II-a**
  - o scurtă istorie a burselor, a crahurilor și a modelelor
  - randamente și primele statistici: o introducere
  - AI pentru descoperire științifică: o întrebare deschisă
- **După acest capitol puteți**
  - explica felul în care este organizat și evaluat cursul
  - numi principalele clase de active și participanții la piață
  - citi un grafic de creștere, unul risc–randament și unul de drawdown
  - calcula un randament simplu și unul logaritmic din două prețuri
  - spune ce trebuie verificat într-o analiză generată de AI
- Seminarul 0 are loc **înaintea** acestui curs și exersează aceleași instrumente pe date

Obiectul statisticii piețelor financiare

- **Statistica piețelor financiare**: metode statistice pentru prețurile, randamentele și riscurile activelor tranzacționate
  - descriere: cît de mari și cît de variabile sînt randamentele?
  - modelare: ce distribuție, ce dependență în timp?
  - măsurarea riscului: cît de mare poate fi pierderea într-o zi nefavorabilă?
- De ce datele financiare cer metode proprii
  - zilele extreme sînt mult mai frecvente decît prevede distribuția Normală (*cozi groase*)
  - perioadele calme alternează cu cele agitate (*volatility clustering*)
  - în crize, piețele scad simultan: diversificarea își pierde efectul tocmai cînd este cea mai necesară
- Aceste regularități sînt *faptele stilizate* ale randamentelor (Cont (2001)), studiate în Capitolul 2

Prezentarea cursului

- **Program**
  - Licență, programul Statistică și Data Science, anul III, semestrul 2
  - Facultatea de Cibernetică, Statistică și Informatică Economică (CSIE), ASE București
  - anul universitar 2026/2027
- **Curs**
  - Prof. Daniel Traian Pele, danpele@ase.ro
- **Cunoștințe necesare**
  - probabilități și statistică, algebră liniară, Python
- **Site-ul cursului**
  - danpele.github.io/SFM: slide-uri, seminarii, notebook-uri, Quantlets, quiz-uri



Academia de Studii Economice din București (ASE)

Foto: Joe Mabel (2014); CC BY 3.0; Wikimedia Commons

Evaluare

- **Examen scris: 70%**
  - probleme pe date reale și întrebări scurte de interpretare, ca la seminar
  - acoperă cursurile și seminariile Capitolelor 0–16
- **Proiect de echipă: 20%**
  - o întrebare de cercetare pe date reale de piață, cu metodele cursului
- **Prezență și quiz-uri: 10%**
  - cursuri și seminarii
  - quiz-urile capitolelor de pe site, rezolvate cu contul ASE; numele și scorul se înregistrează

Manual și bibliografie suplimentară

- **Manualul de bază**
  - Franke, Härdle & Hafner (2019), *Statistics of Financial Markets: An Introduction*, ediția a 5-a, Springer
  - capitolele cursului urmează părțile manualului dedicate randamentelor, distribuțiilor, seriilor de timp, volatilității și riscului
  - codul este public, sub forma SFE Quantlets
- **Pentru seminarii**
  - Borak, Härdle & López-Cabrera (2013), *Statistics of Financial Markets: Exercises and Solutions*, Springer
- **Lecturi suplimentare**
  - Tsay (2010), *Analysis of Financial Time Series*
  - Campbell, Lo & MacKinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*
  - cursul Statistics of Financial Markets pe Quantinar, o platformă de învățare peer-to-peer

Harta cursului: Capitolele 0–16

Nr.	Capitol
0	Introducere
1	Date, randamente și indicatori
2	Distribuții clasice și fapte stilizate
3	Distribuții α-stabile
4	Probabilitate
5	Cozi groase și teoria valorilor extreme
6	Selecția modelului și managementul riscului
7	Ipoteza piețelor eficiente, mersul aleator și testele VR
8	Estimatori de volatilitate

Nr.	Capitol
9	Modele ARCH și GARCH
10	VaR, ES și backtesting
11	Ipoteza piețelor fractale și memoria lungă
12	Modele de scoring
13	Învățare automată
14	Active cripto
15	Risc sistemic
16	Recapitulare

- Date și distribuții (1–6), eficiența pieței (7), volatilitate și risc (8–11), aplicații (12–15), recapitulare (16)

Materiale și instrumente

- **Pentru fiecare capitol**
  - slide-urile de curs și de seminar, în engleză și în română
  - un notebook de curs și unul de seminar (Python), care se deschid în Google Colab cu un singur clic
  - un quiz de autoevaluare pe site: 20 de întrebări extrase dintr-o bancă de 24, cu explicație pentru fiecare răspuns
- **Quantlets**: fiecare grafic are un folder public cu codul, un fișier de descriere (`Metainfo.txt`) și graficul
  - pictograma de sub fiecare grafic deschide Quantlet-ul corespunzător pe GitHub
- **Date**: date zilnice de piață de la EODHD (EOD Historical Data), salvate o singură dată în repository-ul cursului
  - date pînă la 18 septembrie 2026, cu aceleași cifre pe orice calculator
  - EUR/RON: cursul de referință oficial al BNR

Seminarii

- **Fiecare seminar are loc înaintea cursului său**
  - începe cu o scurtă introducere, deci poate fi urmat fără curs
  - cursul explică apoi de ce funcționează instrumentele și unde dau greș
- **Două tipuri de exerciții**
  - **[Rezolvat]**: rezolvarea completă în slide-uri și în notebook, un model de urmat
  - **[Propus]**: îl rezolvați dumneavoastră; rezolvarea se discută la seminar
- **Temele nu se notează**
  - temele servesc drept pregătire pentru examen și pentru proiect
  - un exercițiu din fiecare seminar vă cere să găsiți greșeala dintr-un răspuns generat de AI

Proiectul de echipă

- **Întrebarea**: o întrebare de cercetare despre date reale de piață, aleasă de echipă
- **Livrabile**
  - un repository GitHub al cărui cod reproduce fiecare cifră și fiecare grafic din datele salvate
  - un raport scurt și o prezentare a rezultatelor
  - fișierul `AI_USE.md`, descris în politica privind AI (slide-ul următor)
- **Criterii de evaluare**
  - o întrebare clară, metode și verificări corecte, o interpretare onestă
  - **susținere orală**: fiecare membru explică codul și rezultatele
- Idei de proiect găsiți la finalul fiecărui capitol, în secțiunea *AI pentru descoperire științifică*

Politica privind AI

- **Instrumentele AI sînt permise și trebuie declarate**
  - AI (artificial intelligence, inteligență artificială): aici, asistenți construiți pe un LLM (model lingvistic de mari dimensiuni) care scriu text și cod
  - fiecare utilizare se consemnează în `AI_USE.md`: instrumentul, cererea, ce s-a păstrat, ce s-a corectat
- **Răspundeți pentru fiecare cifră și fiecare referință**
  - greșeli tipice ale AI: referințe inventate, formule greșite, cod care rulează, dar calculează altceva
  - fiecare referință: deschideți DOI-ul (Digital Object Identifier) și verificați titlul
  - fiecare cifră: recalculați-o cu propriul cod, din datele cursului
- **Susținerea orală**
  - o linie de cod pe care nu o puteți explica nu este considerată muncă proprie

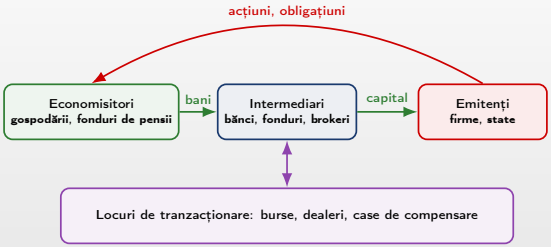
Recapitulare: organizarea

- Nota: 70% examen scris, 20% proiect de echipă, 10% prezență și quiz-uri
- Manual: Franke, Härdle & Hafner (2019); seminarii: Borak, Härdle & López-Cabrera (2013)
- Seminariile preced cursurile; temele nu se notează
- AI este permis, declarat în `AI_USE.md` și verificat la susținerea orală

Rolul unei piețe financiare

- **Piață financiară**: un loc sau un sistem în care cumpărătorii și vînzătorii schimbă drepturi asupra unor fluxuri de numerar viitoare (acțiuni, obligațiuni, valute, contracte, tokeni), la prețuri stabilite de cerere și ofertă
- **Cinci funcții**
  - **alocarea capitalului**: economiile ajung la firme și la state
  - **împărțirea riscului**: riscurile sînt transferate celor dispuși să și le asume
  - **lichiditatea**: un activ poate fi transformat repede în bani
  - **descoperirea prețului**: prețurile agregă informația dispersată între mulți participanți
  - **plăți și decontare**: tranzacțiile sînt finalizate în siguranță
- Pentru un statistician, piața este un generator de date: fiecare tranzacție lasă în urmă un preț și un moment de timp

Participanții la piață



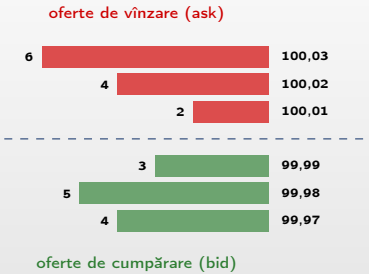
- **Buy side**: investitorii care cumpără active: persoane fizice (retail), fonduri de pensii, asigurători, administratori de fonduri
- Investiții **pasive** sau **active**
  - pasivă: copierea unui indice, de exemplu printr-un ETF (exchange-traded fund, fond tranzacționat ca o acțiune)
  - activă: încercarea de a obține un randament mai mare decît al indicelui
- **Sell side**: brokerii execută ordine; formatorii de piață (market makers) afișează toată ziua un preț de cumpărare și unul de vînzare

Clase de active

Clasă	Exemple	Flux de numerar	Riscuri principale
Acțiuni	acțiuni, ETF-uri pe acțiuni	dividende	piață, firmă
Obligațiuni	titluri de stat, obligațiuni corporative	cupoane, principal	dobîndă, credit
Valute (FX)	EUR/USD, EUR/RON	diferențial de dobîndă	curs, politică monetară
Mărfuri	aur, petrol	niciunul	ofertă, depozitare
Derivate	futures, opțiuni	plăți condiționate	efect de levier, contrapartidă
Active cripto	Bitcoin, Ethereum	niciunul	volatilitate, reglementare

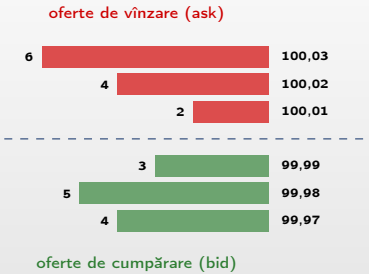
- FX (foreign exchange, piața valutară): EUR/RON = lei plătiți pentru un euro
- Același set de instrumente statistice pentru toate: randamente, volatilitate, cozi și dependență

Formarea prețului: registrul de ordine



- **Registrul de ordine**: toate ordinele de cumpărare (**bid**) și de vînzare (**ask**) în așteptare, ordonate după preț; barele arată cantitățile
- **Spread-ul bid–ask**: cel mai bun ask minus cel mai bun bid, aici $100{,}01 - 99{,}99 = 0{,}02$, costul unei tranzacții imediate
- Un **ordin la piață** cumpără sau vinde imediat, la cele mai bune prețuri disponibile
- **Întrebări pentru sală**: sosește un ordin la piață de cumpărare a 5 unități
  - la ce preț mediu se execută?
  - cît este spread-ul după aceea?

Formarea prețului: registrul de ordine



- **Registrul de ordine**: toate ordinele de cumpărare (**bid**) și de vînzare (**ask**) în așteptare, ordonate după preț; barele arată cantitățile
- **Spread-ul bid–ask**: cel mai bun ask minus cel mai bun bid, aici $100{,}01 - 99{,}99 = 0{,}02$, costul unei tranzacții imediate
- Un **ordin la piață** cumpără sau vinde imediat, la cele mai bune prețuri disponibile
- **Întrebări pentru sală**: sosește un ordin la piață de cumpărare a 5 unități
  - la ce preț mediu se execută?
  - cît este spread-ul după aceea?
- **Răspuns**
  - 2 unități la 100,01 și 3 la 100,02: media $(2 \times 100{,}01 + 3 \times 100{,}02)/5 = 100{,}016$
  - cel mai bun ask devine 100,02, spread-ul crește la 0,03: ordinul a mișcat prețul

Rolul statisticii

- **Prețul de mîine este incert**: îl modelăm ca pe o variabilă aleatoare
  - P_t: prețul din ziua t; șirul $P_1, P_2, \ldots$ este o **serie de timp**
- **Mărimi studiate în acest curs**
  - **randamentul**: modificarea relativă a prețului (Capitolul 1)
  - **distribuția** randamentelor și cît de groase îi sînt cozile (Capitolele 2, 3 și 5)
  - **volatilitatea**: abaterea standard a randamentelor și felul în care se schimbă în timp (Capitolele 8 și 9)
  - **măsuri de risc**: VaR (Value at Risk, valoarea expusă la risc) și ES (Expected Shortfall) (Capitolul 10)
- **Marea întrebare**: pot prețurile trecute prezice randamentele viitoare?
  - potrivit ipotezei pieței eficiente, aproape deloc (Capitolul 7)

Recapitulare: importanța piețelor financiare

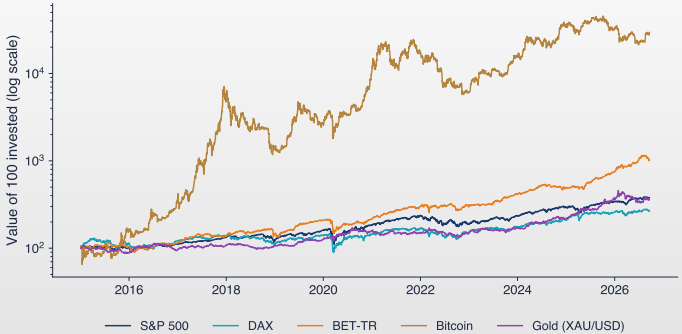
- Piețele alocă capitalul, împart riscul, asigură lichiditatea și descoperă prețurile
- Prețurile se formează în registrul de ordine: spread-ul este costul unei tranzacții imediate
- Șase clase de active, un singur set de instrumente statistice
- Prețul de mîine este o variabilă aleatoare: statistica îi descrie randamentele, volatilitatea și riscul

Datele folosite în curs

Serie	Descriere	Preț	Calendar
S&P 500	500 de firme mari din SUA	închidere	zilele de tranzacționare din SUA
DAX	40 de firme mari din Germania	închidere	zilele de tranzacționare din Germania
BET, BET-TR	cele mai mari firme de la BVB	închidere	zilele de tranzacționare din România
Aur	XAU/USD, dolari pe uncie	închidere	zilele lucrătoare
Bitcoin	BTC/USD	închidere la 24:00 UTC	fiecare zi
VIX	volatilitatea așteptată a S&P 500	închidere	zilele de tranzacționare din SUA

- Închideri zilnice pînă la 18 septembrie 2026; sursa: Materiale și instrumente
- BET-TR (total return): BET cu dividendele reinvestite; UTC (Coordinated Universal Time): ora universală coordonată
- Fiecare serie își păstrează calendarul: Bitcoin se tranzacționează 365 de zile pe an, bursele aproximativ 252

Cinci piețe din 2015: evoluția a 100 de unități investite



- Valoarea a 100 de unități investite în ianuarie 2015, scară logaritmică: distanțe verticale egale corespund unor variații procentuale egale
- Indicii în moneda locală, aurul și Bitcoin în USD

SFM_ch0_markets

Cinci piețe din 2015: cifrele

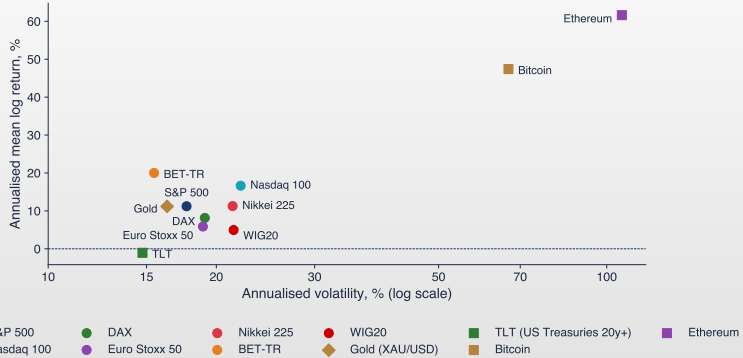
	P_T/P_0	Randament	Volatilitate
S&P 500	$\times$3,7	11,2	17,7
DAX	$\times$2,6	8,1	19,1
BET-TR	$\times$10,4	20,0	15,5
Aur	$\times$3,7	11,2	16,3
Bitcoin	$\times$257,4	47,4	66,7

- P_T/P_0: prețul final împărțit la prețul inițial; randamentul și volatilitatea în % pe an

- **Randament anual**: media randamentelor logaritmice zilnice înmulțită cu A, numărul de zile de tranzacționare pe an
- **Volatilitate anuală**: abaterea standard a randamentelor zilnice înmulțită cu $\sqrt{A}$ (definiții în Partea a II-a)
- **Interpretare**
  - Bitcoin: cel mai mare randament și o volatilitate de circa patru ori mai mare decît a indicilor bursieri
  - în această fereastră, BET-TR a avut un randament mai mare decît S&P 500, cu o volatilitate mai mică
  - o singură fereastră de 11 ani: o altă dată de început produce alt clasament

SFM_ch0_markets

Risc și randament, 2015–2026



- Fiecare punct: o piață; pe orizontală volatilitatea (scară logaritmică), pe verticală randamentul mediu, ambele anuale

SFM_ch0_risk_return

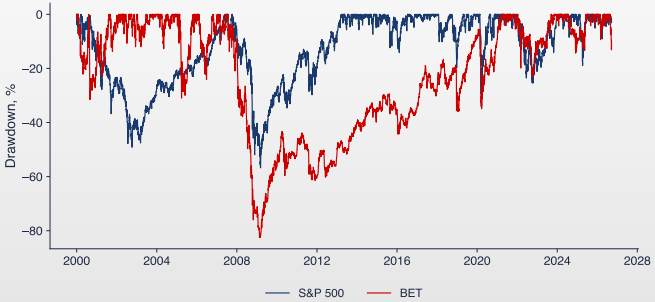
Risc și randament: interpretare

- **Indicii bursieri se grupează** în jurul unei volatilități de 15–22% pe an
  - randamente între 5,0% (WIG20, Varșovia) și 16,6% (Nasdaq 100) pe an
- **Activele cripto se află mult mai la dreapta**
  - volatilitate anuală: Bitcoin 66,7%, Ethereum 106,4%
- **Titlurile de stat americane pe termen lung (TLT) au pierdut**: $-1{,}1\%$ pe an
  - TLT: un ETF de titluri de stat americane cu scadența peste 20 de ani; dobînzile au crescut puternic în 2022
- **Întrebare pentru sală**
  - demonstrează graficul că riscul mai mare aduce randament mai mare?

Risc și randament: interpretare

- **Indicii bursieri se grupează** în jurul unei volatilități de 15–22% pe an
  - randamente între 5,0% (WIG20, Varșovia) și 16,6% (Nasdaq 100) pe an
- **Activele cripto se află mult mai la dreapta**
  - volatilitate anuală: Bitcoin 66,7%, Ethereum 106,4%
- **Titlurile de stat americane pe termen lung (TLT) au pierdut**: $-1{,}1\%$ pe an
  - TLT: un ETF de titluri de stat americane cu scadența peste 20 de ani; dobînzile au crescut puternic în 2022
- **Întrebare pentru sală**
  - demonstrează graficul că riscul mai mare aduce randament mai mare?
- **Răspuns**
  - nu: sînt medii calculate pe un singur eșantion; randamentul mediu pe 11 ani este estimat cu o eroare mare, cum arată Capitolul 1

Crize și drawdown-uri, 2000–2026



- **Drawdown**: pierderea față de cel mai mare preț anterior, $DD_t = P_t / \max_{s \le t} P_s - 1$
- $\max_{s \le t} P_s$: cel mai mare preț pînă în ziua t, inclusiv; $DD_t \le 0$, iar $DD_t = 0$ la un nou maxim

SFM_ch0_drawdowns

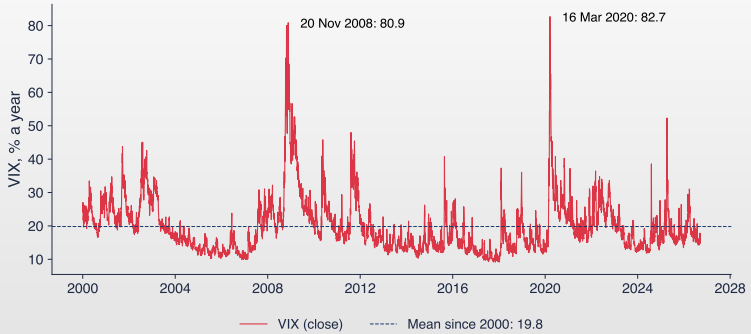
Drawdown-uri: interpretare

- **Criza financiară globală din 2008**: cea mai adîncă scădere pentru ambii indici
  - S&P 500: $-56{,}8\%$ pe 9 martie 2009, de la vîrful din 9 octombrie 2007
  - BET: $-82{,}5\%$ pe 25 februarie 2009, de la vîrful din 24 iulie 2007
- **Crize ulterioare**
  - COVID-19, 2020: S&P 500 $-33{,}9\%$, BET $-34{,}9\%$
  - creșterea dobînzilor, 2022: S&P 500 $-25{,}4\%$, BET $-22{,}9\%$
- **Întrebare pentru sală**
  - cît timp i-a trebuit fiecărui indice ca să revină la vîrful din 2007?

Drawdown-uri: interpretare

- **Criza financiară globală din 2008**: cea mai adîncă scădere pentru ambii indici
  - S&P 500: $-56{,}8\%$ pe 9 martie 2009, de la vîrful din 9 octombrie 2007
  - BET: $-82{,}5\%$ pe 25 februarie 2009, de la vîrful din 24 iulie 2007
- **Crize ulterioare**
  - COVID-19, 2020: S&P 500 $-33{,}9\%$, BET $-34{,}9\%$
  - creșterea dobînzilor, 2022: S&P 500 $-25{,}4\%$, BET $-22{,}9\%$
- **Întrebare pentru sală**
  - cît timp i-a trebuit fiecărui indice ca să revină la vîrful din 2007?
- **Răspuns**
  - S&P 500: pînă la 28 martie 2013; BET: pînă la 16 martie 2021, peste 13 ani
  - o pierdere mare cere un cîștig și mai mare pentru revenire: după -80%, prețul trebuie să crească de cinci ori

Indicele fricii: VIX, 2000–2026



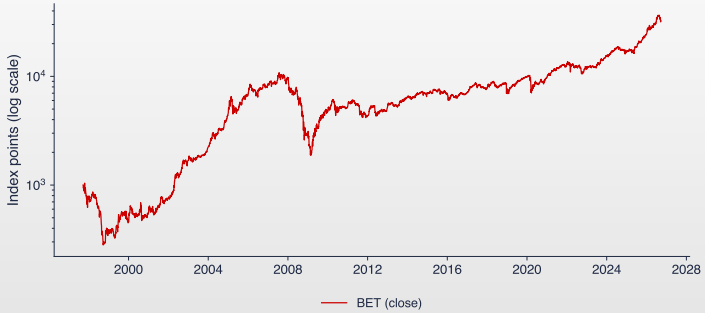
- **VIX**: volatilitatea S&P 500 în următoarele 30 de zile, așteptată de cei care tranzacționează opțiuni, în % pe an (Cboe; Whaley (2000))

SFM_ch0_vix

VIX: interpretare

- **De obicei calm**: media 19,8, mediana 17,8 din 2000
  - media este peste mediană: vîrfurile rare o ridică
- **Două vîrfuri peste 80**
  - 20 noiembrie 2008: 80,9, la două luni după falimentul Lehman Brothers
  - 16 martie 2020: 82,7, panica bursieră provocată de COVID-19
- **Volatilitatea evoluează în valuri**
  - valorile mari sînt urmate de valori mari și se diminuează lent
  - fenomenul de *volatility clustering* se modelează cu GARCH (Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) în Capitolul 9
- Pe 18 septembrie 2026, VIX a închis la 14,8: o piață calmă

Piața din România: BET din 1997



- **BET**: indicele de referință al BVB, lansat pe 19 septembrie 1997 la 1 000 de puncte (BVB)
- 18 septembrie 2026: 32 758 de puncte, aproximativ $\times 32{,}8$ în 29 de ani, fără dividende

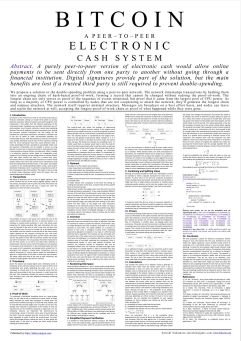
SFM_ch0_bet_history

Piața din România: interpretare

- **Trei faze**
  - 1997–1999: o piață tînără își pierde cea mai mare parte din valoare
  - 2000–2007: creștere puternică înainte de aderarea la UE din 2007
  - 2008–2009: un drawdown de $-82{,}5\%$, apoi o revenire lentă și noi maxime în 2025–2026
- **Crahurile de la BVB pot fi modelate**
  - modele log-periodice estimate pe BET înainte de 2008 (Pele & Mazurencu-Marinescu (2012))
- **De ce BET-TR în comparații**
  - firmele românești plătesc dividende mari; un indice fără ele subestimează cîștigul investitorului

Activele cripto în 2026

- **Bitcoin**: propus în 2008 (Nakamoto (2008)) ca bani electronici fără bancă; tranzacționat din 2010
- **Mai aproape de finanțele tradiționale**
  - ianuarie 2024: SEC (Securities and Exchange Commission, autoritatea americană de supraveghere a pieței de capital) aprobă ETF-urile spot pe Bitcoin (SEC (2024))
  - devin activele cripto o clasă alternativă de active? (Pele, Wesselhöfft, Härdle & Kolossiatis (2023))
- **Totuși, o altă lume statistică**
  - volatilitate de 66,7% pe an din 2015, față de 17,7% pentru S&P 500
  - se tranzacționează 24 de ore din 24, 7 zile din 7: anualizăm cu 365 de zile
- Capitolul 14 este dedicat activelor cripto



BITCOIN

A PEER-TO-PEER ELECTRONIC CASH SYSTEM

Abstract. A purely peer-to-peer version of electronic cash would allow online payments to be sent directly from one party to another without going through a financial institution. Digital signatures provide part of the solution, but the main benefits are lost if a trusted third party is still required to prevent double-spending.

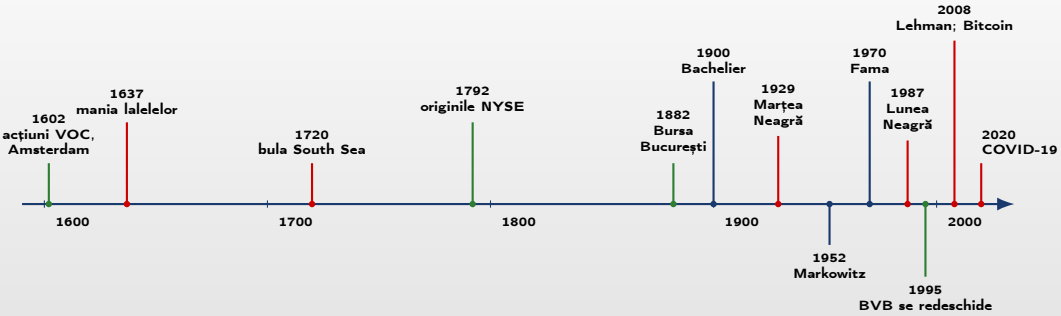
Documentul Bitcoin (white paper), 2008

Text: Satoshi Nakamoto (2008); afiș: DailyCoinPost (2018); CC0; Wikimedia Commons

Recapitulare: piețele în 2026

- Din 2015: indicii bursieri au o volatilitate de circa 15–22% pe an, Bitcoin de circa 66,7%
- Drawdown-urile pot fi adînci și lungi: BET $-82{,}5\%$ în 2009, cu revenire abia în 2021
- Volatilitatea evoluează în valuri: VIX a depășit 80 în 2008 și în 2020
- Clasamentul piețelor depinde de fereastră: orice medie este o estimație

Cronologia piețelor financiare



- Verde: burse; roșu: bule și crahuri; albastru: modele statistice ale prețurilor
- Bursele, crahurile și modelele au evoluat împreună: fiecare criză a adus date noi și întrebări noi

Primele burse: de la Bruges la New York



Bursa din Amsterdam a lui Hendrick de Keyser, 1612

Gravură: Claes Jansz. Visscher (1612); domeniu public; Stadsarchief Amsterdam, Wikimedia Commons

- **Bruges**, secolele XIII–XV: negustorii se întîlnesc în fața hanului familiei Van der Beurse; numele devine *bourse*, *bursă* (Gelderblom (2013))
- **Amsterdam**, 1602: Compania Olandeză a Indiilor de Est (VOC) emite acțiuni pe care oricine le poate cumpăra și revinde
  - tranzacționarea continuă, contractele forward și vînzarea în lipsă apar în mai puțin de un deceniu (Gelderblom & Jonker (2004))
- **Londra**: din 1698, liste de prețuri publicate la cafeneaua Jonathan's (Neal (1990))
- **New York**, 17 mai 1792: 24 de brokeri semnează Buttonwood Agreement, originea NYSE (New York Stock Exchange) (Sylla, Wright & Cowen (2009))

Primele bule speculative



Jan Brueghel cel Tînăr, *Satiră despre mania lalelelor*, c. 1640

Pictură: Jan Brueghel the Younger (c. 1640); domeniu public; Wikimedia Commons



William Hogarth, *Schema South Sea*, 1721

Gravură: William Hogarth (1721); CC0; National Gallery of Art, Wikimedia Commons

- **Bulă speculativă**: un preț mult peste orice valoare rezonabilă a activului, urmat de o prăbușire
- **Mania lalelelor**, Olanda, 1636–1637: prețurile contractelor pe bulbi de lalele cresc de multe ori, apoi se prăbușesc în februarie 1637
  - cercetările ulterioare: un episod mai mic decît legenda, cu puține falimente (Garber (1989); Goldgar (2007))
- **1720**: Compania Mississippi la Paris și Compania South Sea la Londra cresc și se prăbușesc în cîteva luni
  - prețurile au crescut cel mai mult la firmele legate de o inovație reală: comerțul atlantic și asigurările (Frehen, Goetzmann & Rouwenhorst (2013))
- Ingrediente recurente: o poveste nouă, credit ieftin, apoi vînzări forțate

Marțea Neagră, 1929



Mulțimea din fața NYSE, 29 octombrie 1929

Foto: U.S. government (1929); domeniu public; Wikimedia Commons

- **24–29 octombrie 1929**: piața din New York se prăbușește; 29 octombrie este **Marțea Neagră**
- **Marea Criză**
  - contracția economiei americane, începută în august 1929, a durat pînă în martie 1933 (NBER)
- **Consecințe pentru statistică**
  - reguli mai stricte de transparență: firmele trebuie să publice date regulate și auditate
  - drawdown-urile lungi nu sînt o noutate: BET a avut nevoie de 13 ani după 2008

Ringul bursei și tranzacționarea electronică



Ringul NYSE, 1963

Foto: Thomas J. O'Halloran (1963); domeniu public; Library of Congress, Wikimedia Commons



Un telegraf bursier (stock ticker) al lui Thomas Edison

Foto: Jaclyn Nash, Smithsonian (2014); domeniu public; Wikimedia Commons

- **Telegraful bursier (stock ticker)**, din 1867: prețurile circulă prin telegraf, tipărite pe benzi de hîrtie
  - primele serii de timp de prețuri disponibile în afara bursei
- **Ringul bursei**: brokerii strigă ordinele în ring
  - prețuri înregistrate pe hîrtie de funcționari
- **Tranzacționarea electronică**, din anii 1970–1990
  - fiecare ordin și fiecare tranzacție sînt stocate, la nivel de microsecundă
  - algoritmii trimit o mare parte din ordine pe bursele importante
- Mai multe date au făcut posibile statistici noi, de la randamente zilnice la volatilitatea intrazilnică

Bursa de Valori București



Brokeri la Palatul Bursei, martie 1928

Foto: Nicolae Ionescu (1928); domeniu public; Wikimedia Commons



Aceeași clădire în 2023

Foto: Chainwit. (2023); CC BY 4.0; Wikimedia Commons

- **1 decembrie 1882**: bursa din București se deschide printr-un decret al regelui Carol I (BVB)
- **1948**: tranzacționarea se oprește sub regimul comunist; aproape 50 de ani fără bursă
- **20 noiembrie 1995**: prima ședință de tranzacționare a BVB reînființate, cu 6 companii listate
- **1997**: indicele BET pornește de la 1 000 de puncte
- **2020**: FTSE Russell, un furnizor global de indici, trece România la statutul de piață emergentă secundară
- **iulie 2023**: Hidroelectrica, cea mai mare ofertă publică inițială (IPO, initial public offering) din istoria BVB

Istoria statisticii financiare (1/2): mersul aleator și variațiile extreme ale prețurilor



Louis Bachelier (1870–1946)

Foto: autor necunoscut; domeniu public; Wikimedia Commons

- **1900**: în teza de doctorat, Bachelier modelează prețurile obligațiunilor de la Paris ca un **mers aleator** (Bachelier (1900))
- variațiile prețului: independente și cu distribuție Normală



Benoit Mandelbrot (1924–2010)

Foto: Rama (2007); CC BY-SA 2.0 fr; Wikimedia Commons

- **1963**: Mandelbrot arată că variațiile prețului bumbacului au cozi mult mai groase decît distribuția Normală (Mandelbrot (1963))
- el propune distribuțiile α-stabile din Capitolul 3

Istoria statisticii financiare (2/2): risc, eficiență, volatilitate

- **1952**: Markowitz măsoară riscul prin varianța randamentelor și construiește portofolii diversificate (Markowitz (1952))
  - riscul devine o mărime care poate fi estimată
- **1970**: Fama definește **piața eficientă**: prețurile reflectă toată informația disponibilă (Fama (1970))
  - testabilă statistic: sînt randamentele previzibile? (Capitolul 7)
- **1973**: Black și Scholes evaluează opțiunile, volatilitatea fiind parametrul esențial (Black & Scholes (1973))
- **1982**: Engle modelează volatilitatea variabilă în timp: ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) (Engle (1982))
  - punctul de plecare al Capitolelor 8–10



Eugene Fama la ceremonia Premiului Nobel, 2013

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

Crize moderne: 1987, 2008, 2020



Sediul Lehman Brothers, New York, 15 septembrie 2008

Foto: Robert Scoble (2008); CC BY 2.0; Wikimedia Commons



Districtul Financiar din New York, gol, martie 2020

Foto: Billie Grace Ward (2020); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- **19 octombrie 1987, Lunea Neagră**: Dow Jones scade cu 22,6% într-o singură zi; scăderi mari pe toate piețele importante (Roll (1988))
- **15 septembrie 2008**: Lehman Brothers dă faliment; criza financiară globală
  - modelele de risc care presupuneau distribuția Normală a randamentelor au subestimat pierderile
- **martie 2020**: crahul provocat de COVID-19
  - randamentul logaritmic al S&P 500 a fost $-12{,}8\%$ pe 16 martie 2020, cea mai slabă zi din 2000 încoace
- Lecția pentru acest curs: zilele extreme fac parte din date, nu sînt erori de eliminat

Recapitulare: o scurtă istorie

- Burse din secolele XIII–XV (Bruges), tranzacții cu acțiuni din 1602 (Amsterdam); bule și crahuri aproape de la început
- Bursa din București: 1882–1948, apoi din nou din 1995; BET din 1997
- Modele: mers aleator (1900), riscul portofoliului (1952), cozi groase (1963), eficiență (1970), volatilitate variabilă (1982)
- Fiecare criză a arătat că zilele extreme sînt mai frecvente decît prevede distribuția Normală

Randamente simple și logaritmice

- P_t: prețul de la sfîrșitul zilei t (pentru ETF-uri și acțiuni, prețul ajustat pentru dividende și splituri); P_{t-1}: prețul din ziua precedentă
- **Randament simplu**: $R_t = \dfrac{P_t}{P_{t-1}} - 1$
  - cîștigul procentual al unei zile, adică ceea ce obține efectiv investitorul
- **Randament logaritmic**: $r_t = \ln \dfrac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(1 + R_t)$
  - ln: logaritmul natural; r_t este randamentul compus continuu al zilei
  - aproape egal cu R_t pentru variații mici; mai mic pentru variații mari
- **Exemplu**: $P_0 = 100$, $P_1 = 110$, $P_2 = 99$
  - $R_1 = +10\%$, $r_1 = \ln 1{,}1 = +9{,}53\%$
  - $R_2 = -10\%$, $r_2 = \ln 0{,}9 = -10{,}54\%$

Întrebare pentru sală: adunarea randamentelor pe două zile

- **Întrebări pentru sală**: același exemplu, $100 \to 110 \to 99$
  - cît este suma celor două randamente simple?
  - a cîștigat, a pierdut sau a rămas pe loc investitorul în cele două zile?

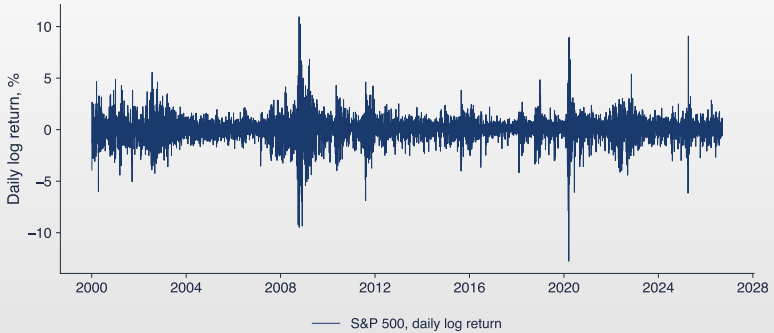
Întrebare pentru sală: adunarea randamentelor pe două zile

- **Întrebări pentru sală**: același exemplu, $100 \to 110 \to 99$
  - cît este suma celor două randamente simple?
  - a cîștigat, a pierdut sau a rămas pe loc investitorul în cele două zile?
- **Răspuns**
  - $R_1 + R_2 = 10\% - 10\% = 0\%$, dar investitorul a pierdut: $99/100 - 1 = -1\%$
  - randamentele simple **se compun**: $(1 + R_1)(1 + R_2) - 1 = 1{,}1 \times 0{,}9 - 1 = -1\%$
  - randamentele logaritmice **se adună**: $r_1 + r_2 = -1{,}01\% = \ln(99/100)$
- Regula: în timp, adunăm randamentele logaritmice și compunem randamentele simple (detalii în Capitolul 1)

Media, volatilitatea și anualizarea

- Din n randamente logaritmice zilnice $r_1, \ldots, r_n$
  - **media**: $\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} r_t$
  - **volatilitatea**: abaterea standard $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n} (r_t - \bar{r})^2}$
  - s: distanța tipică dintre un randament zilnic și media sa; împărțirea la $n-1$ în loc de n corectează faptul că $\bar{r}$ este estimată din aceleași date
- **Anualizarea** cu A observații pe an
  - media: $A\bar{r}$, pentru că randamentele logaritmice se adună; volatilitatea: $\sqrt{A}\, s$, pentru că variațele zilelor independente se adună
  - $A \approx 252$ pentru burse, $A = 365$ pentru Bitcoin
- **Exemplu**
  - un indice bursier cu volatilitate zilnică de 1%: $\sqrt{252} \times 1\% = 15{,}9\%$ pe an
  - Bitcoin cu volatilitate zilnică de 3%: $\sqrt{365} \times 3\% = 57{,}3\%$ (cu 252, greșit: 47,6%)

Randamentele zilnice ale S&P 500, 2000–2026



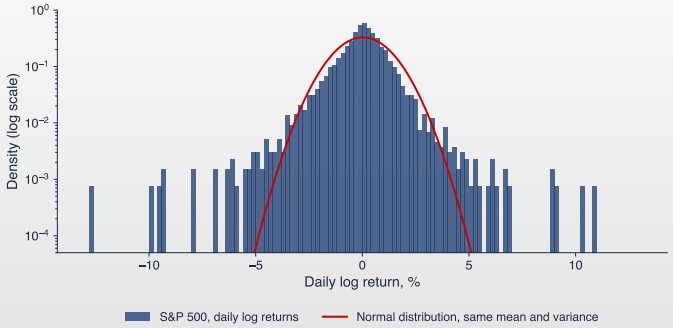
- 6 714 randamente logaritmice zilnice, de la 4 ianuarie 2000 la 18 septembrie 2026

SFM_ch0_returns

Randamentele zilnice: interpretare

- **Mici în medie, mari în crize**
  - media 0,025% pe zi, abaterea standard 1,21% pe zi (19,2% pe an)
  - cea mai slabă zi: $-12{,}8\%$ pe 16 martie 2020; cea mai bună: $+11{,}0\%$ pe 13 octombrie 2008
- **Volatility clustering**
  - variațiile mari apar grupat: 2002, 2008–2009, 2020, 2022, aprilie 2025
  - cele mai bune și cele mai slabe zile sînt apropiate în timp
- **Media se vede greu**
  - media zilnică este de aproximativ 49 de ori mai mică decît abaterea standard zilnică
  - estimarea randamentelor așteptate cere eșantioane lungi; estimarea volatilității este mult mai ușoară

Randamentele față de distribuția Normală



- Histograma randamentelor logaritmice zilnice ale S&P 500 din 2000; roșu: densitatea Normală cu aceeași medie și varianță; scară verticală logaritmică

SFM_ch0_returns

Cozi groase: interpretare

- **Mai multe zile extreme decît permite distribuția Normală**
  - zile cu o variație mai mare de 4 abateri standard: 46 observate
  - număr așteptat dacă randamentele ar urma distribuția Normală cu aceeași medie și variață: 0,43
  - cea mai slabă zi, 16 martie 2020, se află la $-10{,}5$ abateri standard de medie
- **Coeficientul de boltire** (kurtosis) $K = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \bar{r})^4/s^4$: media puterii a patra a randamentelor standardizate
  - $(r_t - \bar{r})/s$: distanța față de medie, în abateri standard; puterea a patra face ca zilele extreme să domine K
  - distribuția Normală: $K = 3$; S&P 500 din 2000: 13,7; $K > 3$ indică cozi mai groase decît la distribuția Normală
- **Și mai multe zile liniștite**: histograma este mai înaltă în centru
  - riscul măsurat pe baza distribuției Normale este subestimat în cozi (Capitolele 2, 5 și 10)

Drawdown-ul, pas cu pas

t	P_t	vîrf M_t	DD_t
0	100	100	0%
1	120	120	0%
2	90	120	−25%
3	110	120	−8,3%
4	130	130	0%
5	104	130	−20%

- **Vîrful curent**: $M_t = \max_{s \le t} P_s$, cel mai mare preț din zilele $s = 0, \ldots, t$
- **Drawdown** (definit la graficul crizelor): $DD_t = P_t / M_t - 1$
- **Drawdown-ul maxim** (MDD, maximum drawdown): cea mai mică valoare a lui DD_t; aici −25%, de la 120 la 90
- **De ce îl urmăresc investitorii**
  - este pierderea celui care a cumpărat în cel mai nefavorabil moment
  - nu arată cît durează revenirea: raportați și durata

Recapitulare: prețuri și randamente

- $R_t = P_t/P_{t-1} - 1$ se compune; $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ se adună în timp
- Anualizăm media cu A și volatilitatea cu $\sqrt{A}$; $A = 365$ pentru Bitcoin
- Randamentele zilnice: volatility clustering și cozi groase (coeficient de boltire 13,7, față de 3)
- Drawdown: pierderea față de vîrful anterior; drawdown-ul maxim rezumă cel mai sever episod

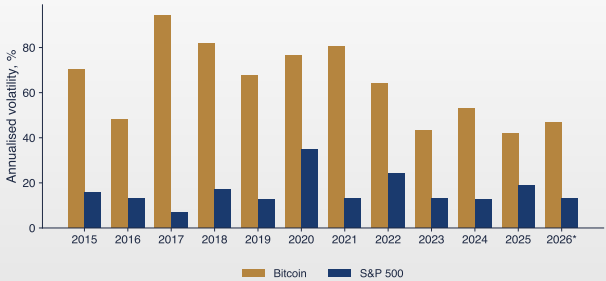
O întrebare de cercetare deschisă

- **Întrebarea**: a devenit Bitcoin mai puțin volatil de cînd a intrat în finanțele tradiționale?
- **De ce contează**
  - un Bitcoin mai puțin volatil ar fi mai ușor de deținut în portofoliul unui fond de pensii sau al unei bănci
  - ETF-urile spot din ianuarie 2024 au deschis Bitcoin investitorilor care cumpără prin conturi obișnuite de brokeraj (SEC (2024))
- **De ce este deschisă**
  - doar cîțiva ani de date după 2024
  - există alte explicații: o piață mai calmă în ansamblu, o piață mai mare și mai lichidă
  - rezultate conexe: activele cripto și cele tradiționale se apropie în timp (Pele, Wesselhöfft, Härdle & Kolossiatis (2023))

Utilizări posibile ale instrumentelor AI

- **Literatura**: cereți articole din reviste cu evaluare colegială (peer review) despre volatilitatea Bitcoin, cu DOI
  - apoi deschideți dumneavoastră fiecare DOI: asistenții AI inventează referințe plauzibile
- **Ipoteze**: cereți trei explicații concurente pentru o scădere a volatilității
  - fiecare explicație trebuie să prezică ceva ce celelalte nu prezic
- **Codul**: cereți o primă variantă care calculează volatilitatea pentru fiecare an
  - verificați anualizarea, calendarul și datele, linie cu linie
- **Critica**: cereți asistentului să joace rolul unui recenzent ostil al rezultatului dumneavoastră
  - învățarea automată poate genera ipoteze; testarea lor rămîne sarcina cercetătorului (Ludwig & Mullainathan (2024))

Mini-studiu de caz: volatilitatea pe ani



- Volatilitatea anualizată a randamentelor logaritmice zilnice în fiecare an calendaristic; Bitcoin cu 365 de zile, S&P 500 cu frecvența proprie; 2026*: pînă la 18 septembrie
- Bitcoin: în medie 69,6% pe an în 2015–2023, 47,3% în 2024–2026; în 2025, de 2,25 ori volatilitatea S&P 500

SFM_ch0_btc_vol

Verificări necesare

- **Stabiliți comparația înainte de a vă uita la grafic**
  - data de ruptură: aprobarea ETF-urilor din ianuarie 2024, nu anul care arată cel mai bine
  - dacă încercați multe date și o păstrați pe cea mai bună, obțineți descoperiri false (Harvey, Liu & Zhu (2016))
- **Excludeți explicația concurentă**
  - dacă toate piețele au fost mai calme, a scăzut și volatilitatea S&P 500: comparați raportul Bitcoin / S&P 500
- **Verificați cifrele**
  - 365 de zile pe an pentru Bitcoin; aceeași definiție a volatilității în fiecare an
  - un an este un eșantion scurt: un singur an calm nu este o tendință
- **Precizați ce nu poate arăta rezultatul**: o scădere după 2024 nu dovedește că ETF-urile au cauzat-o

Idee de proiect

- **Întrebarea**: este volatilitatea Bitcoin, raportată la S&P 500, mai mică după ianuarie 2024 decît înainte?
- **Pașii**
  - reproduceți graficul mini-studiului de caz din datele cursului
  - scrieți ipoteza, data de ruptură și testul înainte de calcul
  - comparați variațele randamentelor zilnice înainte și după, cu un test de egalitate a variațelor (testul Levene)
  - repetați cu Ethereum, ca al doilea activ cripto
- **Raportați**
  - cele două volatilități, raportul, rezultatul testului și o limită
  - fiecare prompt AI care a influențat o decizie, în `AI_USE.md`

Autoevaluare și prezentarea Capitolului 1

- **Autoevaluare**
  - De ce suma randamentelor simple nu este randamentul total?
  - Cum anualizați volatilitatea zilnică a Bitcoin?
  - Ce înseamnă pentru un investitor un drawdown maxim de -80%?
  - Ce trebuie să verificați înainte de a folosi o referință generată de AI?

- **Capitolul 1: date, randamente și indicatori**
  - De unde vin datele?
  - Ce coloană de preț folosim?
  - Cum se agregă randamentele pe zile, luni și ani?
  - Ce este raportul Sharpe?
  - Ce înseamnă volatility drag?

Bibliografie (1/2)

- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 17, 21–86.
- Black, F., Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- Borak, S., Härdle, W.K., López-Cabrera, B. (2013). *Statistics of Financial Markets: Exercises and Solutions* (2nd ed.). Springer.
- Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236.
- Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Fama, E.F. (1970). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets: An Introduction* (5th ed.). Springer.
- Frehen, R.G.P., Goetzmann, W.N., Rouwenhorst, K.G. (2013). New evidence on the first financial bubble. *Journal of Financial Economics*, 108(3), 585–607.
- Garber, P.M. (1989). Tulipmania. *Journal of Political Economy*, 97(3), 535–560.
- Gelderblom, O. (2013). *Cities of Commerce*. Princeton University Press.
- Gelderblom, O., Jonker, J. (2004). Completing a financial revolution: the finance of the Dutch East India trade and the rise of the Amsterdam capital market, 1595–1612. *The Journal of Economic History*, 64(3), 641–672.
- Goldgar, A. (2007). *Tulipmania: Money, Honor, and Knowledge in the Dutch Golden Age*. University of Chicago Press.

Bibliografie (2/2)

- Harvey, C.R., Liu, Y., Zhu, H. (2016). . . . and the cross-section of expected returns. *The Review of Financial Studies*, 29(1), 5–68.
- Ludwig, J., Mullainathan, S. (2024). Machine learning as a tool for hypothesis generation. *The Quarterly Journal of Economics*, 139(2), 751–827.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36(4), 394–419.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: a peer-to-peer electronic cash system. White paper.
- Neal, L. (1990). *The Rise of Financial Capitalism: International Capital Markets in the Age of Reason*. Cambridge University Press.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M. (2012). Modelling stock market crashes: the case of Bucharest Stock Exchange. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 58, 533–542.
- Pele, D.T., Wesselhöfft, N., Härdle, W.K., Kolossiatis, M., Yatracos, Y.G. (2023). Are cryptos becoming alternative assets? *The European Journal of Finance*, 29(10), 1064–1105.
- Roll, R. (1988). The international crash of October 1987. *Financial Analysts Journal*, 44(5), 19–35.
- Sylla, R., Wright, R.E., Cowen, D.J. (2009). Alexander Hamilton, central banker: crisis management during the U.S. financial panic of 1792. *Business History Review*, 83(1), 61–86.
- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (3rd ed.). Wiley.
- Whaley, R.E. (2000). The investor fear gauge. *The Journal of Portfolio Management*, 26(3), 12–17.