








Statistica piețelor financiare

Capitolul 7: Ipoteza piețelor eficiente, mersul aleator și testele VR



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Acronime folosite în acest material (1/3)

- **ACF**: Autocorrelation Function (funcția de autocorelație)
- **ADF**: Augmented Dickey–Fuller (test) — testul Dickey–Fuller augmentat
- **AI**: Artificial Intelligence (inteligență artificială)
- **AIC**: Akaike Information Criterion (criteriul informațional Akaike)
- **AMH**: Adaptive Markets Hypothesis (ipoteza piețelor adaptive)
- **AR**: AutoRegressive (model) — model autoregresiv
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — indicele de referință al Bursei de Valori București
- **BET-TR**: BET Total Return (index) — indicele BET cu dividendele reinvestite
- **BUX**: Budapesti Értéktőzsde index (indicele Bursei din Budapesta)
- **BVB**: Bursa de Valori București
- **CAPM**: Capital Asset Pricing Model (modelul de evaluare a activelor financiare)
- **CD**: Chow–Denning (multiple variance-ratio test) — testul multiplu Chow–Denning pentru raportul variațelor

Acronime folosite în acest material (2/3)

- **CME**: Chicago Mercantile Exchange (Bursa de mărfuri din Chicago)
- **COVID-19**: COronaVIrus Disease 2019 (boala provocată de noul coronavirus, identificată în 2019)
- **EMH**: Efficient Market Hypothesis (ipoteza pieței eficiente)
- **EODHD**: EOD Historical Data (market-data provider) — furnizor de date de piață
- **FTSE**: Financial Times Stock Exchange (FTSE Russell, index provider) — furnizorul de indici FTSE Russell
- **GARCH**: Generalised AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity (heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată)
- **GMM**: Generalized Method of Moments (metoda generalizată a momentelor)
- **KPSS**: Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (stationarity test) — testul de staționaritate Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin
- **LB**: Ljung–Box (test) — testul de autocorelație Ljung–Box
- **MA**: Moving Average (model) — model de medie mobilă
- **MIT**: Massachusetts Institute of Technology (Institutul de Tehnologie din Massachusetts)

Acronime folosite în acest material (3/3)

- **OLS**: Ordinary Least Squares (metoda celor mai mici pătrate)
- **PP**: Phillips–Perron (unit-root test) — testul de rădăcină unitară Phillips–Perron
- **PX**: Prague Stock Exchange index (index Burzy cenných papírů Praha) — indicele Bursei din Praga
- **RW1**: Random Walk 1 (i.i.d. increments) — mersul aleator 1 (creșteri i.i.d.)
- **RW2**: Random Walk 2 (independent increments) — mersul aleator 2 (creșteri independente)
- **RW3**: Random Walk 3 (uncorrelated increments) — mersul aleator 3 (creșteri necorelate)
- **SFE**: Statistics of Financial Markets, Exercises (Quantlet collection of the textbook) — colecția de Quantlet-uri a manualului Statistics of Financial Markets
- **SUA**: Statele Unite ale Americii
- **UE**: Uniunea Europeană
- **VR**: Variance Ratio (raportul variațelor)
- **WIG20**: Warszawski Indeks Giełdowy 20 (indicele celor mai mari 20 de companii de la Bursa din Varșovia)

Întrebarea de azi și traseul

- **Întrebarea**: ne pot spune prețurile de ieri ceva despre randamentul de mîine?
  - dacă da, o regulă simplă ar putea bate piața; dacă nu, piața este eficientă în sens slab
  - Capitolul 4 a definit mersul aleator și martingalul; aici le testăm pe prețuri reale
- **Traseul** capitolului
  - pieței eficiente: trei forme, problema ipotezei comune
  - ipotezele de mers aleator RW1, RW2, RW3 și martingalul
  - zgomotul alb și funcția de autocorelație; testele Ljung–Box și runs
  - rădăcini unitare: ADF, Phillips–Perron, KPSS; prețuri față de randamente
  - testele variance ratio; eficiența pe piețe diferite și în timp; anomalii

Rezultatele învățării

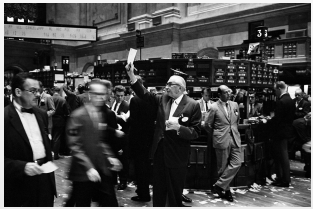
- Enunțați cele trei forme ale eficienței pieței și explicați de ce orice test este un test comun
- Deosebiți RW1, RW2, RW3 și martingalul și precizați care dintre aceste ipoteze sînt încălcate de volatility clustering
- Citiți un ACF de selecție cu banda de încredere potrivită și calculați statisticile Box–Pierce, Ljung–Box și runs
- Aplicați și combinați testele ADF, Phillips–Perron și KPSS pe prețuri și pe randamente
- Calculați un raport al variațelor și testul lui robust, pentru un orizont și pentru mai multe orizonturi împreună
- Judecați, pe date reale, care piețe par eficiente și dacă acest lucru se schimbă în timp

Bibliografie și instrumente

- Manual: Franke, Härdle & Hafner (2019), cap. 11 (11.3 așteptări și piețe eficiente, 11.5 teste de mers aleator, 11.6 teste de rădăcină unitară)
  - exerciții rezolvate: Borak, Härdle & López-Cabrera (2013), cap. 11
- Econometria previzibilității: Campbell, Lo & MacKinlay (1997), cap. 2 (mers aleator, variance ratio) și cap. 4 (studii de eveniment)
- Quantlet-urile Python ale capitolului: Quantlets/Ch_07
  - portate din Quantlet-urile SFE SFEtimewn, SFEacfar1, SFEacfar2, SFEacfma1 și SFEacfma2
- Notebook-ul cursului: deschideți în Google Colab
- Curs video: Efficiency of cryptocurrency markets – A GMM-based analysis

Randamente peste cele ale pieței

- Dacă prețurile trecute ar anticipa randamentele viitoare, o regulă simplă ar aduce bani fără risc
  - investitorii ar folosi regula; tranzacțiile lor ar muta prețurile pînă cînd tiparul dispare
- Dovezile despre investitorii profesioniști
  - fondurile de investiții nu au obținut, în medie, randamente mai mari decît o strategie buy-and-hold, după deducerea costurilor Jensen (1968)
  - puține fonduri au o abilitate suficient de mare încît să își acopere costurile Fama & French (2010)
- O sinteză a argumentelor pro și contra: Malkiel (2003)



Ringul de tranzacționare al Bursei din New York, 1963

Foto: Thomas J. O'Halloran (1963), Library of Congress; domeniu public; Wikimedia Commons

1900: prețurile ca mers aleator

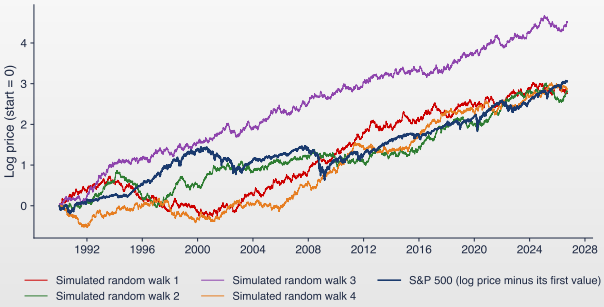
- Louis Bachelier, *Théorie de la spéculation* Bachelier (1900)
  - primul model matematic al prețurilor: variația unui preț este o sumă de multe șocuri mici aleatoare
  - cîștigul așteptat al speculatorului este zero
- Kendall (1953): 22 de serii de prețuri britanice se comportă ca o serie „rătăcitoare”
  - variațiile de la o săptămînă la alta seamănă cu extrageri independente
- Roberts (1959): mersurile aleatoare simulate arată „tipare” pe care analiștii tehnici le văd în prețurile reale



Louis Bachelier (1870–1946)

Foto: autor necunoscut; domeniu public; Wikimedia Commons

Întrebare pentru sală: care traiectorie este S&P 500?



- Patru mersuri aleatoare cu pași Normali i.i.d. (media 0,033%, abaterea standard 1,13% pe zi, ca la S&P 500) și prețul logaritmic S&P 500 din 1990
- **Întrebare pentru sală**: fără legendă, ați putea spune care traiectorie este cea reală?
- **Răspuns**: greu; avînturile și căderile lungi apar și în zgomotul pur (valori finale: 2,76–4,50; S&P 500: 3,06)

SFM_ch7_random_walk

1965: prețurile anticipate corect fluctuează aleator

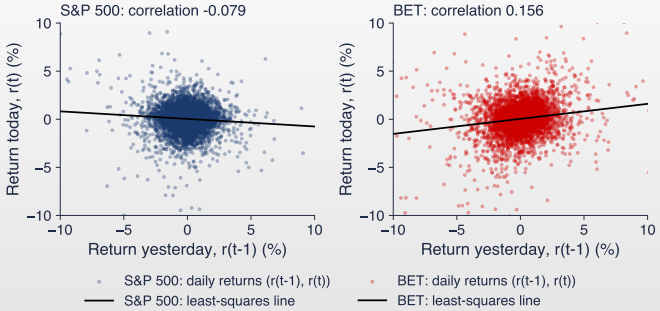
- Paul Samuelson Samuelson (1965): dacă prețurile conțin deja tot ce anticipează investitorii, următoarea variație este imprevizibilă
  - formal: prețul este un **martingal**, $E[P_{t+1} \mid \mathcal{F}_t] = P_t$ (Capitolul 4)
  - $\mathcal{F}_t$: informația disponibilă la momentul t
- Caracterul aleator al variațiilor de preț este semnul unei piețe care funcționează, nu al haosului
- Fama (1965): randamentele zilnice ale celor 30 de acțiuni Dow Jones nu arată aproape deloc autocorelație



Paul A. Samuelson (1915–2009), Premiul Nobel 1970

Foto: Bernard Gotfryd (1970–1975); domeniu public; Wikimedia Commons

Randamentul de ieri și randamentul de azi



- Fiecare punct: (randamentul de ieri, randamentul de azi); dreapta: cele mai mici pătrate; panta ei este prima autocorelație $\hat{\rho}(1)$
- S&P 500: $\hat{\rho}(1) = -0{,}079$ (o ușoară revenire); BET: $\hat{\rho}(1) = 0{,}156$ (o ușoară continuare); sînt aceste valori diferite de zero?

SFM_ch7_random_walk

Definiția pieței eficiente

- **EMH** (efficient market hypothesis, ipoteza pieței eficiente) Fama (1970): prețurile „reflectă pe deplin" informația disponibilă Ω_t
  - nicio regulă de tranzacționare care folosește Ω_t nu cîștigă mai mult decît randamentul care îi compensează riscul
  - prețurile se mișcă doar la **știri**: informație care nu era în Ω_t
- Eficiența este relativă la o mulțime de informații
  - cu cît Ω_t este mai mică, cu atît afirmația este mai slabă și testul mai ușor
- Eficient nu înseamnă „randamente zero": randamentul așteptat remunerează riscul



Eugene F. Fama, Premiul Nobel 2013

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

Trei forme ale eficienței

Forma	Mulțimea de informații Ω_t	Strategii fără randamente în exces	Testul tipic
Slabă	prețurile și randamentele trecute	analiza tehnică, tiparele grafice	autocorelație, runs, variance ratio
Semi-tare	toată informația publică	analiza fundamentală a datelor publice	studii de eveniment
Tare	toată informația, inclusiv cea privată	informația privilegiată	randamentele insiderilor și ale administratorilor de fonduri

- Formele sînt incluse una în alta: tare $\Rightarrow$ semi-tare $\Rightarrow$ slabă; respingerea formei slabe le respinge pe toate trei
- Acest capitol testează mai ales forma slabă: prețurile trecute sînt date gratuite pentru oricine Fama (1970), Fama (1991)

Modelul jocului echitabil

- Fie r_{t+1} randamentul unui activ și $E[r_{t+1} \mid \Omega_t]$ **randamentul așteptat de echilibru** (randamentul care îi remunerează riscul)
  - **randamentul în exces** (surpriza): $z_{t+1} = r_{t+1} - E[r_{t+1} \mid \Omega_t]$
- **Joc echitabil**: $E[z_{t+1} \mid \Omega_t] = 0$
  - erorile de prognoză sînt nule în medie, orice am ști la momentul t
  - o regulă care investește $w(\Omega_t)$ cîștigă $E[w(\Omega_t)\, z_{t+1}] = 0$ peste echilibru
- Cu un randament așteptat constant μ: $E[r_{t+1} \mid \Omega_t] = \mu$; randamentele minus μ sînt o **diferență de martingal**
- Definiția nu cere nici variață constantă, nici distribuția Normală

Problema ipotezei comune

- Pentru a testa eficiența trebuie să știm randamentul așteptat de echilibru $E[r_{t+1} \mid \Omega_t]$
  - pentru asta ne trebuie un model de echilibru: medie constantă, CAPM (capital asset pricing model, modelul de evaluare a activelor financiare), modele cu factori
- Orice test al eficienței este un **test comun** al eficienței și al modelului Fama (1991)
  - o respingere poate însemna o piață ineficientă sau un model greșit al randamentelor așteptate
  - eficiența, luată separat, nu poate fi respinsă niciodată
- Pentru randamentele zilnice problema contează puțin: randamentele așteptate zilnice sînt foarte mici (circa 0,033% pentru S&P 500), deci orice model rezonabil dă aproape același răspuns

Paradoxul Grossman–Stiglitz

- Informația costă: trebuie colectată și analizată Grossman & Stiglitz (1980)
  - dacă prețurile ar reflecta perfect toată informația, nimeni nu ar fi plătit pentru a o colecta
  - atunci nimeni nu ar mai colecta-o, iar prețurile nu ar mai putea s-o reflecte
- Concluzie: o piață poate fi doar **aproape** eficientă
  - micile ineficiențe acoperă costurile investitorilor informați
  - întrebarea devine „cît de eficientă, unde și cînd?", nu „da sau nu?"
- Această perspectivă duce la ipoteza piețelor adaptive din secțiunea 8

Premiul Nobel din 2013: Fama și Shiller



Eugene F. Fama: prețurile sînt greu de anticipat pe zile și săptămîni

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons



Robert J. Shiller: prețurile oscilează prea mult față de valorile fundamentale

Foto: Bengt Nyman (2013); CC BY 2.0; Wikimedia Commons

- Amîndoi au dreptate, pe orizonturi diferite: randamentele pe termen scurt sînt aproape imprevizibile; cele pe termen lung sînt parțial previzibile din indicatorii de evaluare

Modelul mersului aleator pentru prețurile logaritmice

- Prețul logaritmic $p_t = \ln P_t$; **mers aleator cu tendință (drift)** μ: $p_t = \mu + p_{t-1} + \varepsilon_t$
  - randamentul $r_t = p_t - p_{t-1} = \mu + \varepsilon_t$: creșterile ε_t au media 0
  - prin recurență: $p_t = p_0 + \mu t + \sum_{s=1}^{t} \varepsilon_s$: fiecare șoc este **permanent**
- Dacă ε_t sînt necorelate, cu varianța σ^2:
  - $E[p_t] = p_0 + \mu t$ și $\mathrm{Var}(p_t - p_0) = t\sigma^2$: incertitudinea crește cu orizontul
  - randamentul pe q zile $r_t(q) = r_t + \cdots + r_{t-q+1}$ are $\mathrm{Var}(r_t(q)) = q\sigma^2$
- Prețuri logaritmice, nu prețuri: P_t nu poate deveni negativ, iar randamentele logaritmice se adună în timp (Capitolul 1)

Trei ipoteze de mers aleator

- **RW1** (creșteri i.i.d.): ε_t independente și identic distribuite, $\varepsilon_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$ Campbell, Lo & MacKinlay (1997)
  - cea mai puternică: nicio funcție a trecutului nu anticipează vreo funcție a viitorului
- **RW2** (creșteri independente): ε_t independente, dar nu identic distribuite
  - permite variației să se schimbe în timp într-un mod care nu poate fi anticipat din trecut (regimuri)
- **RW3** (creșteri necorelate): $\mathrm{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0$ pentru orice $k \neq 0$
  - cea mai slabă: permite $\mathrm{Cov}(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-k}^2) \neq 0$, adică volatility clustering
- Incluse una în alta: RW1 $\Rightarrow$ RW2 $\Rightarrow$ RW3; testele RW3 folosesc doar autocorelațiile randamentelor

Comparația ipotezelor de mers aleator

Proprietatea randamentelor	RW1	RW2	RW3	**Martingal**
$\mathrm{Corr}(r_t, r_{t-k}) = 0$	da	da	da	da
$E[r_t \mid \text{trecut}] = \mu$ (media imprevizibilă)	da	da	nu mereu	da
variață constantă	da	nu	nu	nu
admite volatility clustering	nu	nu	da	da
randamentele GARCH (Capitolul 9) o satisfac	nu	nu	da	da

- **GARCH** (generalised autoregressive conditional heteroskedasticity, heteroscedasticitate condiționată autoregresivă generalizată): varianța de mîine depinde de șocurile de azi; media rămîne imprevizibilă
- Eficiența în formă slabă cere doar un martingal (sau RW3), nu RW1

Martingal și mers aleator

- $\{p_t - \mu t\}$ este un **martingal** dacă $E[p_{t+1} - \mu(t+1) \mid \mathcal{F}_t] = p_t - \mu t$ Samuelson (1965)
  - echivalent, $E[r_{t+1} - \mu \mid \mathcal{F}_t] = 0$: randamentele minus μ sînt o diferență de martingal
  - o diferență de martingal cu variață finită este necorelată: martingal $\Rightarrow$ RW3
- RW1 și RW2 implică martingalul; reciproca nu este adevărată: un martingal poate avea varianța previzibilă
- **Întrebare pentru sală**: este volatility clustering în contradicție cu eficiența în formă slabă?
  - **Răspuns**: nu; respinge RW1 și RW2, dar o varianță previzibilă nu face randamentul previzibil; martingalul și RW3 rămîn valabile

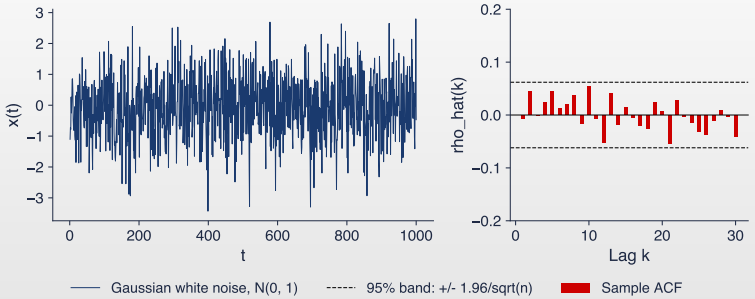
Exemplu lucrat: riscul în funcție de orizont

- S&P 500 din 1990: abaterea standard zilnică $\hat{\sigma} = 1{,}1337\%$
  - în ipoteza de mers aleator, $\mathrm{sd}(r_t(q)) = \sigma\sqrt{q}$
- Pas cu pas
  - o săptămînă, $q = 5$: $1{,}1337 \times \sqrt{5} = 1{,}1337 \times 2{,}236 = 2{,}53\%$
  - o lună, $q = 20$: $1{,}1337 \times 4{,}472 = 5{,}07\%$
  - un an, $q = 250$: $1{,}1337 \times 15{,}811 = 17{,}92\%$
- Aceasta este „regula rădăcinii pătrate a timpului", folosită pentru a scala VaR și volatilitatea
- Dacă randamentele sînt autocorelate, regula nu mai funcționează: testul variance ratio din secțiunea 7 măsoară cu cît

Zgomot alb și autocorelație

- **Autocovarianța** la lagul k: $\gamma(k) = \mathrm{Cov}(x_t, x_{t-k})$; **autocorelația**: $\rho(k) = \gamma(k)/\gamma(0)$
  - **ACF** (autocorrelation function, funcția de autocorelație): $k \mapsto \rho(k)$, $k = 1, 2, \ldots$
- **Zgomot alb**: media 0, varianța constantă σ^2, $\rho(k) = 0$ pentru orice $k \neq 0$
  - zgomotul i.i.d. este zgomot alb; zgomotul alb gaussian este i.i.d. $N(0, \sigma^2)$
  - zgomotul alb nu trebuie să fie independent: randamentele GARCH sînt zgomot alb, dar nu i.i.d.
- **ACF de selecție**: $\hat{\rho}(k) = \sum_{t=k+1}^{T}(x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x}) / \sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2$
  - pentru date i.i.d., $\hat{\rho}(k) \approx N(0, 1/T)$: banda de 95% $\pm 1{,}96/\sqrt{T}$

Zgomotul alb gaussian și ACF-ul lui de selecție



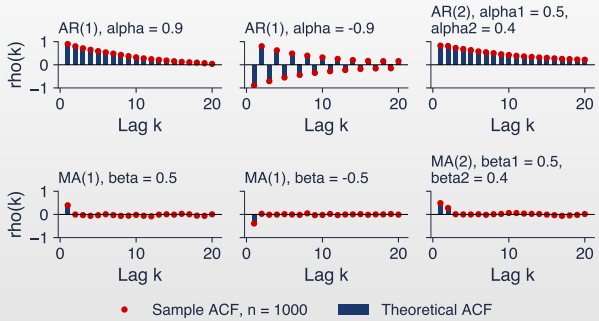
- Stînga: 1 000 de extrageri din $N(0,1)$ (ca în SFEtimewn); dreapta: $\hat{\rho}(1), \ldots, \hat{\rho}(30)$ cu banda $\pm 1{,}96/\sqrt{1000} = \pm 0{,}062$
- Aici 0 din 30 de autocorelații ies din bandă; cu 30 de laguri ne așteptăm la circa 1,5 doar din întîmplare

SFM_ch7_white_noise_acf

ACF-ul proceselor AR și MA

- **AR(1)** (autoregresiv): $x_t = \alpha x_{t-1} + \varepsilon_t$, $|\alpha| < 1$: $\rho(k) = \alpha^k$
  - scădere geometrică; semne alternante dacă $\alpha < 0$; exemplu: $\alpha = 0{,}9 \Rightarrow \rho(3) = 0{,}9^3 = 0{,}729$
- **AR(2)**: $x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \varepsilon_t$: $\rho(1) = \alpha_1/(1-\alpha_2)$, $\rho(k) = \alpha_1\rho(k-1) + \alpha_2\rho(k-2)$
  - $\alpha_1 = 0{,}5$, $\alpha_2 = 0{,}4$: $\rho(1) = 0{,}5/0{,}6 = 0{,}833$, $\rho(2) = 0{,}5 \times 0{,}833 + 0{,}4 = 0{,}817$
- **MA(1)** (moving average, medie mobilă): $x_t = \varepsilon_t + \beta\varepsilon_{t-1}$: $\rho(1) = \beta/(1+\beta^2)$, $\rho(k) = 0$ pentru $k \geq 2$
  - $\beta = 0{,}5$: $\rho(1) = 0{,}5/1{,}25 = 0{,}40$; un MA($q$) are un ACF care se anulează după lagul q
- Forma ACF-ului arată tipul de dependență: scădere lentă (AR), anulare bruscă (MA), nimic (zgomot alb)

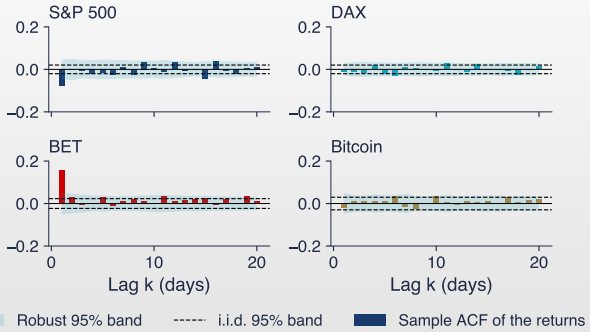
ACF-ul teoretic și de selecție pentru șase procese



- Bare: $\rho(k)$ teoretic; puncte: ACF-ul de selecție al unei traiectorii simulate de 1 000 de valori (SFEacfar1, SFEacfar2, SFEacfma1, SFEacfma2)
- Un mers aleator este limita $\alpha \to 1$ a AR(1): ACF-ul lui nu ar scădea deloc

SFM_ch7_white_noise_acf

ACF-ul randamentelor zilnice



- Bare: $\hat{\rho}(1), \ldots, \hat{\rho}(20)$; linia întreruptă: banda i.i.d. $\pm 1{,}96/\sqrt{T}$; zona umbrită: banda robustă (slide-ul următor)

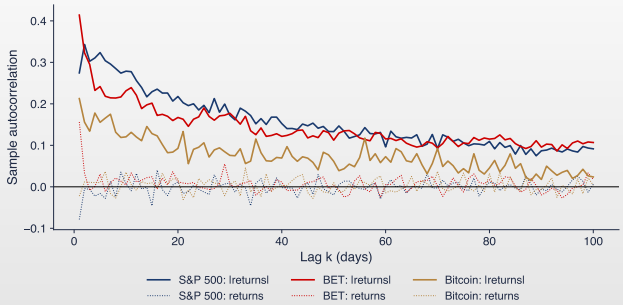
SFM_ch7_autocorrelation_tests

Interpretarea ACF-ului randamentelor

- Primele autocorelații: S&P 500 $-0{,}079$, DAX $-0{,}009$, BET $0{,}156$, Bitcoin $-0{,}022$
  - doar S&P 500 și BET ies în evidență la lagul 1, cu semne opuse
- Banda **robustă**: $\pm 1{,}96\sqrt{\hat{\delta}(k)/T}$, $\hat{\delta}(k) = T\sum_t e_t^2 e_{t-k}^2/(\sum_t e_t^2)^2$, $e_t = r_t - \bar{r}$ Lo & MacKinlay (1988)
  - randamente i.i.d.: $\hat{\delta}(k) \approx 1$; volatility clustering: randamentele mari în modul urmează după randamente mari în modul, deci $\hat{\delta}(k) > 1$
  - S&P 500 la lagul 1: $\pm 0{,}046$ în loc de $\pm 0{,}020$
- S&P 500, numărul de laguri (din 20) aflate în afara benzii: 9 cu banda i.i.d., 3 cu banda robustă
- Banda i.i.d. testează RW1; banda robustă testează RW3, ipoteza care contează pentru eficiență

SFM_ch7_autocorrelation_tests

Autocorelația randamentelor și a randamentelor absolute



- ACF-ul lui $|r_t|$: S&P 500 0,27 la lagul 1, 0,22 la lagul 20, 0,09 la lagul 100; randamentele însele: linii punctate în jurul lui 0
- Mișcările mari urmează după mișcări mari: RW1 și RW2 sînt respinse la prima vedere; graficul nu spune nimic despre RW3 și martingal

SFM_ch7_autocorrelation_tests

Teste portmanteau: Box–Pierce și Ljung–Box

- H_0: $\rho(1) = \cdots = \rho(m) = 0$; H_1: cel puțin un $\rho(k) \neq 0$; un singur test pentru m laguri împreună
  - „portmanteau": un geamantan în care încap multe autocorelații deodată
- Box–Pierce Box & Pierce (1970): $Q_{BP}(m) = T \sum_{k=1}^{m} \hat{\rho}(k)^2$
  - T: numărul de randamente; m: numărul de laguri testate; pătratele fac ca autocorelațiile pozitive și negative să conteze la fel
- **LB** (Ljung–Box) Ljung & Box (1978): $Q_{LB}(m) = T(T+2) \sum_{k=1}^{m} \frac{\hat{\rho}(k)^2}{T-k}$, mai aproape de χ^2 în eșantioane mici
  - pentru randamente i.i.d. ambele $\sim \chi^2(m)$; respingem H_0 dacă $Q > \chi^2_{0,95}(m)$; $\chi^2_{0,95}(10) = 18{,}31$
- Alegerea lui m: aici $m = 10$ (două săptămîni de tranzacționare); un m mai mare diluează un efect de scurtă durată

Exemplu lucrat: Ljung–Box pas cu pas

- $T = 1000$ de randamente zilnice, $\hat{\rho}(1) = 0{,}06$, $\hat{\rho}(2) = -0{,}04$, $\hat{\rho}(3) = 0{,}03$; testăm cu $m = 3$
  - $T\hat{\rho}(k)^2$: 3,6; 1,6; 0,9; suma lor: $Q_{BP}(3) = 6{,}10$
  - $Q_{LB}(3) = 1000 \times 1002 \times (0{,}06^2/999 + 0{,}04^2/998 + 0{,}03^2/997) = 6{,}12$
- Decizia: $\chi^2_{0{,}95}(3) = 7{,}81 > 6{,}12$: nu respingem H_0 la 5%
  - observație: $\hat{\rho}(1) = 0{,}06$ se află chiar în interiorul benzii $\pm 1{,}96/\sqrt{1000} = \pm 0{,}062$; nici testul comun nu respinge
- Cu aceleași autocorelații și $T = 5000$, Q este de cinci ori mai mare și respingerea este clară: în eșantioanele lungi, autocorelațiile mici devin semnificative

Un test portmanteau robust la volatility clustering

- Distribuția χ^2 a lui Q_{LB} cere $\mathrm{Var}(\hat{\rho}(k)) = 1/T$: condiție adevărată pentru randamente i.i.d., falsă în prezența volatility clustering
  - atunci Q_{LB} respinge un martingal adevărat mult prea des
- Statistica **robustă**: împărțim fiecare $\hat{\rho}(k)^2$ la propria varianță $\hat{\delta}(k)/T$ Escanciano & Lobato (2009)
  - $\tilde{Q}(m) = \sum_{k=1}^{m} \dfrac{T\hat{\rho}(k)^2}{\hat{\delta}(k)} \sim \chi^2(m)$ pentru o diferență de martingal cu momentul de ordin patru finit
  - cu randamente i.i.d., $\hat{\delta}(k) \approx 1$ și $\tilde{Q} \approx Q_{BP}$
- Regula: testăm RW1 cu Q_{LB}; testăm martingalul (eficiența în formă slabă) cu $\tilde{Q}$

Teste de autocorelație pe date reale

	T	$\hat{\rho}(1)$	$Q_{LB}(10)$	p	$\tilde{Q}(10)$	p	$Q_{LB}(10)$, r^2	runs z	p
S&P 500	9 240	−0,079	90,8	$<0{,}001$	18,8	0,043	8015	2,97	0,003
DAX	9 288	−0,009	21,8	0,016	8,6	0,571	3747	1,73	0,084
BET	7 243	0,156	198,3	$<0{,}001$	42,9	$<0{,}001$	2500	−7,75	$<0{,}001$
Bitcoin	4 384	−0,022	20,2	0,028	11,9	0,294	213	2,68	0,007
TLV	3 788	0,010	29,1	0,001	13,2	0,210	481	−1,68	0,093
SNP	3 815	−0,015	20,7	0,023	9,9	0,446	505	1,72	0,085
BRD	3 771	0,032	19,9	0,030	10,8	0,375	416	−3,04	0,002
TGN	3 725	0,055	28,7	0,001	12,3	0,263	639	1,49	0,136

- LB clasic: toate cele opt serii resping la 5%; $\tilde{Q}$ robust: doar S&P 500 (p-value: 0,043) și BET (p-value: $<0{,}001$)
- Randamentele la pătrat: Q_{LB} uriaș peste tot: RW1 și RW2 sînt respinse pentru fiecare serie (volatility clustering)
- Începutul seriilor: S&P 500 și DAX 1990; BET 1997; Bitcoin 2014; acțiuni BVB 2010 (TLV fără 30–31 mai 2016, o eroare de date, Capitolul 2)

SFM_ch7_autocorrelation_tests

Testul runs

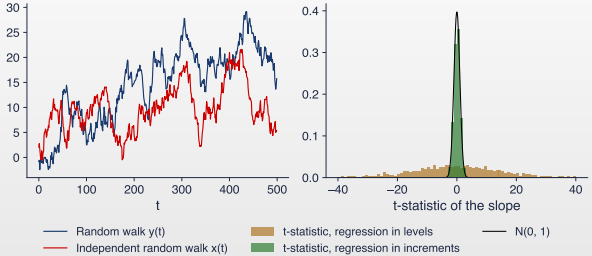
- Un **run** (secvență): un șir de randamente cu același semn; $++-+++--$ are 4 secvențe Wald & Wolfowitz (1940)
  - R: numărul observat de secvențe
  - testul folosește doar semnele: este **neparametric**, insensibil la cozile groase și la volatilitate
- Cu n_1 randamente pozitive și n_2 negative, $n = n_1 + n_2$, în ipoteza de independență:
  - $E[R] = \dfrac{2n_1n_2}{n} + 1, \quad \mathrm{Var}(R) = \dfrac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}, \quad z = \dfrac{R - E[R]}{\sqrt{\mathrm{Var}(R)}} \approx N(0,1)$
- Prea puține secvențe ($z < 0$): semnele persistă, dependență pozitivă; prea multe secvențe ($z > 0$): semnele alternează
  - BET: 3 278 de secvențe față de 3 606 așteptate, $z = -7{,}75$; S&P 500: 4 738 față de 4 596, $z = 2{,}97$
  - aceleași direcții ca $\hat{\rho}(1)$: continuare la BET, revenire la S&P 500

SFM_ch7_autocorrelation_tests

Serii staționare și serii integrate

- Serie **(slab) staționară**: medie constantă, varianță constantă, $\mathrm{Cov}(x_t, x_{t-k})$ depinde doar de k
  - șocurile se sting; seria revine la media ei; notația $I(0)$
- **Integrată de ordinul 1**, $I(1)$: nu este staționară, dar prima ei diferență $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ este
  - mersul aleator este $I(1)$: p_t nu revine la o medie, iar $\Delta p_t = r_t$ este staționar
- **Rădăcină unitară** (unit root): în $p_t = \phi\, p_{t-1} + \varepsilon_t$, cazul $\phi = 1$; $|\phi| < 1$ dă un AR(1) staționar
  - denumirea: rădăcina ecuației $1 - \phi z = 0$ este $z = 1/\phi = 1$
- Întrebarea acestei secțiuni: sînt prețurile logaritmice $I(1)$ și randamentele $I(0)$?

Consecința practică: regresia falsă



- Estimăm regresia unui mers aleator pe altul, independent ($T = 500$, 2 000 de repetări) Granger & Newbold (1974)
  - $|t| > 1{,}96$ în 90% din cazuri, R^2 median $= 0{,}17$: o „relație" care nu există
- Pe diferențe: $|t| > 1{,}96$ în 5,5% din cazuri, cum este de așteptat
  - lecția: testați existența rădăcinii unitare înainte de a estima regresii în niveluri ($|t| > 40$ în 2,6% din cazuri, valori care nu apar în grafic)

SFM_ch7_unit_roots

Testul Dickey–Fuller

- Scădem p_{t-1}: $\Delta p_t = c + \gamma\, p_{t-1} + \varepsilon_t$ cu $\gamma = \phi - 1$ Dickey & Fuller (1979)
  - $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$; c: o constantă; $\gamma < 0$ readuce p_t spre un nivel
  - H_0: $\gamma = 0$ (rădăcină unitară); H_1: $\gamma < 0$ (staționară); un test unilateral
  - statistica: $\tau = \hat{\gamma}/\mathrm{SE}(\hat{\gamma})$, raportul t obișnuit din OLS (ordinary least squares, metoda celor mai mici pătrate)
- În ipoteza H_0, τ **nu** urmează o lege t sau Normală: valorile ei critice sînt mai negative
  - valorile critice de 5% MacKinnon (1996): $-2{,}86$ cu constantă, $-3{,}41$ cu constantă și tendință (distribuția Normală: $-1{,}645$)
- Trei specificații: fără constantă; constanta c; constantă și tendință $c + bt$
  - prețurile logaritmice cresc în timp: folosim constantă și tendință; randamentele: doar constantă

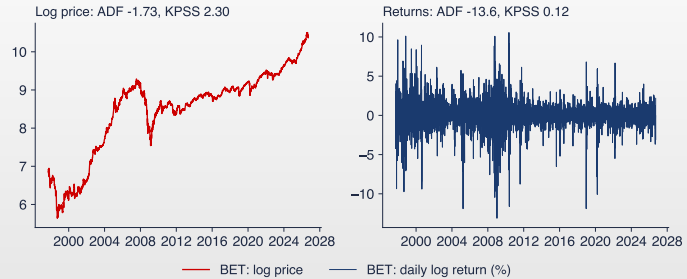
Testul augmentat și un exemplu lucrat

- **ADF** (augmented Dickey–Fuller, Dickey–Fuller augmentat) Said & Dickey (1984): adăugăm laguri ale diferențelor ca să eliminăm autocorelația din ε_t
  - $\Delta p_t = c + bt + \gamma\, p_{t-1} + \sum_{j=1}^{L} \delta_j \Delta p_{t-j} + \varepsilon_t$; același τ, aceleași valori critice
  - bt: o tendință liniară; δ_j: coeficienții celor L laguri ale diferenței Δp_t
  - L ales prin AIC (Akaike information criterion, criteriul informațional Akaike, Capitolul 6), cel mult $12(T/100)^{1/4}$
- **Exemplu lucrat**: prețul logaritmic BET, constantă, fără laguri, $T = 7\,243$
  - OLS: $\hat{\gamma} = -0{,}0000138$, $\mathrm{SE}(\hat{\gamma}) = 0{,}000158$
  - $\tau = -0{,}0000138/0{,}000158 = -0{,}09 > -2{,}86$: nu respingem rădăcina unitară
  - aici nici un test t obișnuit (valoarea critică $-1{,}645$) nu ar respinge; dar un τ între $-2{,}86$ și $-1{,}645$ ar fi respins cu valoarea critică greșită (Normală) și păstrat cu cea corectă

Phillips–Perron și KPSS

- **PP** (Phillips–Perron) Phillips & Perron (1988): regresia Dickey–Fuller fără laguri; τ este corectat pentru autocorelație și heteroscedasticitate
  - corecția folosește o variantă pe termen lung cu ponderi Bartlett Newey & West (1987); aceeași H_0 și aceleași valori critice ca ADF
  - varianța pe termen lung $\hat{\lambda}^2 = \hat{\gamma}(0) + 2\sum_{j=1}^{L}\left(1 - \frac{j}{L+1}\right)\hat{\gamma}(j)$, cu $\hat{\gamma}(j)$ autocovariațele reziduurilor
- **KPSS** (Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin) Kwiatkowski et al. (1992): ipotezele sînt **inversate**
  - H_0: staționară (în jurul unei constante sau al unei tendințe); H_1: rădăcină unitară
  - $\mathrm{KPSS} = \sum_{t=1}^{T} S_t^2/(T^2\hat{\lambda}^2)$, S_t sumele parțiale ale reziduurilor, $\hat{\lambda}^2$ varianța lor pe termen lung
  - respingem staționaritatea dacă $\mathrm{KPSS} > 0{,}463$ (constantă) sau $> 0{,}146$ (tendință), la 5%
- Folosiți-le pe amîndouă: ADF/PP întreabă „există dovezi împotriva rădăcinii unitare?"; KPSS întreabă „există dovezi împotriva staționarității?"
  - ADF nu respinge și KPSS respinge: $I(1)$; ADF respinge și KPSS nu: $I(0)$; ambele resping sau niciunul nu respinge: neconcludent

BET: prețul logaritmic și randamentele



- Prețul logaritmic: ADF nu respinge rădăcina unitară ($p = 0{,}736$), KPSS respinge staționaritatea: $I(1)$
- Randamentele: ADF respinge, KPSS nu: staționare, $I(0)$; toate statisticile sînt pe slide-ul următor
- Căderea din 2008 pare o abatere temporară, dar testele indică șocuri permanente, fără revenire la o dreaptă de tendință

SFM_ch7_unit_roots

Teste de rădăcină unitară pe prețuri și randamente

	preț logaritmic (constantă, tendință)			randamente (constantă)		
	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
S&P 500	−1,47	−1,57	2,23	−17,61	−105,05	0,12
DAX	−2,69	−2,65	0,94	−23,30	−97,40	0,04
BET	−1,73	−1,54	2,30	−13,65	−74,47	0,12
Bitcoin	−1,48	−1,54	1,81	−20,16	−67,84	0,13
TLV	−3,46	−3,35	0,57	−12,96	−60,79	0,23
SNP	−0,80	−0,74	2,50	−19,50	−62,71	0,29
BRD	−2,18	−2,19	1,64	−59,46	−59,53	0,29
TGN	−0,96	−0,92	0,71	−39,90	−57,83	0,22

- Valori critice de 5%: ADF și PP −3,41 (tendință), −2,86 (constantă); KPSS 0,146 (tendință), 0,463 (constantă)
- Prețurile logaritmice: nicio respingere ADF/PP cu excepția TLV (ADF p = 0,044); KPSS respinge staționaritatea peste tot: prețurile sînt $I(1)$
- Randamentele: ADF și PP resping puternic; KPSS nu respinge niciodată (p $>$ 0,10): randamentele sînt $I(0)$

SFM_ch7_unit_roots

Rădăcina unitară și eficiența pieței

- O rădăcină unitară în prețuri este **necesară** pentru un mers aleator, dar **nu suficientă**
  - exemplu: $r_t = 0{,}3\, r_{t-1} + \varepsilon_t$ face din p_t o serie $I(1)$ ale cărei creșteri sînt previzibile
  - ADF nu o poate deosebi de un mers aleator; BET are rădăcină unitară și randamente autocorelate
- Un preț staționar (fără rădăcină unitară) ar contrazice eficiența: prețurile ar reveni la un nivel previzibil
  - TLV: ADF respinge la 5% cu tendință, iar KPSS respinge și el: un caz neconcludent, nu o regulă profitabilă
- Testele de rădăcină unitară au putere mică împotriva unui ϕ apropiat de 1: întrebarea eficienței privește creșterile și cere teste pe randamente

Raportul variațelor: definiție

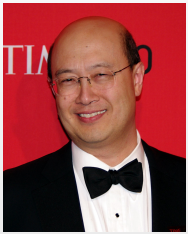
- În ipoteza de mers aleator, $\mathrm{Var}(r_t(q)) = q\,\mathrm{Var}(r_t)$; **VR** (variance ratio, raportul variațelor) compară cei doi termeni
  - $\mathrm{VR}(q) = \dfrac{\mathrm{Var}(r_t(q))}{q\,\mathrm{Var}(r_t)} = 1 + 2\sum_{k=1}^{q-1}\left(1 - \dfrac{k}{q}\right)\rho(k)$ Lo & MacKinlay (1988), Campbell, Lo & MacKinlay (1997)
- Interpretarea valorii
  - $\mathrm{VR}(q) = 1$: mers aleator (RW1, RW2, RW3 dau toate 1)
  - $\mathrm{VR}(q) > 1$: autocorelație pozitivă, **momentum** (mișcările continuă)
  - $\mathrm{VR}(q) < 1$: autocorelație negativă, **mean reversion** (revenire la medie: mișcările sînt parțial anulate)
- Un singur număr rezumă $q - 1$ autocorelații cu ponderi descrescătoare: mai multă putere împotriva autocorelațiilor mici și persistente

Exemplu lucrat: VR din ACF-ul S&P 500

- $\hat{\rho}(1), \ldots, \hat{\rho}(4)$ pentru S&P 500: $-0{,}079$; $-0{,}004$; $-0{,}006$; $-0{,}022$
  - $q = 2$: $\mathrm{VR}(2) = 1 + \hat{\rho}(1) = 0{,}921$
  - $q = 5$: ponderile $2(1 - k/5) = 1{,}6;\ 1{,}2;\ 0{,}8;\ 0{,}4$: $\mathrm{VR}(5) = 1 + 1{,}6\hat{\rho}(1) + 1{,}2\hat{\rho}(2) + 0{,}8\hat{\rho}(3) + 0{,}4\hat{\rho}(4) = 0{,}855$
- Estimatorul Lo–MacKinlay pe aceleași date: $\mathrm{VR}(2) = 0{,}922$, $\mathrm{VR}(5) = 0{,}856$
  - aproape aceleași cifre: cele două forme diferă doar prin corecții de eșantion mic
- Interpretare: varianța săptămînală reprezintă circa 0,856 din suma a cinci variațe zilnice: mișcările zilnice ale S&P 500 sînt parțial anulate într-o săptămînă

Lo și MacKinlay (1988): estimator și teste

- Cu T randamente, media $\hat{\mu}$ și sume pe q zile suprapuse Lo & MacKinlay (1988):
  - $\hat{\sigma}_a^2 = \frac{1}{T-1}\sum_t (r_t - \hat{\mu})^2$, $\quad \hat{\sigma}_c^2(q) = \frac{1}{m}\sum_t (r_t(q) - q\hat{\mu})^2$
  - $\hat{\sigma}_a^2$: varianța randamentelor pe o zi; $\hat{\sigma}_c^2(q)$: varianța sumelor pe q zile, împărțită la q
  - $m = q(T-q+1)(1-q/T)$ corectează deplasarea; $\widehat{\mathrm{VR}}(q) = \hat{\sigma}_c^2(q)/\hat{\sigma}_a^2$
- Testul **homoscedastic** (RW1): $Z(q) = \dfrac{\widehat{\mathrm{VR}}(q) - 1}{\sqrt{2(2q-1)(q-1)/(3qT)}} \approx N(0,1)$
- Testul **robust** (RW3, martingal): $Z^*(q) = \dfrac{\widehat{\mathrm{VR}}(q) - 1}{\sqrt{\hat{\theta}(q)/T}} \approx N(0,1)$
  - $\hat{\theta}(q) = \sum_{j=1}^{q-1} [2(q-j)/q]^2 \hat{\delta}(j)$, cu $\hat{\delta}(j)$ din banda ACF robustă
  - $\hat{\theta}(q)/T$: varianța lui $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$ care ține seama de volatility clustering

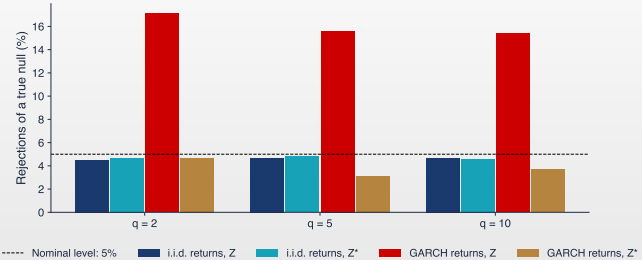


Andrew W. Lo, MIT

Foto: David Shankbone (2012); CC BY 3.0; Wikimedia Commons

SFM_ch7_variance_ratio

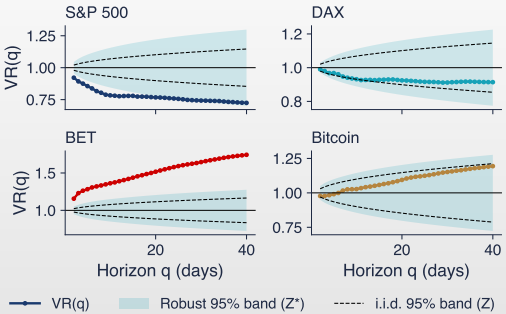
Necesitatea testului robust: un studiu Monte Carlo



- 1 000 de eșantioane de $T = 2000$ de randamente cu H_0 adevărată: Normale i.i.d. și GARCH(1,1) ($\alpha = 0{,}12$, $\beta = 0{,}86$)
  - GARCH: randamente necorelate, dar cu volatility clustering (α: reacția la șocul de ieri, β: persistența)
- i.i.d.: ambele resping circa 5%; GARCH: $Z(2)$ respinge în 17,1% din cazuri, $Z^*(2)$ doar în 4,7%
- **Mărimea** unui test: cît de des respinge o H_0 adevărată; Z „găsește" o ineficiență care nu este decît volatility clustering

SFM_ch7_variance_ratio

Rapoarte ale variațelor pentru orizonturi de 2–40 de zile



- S&P 500: VR scade sub 1 la orice orizont (mean reversion); BET: VR crește continuu cu orizontul, 1,517 la 20 de zile și 1,743 la 40 de zile (momentum)
- DAX și Bitcoin: în interiorul benzii robuste (zona umbrită) la orice orizont; banda i.i.d. (linia întreruptă) este mult mai îngustă

SFM_ch7_variance_ratio

Rapoarte ale variațelor și teste robuste

	VR(2)	VR(5)	VR(10)	VR(20)	$Z^*(2)$	$Z^*(5)$	$Z^*(10)$	$Z^*(20)$
S&P 500	0,922	0,856	0,783	0,767	−3,37	−2,76	−2,73	−2,06
DAX	0,990	0,968	0,932	0,925	−0,61	−0,88	−1,21	−0,91
BET	1,156	1,283	1,362	1,517	5,99	5,25	4,74	4,94
Bitcoin	0,977	0,991	1,027	1,094	−0,88	−0,19	0,37	0,91
TLV	1,009	0,997	0,954	0,995	0,34	−0,04	−0,48	−0,04
SNP	0,985	0,960	0,975	1,038	−0,53	−0,68	−0,29	0,32
BRD	1,032	1,083	1,078	1,107	1,28	1,55	0,97	0,96
TGN	1,055	1,150	1,142	1,166	2,05	2,60	1,69	1,44

- $|Z^*| > 1{,}96$: respingem mersul aleator la 5% pentru acel orizont
- S&P 500: mean reversion semnificativ la toate cele patru orizonturi; BET: momentum semnificativ la toate patru
- Transgaz: $Z^*(2) = 2{,}05$ și $Z^*(5) = 2{,}60$; DAX, Bitcoin, TLV, SNP, BRD: nicio respingere
- Atenție: sînt patru teste pe fiecare serie, 32 în tabel, deci unele orizonturi „semnificative" apar din întîmplare

SFM_ch7_variance_ratio

Testarea simultană a mai multor orizonturi: testul Chow–Denning

- Testarea separată pentru $q = 2, 5, 10, 20$ la 5% crește mult probabilitatea de a obține cel puțin o respingere falsă
  - pentru 4 teste independente: $1 - 0{,}95^4 = 18{,}5\%$
- Statistica **CD** (Chow–Denning) Chow & Denning (1993): $\mathrm{CD} = \max_i |Z^*(q_i)|$, $i = 1, \ldots, m$
  - valoarea critică din distribuția modulului maxim studentizat: $P(\mathrm{CD} \leq c) = (2\Phi(c) - 1)^m$
  - $m = 4$, 5%: $c = 2{,}49$ în loc de 1,96; Φ: funcția de repartiție Normală standard
- Respingem mersul aleator dacă cel mai mare $|Z^*|$ depășește 2,49: o singură decizie pentru toate orizonturile

O alegere automată a orizontului

- Orizontul q poate fi ales din date: testul VR automat Choi (1999)
  - $\mathrm{VR}(k) = 1 + 2\sum_{i=1}^{T-1} w(i/k)\,\hat{\rho}(i)$, cu ponderi w care scad lin (nucleul spectral pătratic) Andrews (1991)
  - lățimea de bandă k crește cu autocorelația de ordinul 1 și cu T; statistica $\sqrt{T/k}\,(\mathrm{VR}(k)-1)/\sqrt{2} \approx N(0,1)$
- p-value prin **wild bootstrap** Kim (2009): reeșantionăm $r_t^* = \eta_t(r_t - \bar{r})$ cu $\eta_t \sim N(0,1)$, de 500 de ori
  - fiecare r_t^* păstrează mărimea lui r_t (volatilitatea), dar pierde orice autocorelație: o distribuție nulă robustă
- Trei instrumente, o întrebare: $Z^*(q)$ pentru un orizont ales, CD pentru o mulțime de orizonturi, testul automat pentru un orizont ales de date

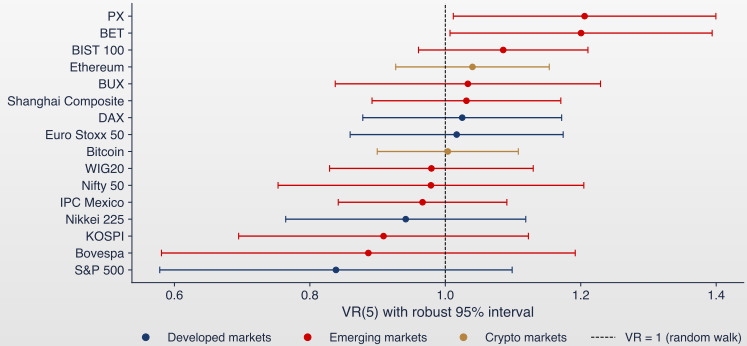
Teste comune și automate pe date reale

	T	CD	p	$\hat{k}$	VR automat	p (bootstrap)
S&P 500	9 240	3,37	0,003	3,7	−5,21	0,006
DAX	9 288	1,21	0,644	1,7	−0,39	0,608
BET	7 243	5,99	$<0{,}001$	5,6	8,86	$<0{,}001$
Bitcoin	4 384	0,91	0,835	2,0	−1,01	0,352
TLV	3 788	0,48	0,981	1,5	0,31	0,718
SNP	3 815	0,68	0,937	1,7	−0,53	0,562
BRD	3 771	1,55	0,403	2,3	1,58	0,152
TGN	3 725	2,60	0,037	3,0	3,78	0,004

- Ambele teste resping pentru S&P 500, BET și Transgaz; niciunul nu respinge pentru DAX, Bitcoin, TLV, SNP și BRD
- $\hat{k}$ este mare unde prima autocorelație este mare (BET 5,6) și mic unde ea este aproape 0 (DAX 1,7)
- Interpretare: respingerea nu înseamnă profit
  - o autocorelație de $-0{,}079$ explică $\hat{\rho}(1)^2$, adică mai puțin de 1%, din varianța randamentului de mîine
  - costurile de tranzacționare absorb cea mai mare parte

SFM_ch7_variance_ratio

Șaisprezece piețe în ultimii zece ani



- VR(5) cu intervalul robust de 95%, de la 19 septembrie 2016 pînă la 18 septembrie 2026: piețe dezvoltate, emergente și cripto

SFM_ch7_markets_efficiency

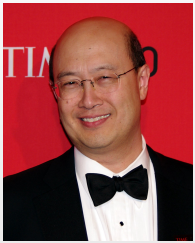
Interpretarea comparației între piețe

- Doar două intervale exclud valoarea 1: PX ($Z^*(5) = 2{,}08$) și BET ($Z^*(5) = 2{,}03$), ambele peste 1
  - două piețe central-europene mai mici, cu acțiuni mai puțin lichide în indice
- **Multe piețe, multe teste**: 16 teste la 5% dau, în medie, 0,8 respingeri false
  - dacă testele ar fi independente, probabilitatea de a obține cel puțin o respingere falsă ar fi $1 - 0{,}95^{16} = 56\%$
  - Chow–Denning pe patru orizonturi: nicio piață nu respinge la 5% (BET p = 0,159, PX p = 0,142)
- S&P 500: VR(5) = 0,84, cel mai mic, dar cu un interval larg ($Z^* = -1{,}22$): oscilațiile mari din 2020 măresc $\hat{\theta}$
- Bitcoin și Ethereum: VR(5) aproape de 1, ca pe piețele dezvoltate

SFM_ch7_markets_efficiency

Ipoteza piețelor adaptive

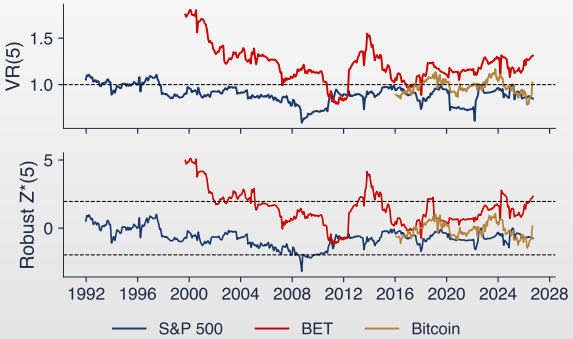
- **AMH** (adaptive markets hypothesis, ipoteza piețelor adaptive) Lo (2004): piețele sînt ecosisteme de investitori care învață și se adaptează
  - oportunitățile de profit apar, sînt exploatate și dispar; eficiența se schimbă odată cu mediul
  - crizele, tehnologia nouă, participanții noi și reglementarea îndepărtează piața de eficiență sau o readuc spre ea
- Consecința testabilă: previzibilitatea variază în timp
  - dovezi: Kim, Shamsuddin & Lim (2011) (SUA, un secol de date); Urquhart & McGroarty (2016); sinteză: Lim & Brooks (2011)
- Instrumentul: același test pe ferestre mobile



Andrew W. Lo, autorul AMH

Foto: David Shankbone (2012); CC BY 3.0; Wikimedia Commons

Rapoarte ale variațelor pe ferestre mobile



- VR(5) și $Z^*(5)$ pe ferestre de 500 de zile de tranzacționare (circa doi ani), o fereastră nouă la fiecare 21 de zile, datată la sfîrșitul ferestrei

SFM_ch7_adaptive_markets

Interpretarea rapoartelor variațelor pe ferestre mobile

- BET: VR(5) pînă la 1,80 în fereastra care se termină în 2000; mai aproape de 1 după 2008, cu excepția unor episoade scurte
  - 29% dintre ferestre resping la 5%, toate cu VR > 1 (momentum)
- S&P 500: VR(5) mai ales sub 1; cel mai mic, 0,59, în fereastra care se termină în 2008
  - 4% dintre ferestre resping, toate cu VR < 1: revenirile sînt cele mai puternice în crize
- Bitcoin: nicio fereastră nu respinge din 2016 (185 de ferestre)
- Atenție: ferestrele consecutive au în comun 479 din 500 de zile; ponderea ferestrelor care resping este o descriere, nu un test

SFM_ch7_adaptive_markets

Trei subperioade pentru fiecare piață

	perioada	T	$\hat{\rho}(1)$	VR(5)	$Z^*(5)$	CD p
BET	1997–2006	2 306	0,270	1,50	6,15	$<0{,}001$
BET	2007–2016	2 516	0,066	1,08	0,82	0,262
BET	2017–2026	2 421	0,064	1,20	2,04	0,154
S&P 500	1990–2001	3 025	0,017	0,96	−0,62	0,334
S&P 500	2002–2013	3 019	−0,100	0,80	−2,53	0,010
S&P 500	2014–2026	3 196	−0,124	0,85	−1,30	0,080
Bitcoin	2014–2017	1 201	0,028	0,98	−0,23	0,983
Bitcoin	2018–2021	1 461	−0,058	0,98	−0,21	0,374
Bitcoin	2022–2026	1 722	−0,026	1,01	0,18	0,924

- BET: momentum puternic în 1997–2006 ($\hat{\rho}(1) = 0{,}270$), mult mai slab după aceea
  - din 2017 VR(5) este tot peste 1, dar testul comun nu respinge
- S&P 500: autocorelația negativă apare după 2002
  - Bitcoin: nicio respingere în vreuna dintre subperioadele de după 2014; Urquhart (2016) a găsit ineficiență în primii lui ani

SFM_ch7_adaptive_markets

Previzibilitatea BET în primii ani

- **Tranzacționare redusă** (thin trading): puține tranzacții pe zi la multe acțiuni din indice
  - un preț de închidere poate fi stale (neactualizat de cîteva ore); știrile intră în indice pe parcursul mai multor zile
  - indicele arată atunci autocorelație pozitivă chiar dacă fiecare acțiune este eficientă
- Schimbările de după 2007
  - mai multă lichiditate, investitori străini, aderarea la UE, reclasificarea de către FTSE Russell la statutul Secondary Emerging (2020) FTSE Russell (2019)
- Crahurile de la Bursa de Valori București: Pele & Mazurencu-Marinescu (2012)



Palatul Bursei, București

Foto: Neoclassicism Enthusiast (2019); CC BY-SA 4.0; Wikimedia Commons

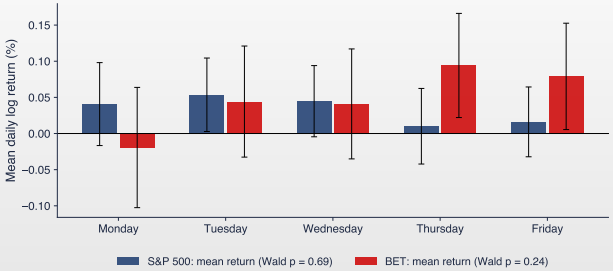
Studii de eveniment și forma tare

- **Studiu de eveniment** (forma semi-tare) MacKinlay (1997), Campbell, Lo & MacKinlay (1997), cap. 4: cît de repede absoarbe un preț o știre publică?
  - randamentul anormal: randamentul minus randamentul unui model (de exemplu piața); cumulat pe o fereastră în jurul anunțului
  - piață eficientă: un salt în ziua știrii, fără derivă ulterioară
  - cercetări recente: cît de repede absorb prețurile futures știrile, măsurat în nanosecunde la Eurex și CME Tak, Schlamp, Osterrieder & Pele (2026); reacția pieței la actualizările Ethereum Lin, Găman, Wang & Pele (2025)
- **Forma tare**: poate cineva cu informație privată să obțină randamente în exces?
  - insiderii (managerii care tranzacționează acțiunile propriei companii) pot: de aceea tranzacționarea pe baza informațiilor privilegiate este ilegală
  - administratorii profesioniști de fonduri, în majoritate, nu pot Jensen (1968), Fama & French (2010)

Anomalii calendaristice

- O **anomalie**: un tipar în randamente pe care modelul de echilibru nu îl explică
  - **efectul de weekend**: randamente mici sau negative lunea French (1980)
  - **efectul ianuarie**: randamente mai mari în ianuarie, mai ales la acțiunile mici Rozeff & Kinney (1976)
  - **efectul de început de lună**: randamente concentrate în jurul primelor zile de tranzacționare ale lunii Ariel (1987)
- Durează anomaliile?
  - randamentele anomaliilor publicate scad după publicare: investitorii învață McLean & Pontiff (2016)
  - au fost testate sute de tipare: un tipar nou trebuie să aibă $|t| > 3$, nu 2 Harvey, Liu & Zhu (2016)
- Căutarea repetată în date (data mining): cu destule împărțiri calendaristice, unele vor părea semnificative din întîmplare

Randamentele pe zile ale săptămînii: S&P 500 și BET



- Randamentul zilnic mediu pe zile ale săptămînii, cu intervale de 95% (erori standard Newey–West Newey & West (1987))
  - testul Wald al egalității mediilor pe zile: S&P 500 p = 0,69, BET p = 0,24
- BET lunea: −0,019%, singura medie negativă, dar nesemnificativă
  - ianuarie: BET 0,185% pe zi față de 0,036% ($t = 1{,}72$, p = 0,09); S&P 500: p = 0,59
- Niciun efect calendaristic nu rezistă la 5% în datele noastre

SFM_ch7_calendar_anomalies

O întrebare de cercetare deschisă

- **A devenit BET mai eficient după trecerea României la statutul de piață Secondary Emerging (septembrie 2020)?** FTSE Russell (2019)
  - cinci ani înainte: $\hat{\rho}(1) = -0{,}002$, $\mathrm{VR}(5) = 1{,}12$ ($Z^* = 0{,}80$)
  - cinci ani după: $\hat{\rho}(1) = 0{,}087$, $\mathrm{VR}(5) = 1{,}18$ ($Z^* = 1{,}78$)
  - diferența celor două $\mathrm{VR}(5)$: $z = 0{,}34$: nicio dovadă de schimbare
- Întrebarea rămîne deschisă: pandemia COVID-19, noile listări mari și volumele mai mari s-au produs în același timp
  - care este unitatea potrivită de analiză, indicele sau fiecare acțiune?
- Instrumentele AI pot accelera un astfel de studiu; nu înlocuiesc verificarea rezultatelor Wang et al. (2023)

SFM_ch7_adaptive_markets

Utilizări posibile ale instrumentelor AI

- **Literatura**: o listă a studiilor despre eficiența piețelor din Europa Centrală și de Est și a testelor folosite în ele
- **Cod**: o primă versiune a testelor Lo–MacKinlay și VR automat pe ferestre mobile pentru acțiunile din BET, cu p-value-uri wild bootstrap
- **Robustețe**: alte ferestre, alte orizonturi, BET-TR în loc de BET, volumul tranzacțiilor ca variabilă de control
- Exemplu de prompt
  - `Write a Python function that computes the Lo-MacKinlay variance ratio VR(5) and the heteroskedasticity-robust z-statistic for daily BET log returns on rolling 500-day windows, and test whether the mean VR differs before and after 21 September 2020.`

Verificări necesare

- Statistica: Z^* robust, nu Z homoscedastic; o ciornă care folosește Z va „găsi” ineficiență
- Randamentele logaritmice ale indicelui, nu nivelurile prețurilor; un test de rădăcină unitară pe randamente nu este un test de eficiență
- Ferestrele mobile se suprapun: un test t pe media statisticilor mobile tratează valori dependente ca independente
- Data evenimentului și fereastra se fixează înainte de a vedea rezultatul
- Referințele: fiecare lucrare citată trebuie să existe; verificați DOI-ul

Idee de proiect

- **Întrebarea**: este piața de la București mai eficientă azi decît în 2015?
  - o a doua întrebare: apare schimbarea în indice sau în acțiunile individuale?
  - date: BET din 1997, BET-TR din 2014, acțiuni BVB (TLV, SNP, BRD, TGN) din 2010 (EODHD)
- Pași
  - VR(2), VR(5) mobile cu Z^* și testul Chow–Denning pentru indice și pentru fiecare acțiune
  - comparați 2015–2020 cu 2020–2025 printr-un bootstrap pe blocuri al diferenței
  - repetați pentru WIG20 și BUX, ca termeni de comparație: s-au schimbat toate în același timp?
- Livrabil: un tabel, un grafic și un paragraf despre ce pot și ce nu pot arăta datele
- Declarați orice utilizare a instrumentelor AI și enumerați erorile acestora pe care le-ați corectat

Idei de reținut

- Piață eficientă: prețurile reflectă informația; forma slabă = prețurile trecute nu pot fi folosite pentru randamente în exces
- Ipoteza nulă potrivită este martingalul (RW3), nu RW1: volatility clustering nu înseamnă ineficiență
- Prețurile logaritmice sînt $I(1)$, iar randamentele $I(0)$ în toate seriile noastre; rădăcina unitară, în sine, nu dovedește eficiența
- Folosiți teste robuste: $\tilde{Q}$ și $Z^*(q)$; combinați orizonturile cu Chow–Denning sau lăsați datele să aleagă (VR automat)
- Dovezi: S&P 500 revine ușor la medie, BET avea momentum în primii ani, majoritatea piețelor sînt azi aproape eficiente; eficiența variază în timp
- Previzibilitatea statistică nu înseamnă profit: costurile și riscul decid

Formule de reținut

Mărimea	**Formula**
Mers aleator	$p_t = \mu + p_{t-\mathbf{1}} + \varepsilon_t, \quad \mathrm{Var}(r_t(q)) = q\sigma^{\mathbf{2}}$
ACF de selecție	$\hat{\rho}(k) = \sum_t e_t e_{t-k} / \sum_t e_t^{\mathbf{2}}, \quad$ banda $\pm 1{,}96\sqrt{\hat{\delta}(k)/T}$
Ljung–Box	$Q_{LB}(m) = T(T+2)\sum_{k=\mathbf{1}}^{m} \hat{\rho}(k)^{\mathbf{2}}/(T-k) \sim \chi^{\mathbf{2}}(m)$
Testul runs	$E[R] = 2n_{\mathbf{1}}n_{\mathbf{2}}/n + 1, \quad z = (R - E[R])/\mathrm{sd}(R)$
ADF	$\Delta p_t = c + bt + \gamma p_{t-\mathbf{1}} + \sum_j \delta_j \Delta p_{t-j} + \varepsilon_t, \quad \tau = \hat{\gamma}/\mathrm{SE}(\hat{\gamma})$
KPSS	$\sum_t S_t^{\mathbf{2}}/(T^{\mathbf{2}}\hat{\lambda}^{\mathbf{2}}), \quad H_{\mathbf{0}}$: staționaritate
VR	$\mathrm{VR}(q) = 1 + 2\sum_{k=\mathbf{1}}^{q-\mathbf{1}}(1 - k/q)\rho(k)$
Testul VR robust	$Z^*(q) = (\widehat{\mathrm{VR}}(q) - 1)/\sqrt{\hat{\theta}(q)/T}, \quad \hat{\theta}(q) = \sum_{j<q}[2(q-j)/q]^{\mathbf{2}}\hat{\delta}(j)$
Chow–Denning	$\max_i \lvert Z^*(q_i)\rvert, \quad P(\mathrm{CD} \le c) = (2\Phi(c) - 1)^m$

Autoevaluare

- **Întrebare**: $\hat{\rho}(1) = 0{,}10$ și $\hat{\rho}(k) = 0$ pentru $k \geq 2$; ce ne spune VR(2)?
  - **Răspuns**: $1 + 0{,}10 = 1{,}10$: varianța pe două zile este cu 10% mai mare decît în cazul unui mers aleator, deci momentum
- **Întrebare**: ADF nu respinge pe prețurile logaritmice, iar KPSS respinge; este piața eficientă?
  - **Răspuns**: știm doar că prețurile sînt $I(1)$; eficiența cere teste pe creșteri (ACF, VR)
- **Întrebare**: pentru S&P 500, statistica homoscedastică $Z(q)$ este de circa două ori mai mare decît statistica robustă $Z^*(q)$; pe care o raportăm?
  - **Răspuns**: $Z^*(q)$: volatility clustering mărește varianța lui $\widehat{\mathrm{VR}}(q)$, pe care $Z(q)$ o ignoră, deci $Z(q)$ respinge prea des un martingal adevărat
- Urmează: Capitolul 8, estimatori de volatilitate și volatility clustering

Bibliografie (1/3)

- Andrews, D.W.K. (1991). Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation. *Econometrica*, 59(3), 817–858.
- Ariel, R.A. (1987). A monthly effect in stock returns. *Journal of Financial Economics*, 18(1), 161–174.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 17, 21–86.
- Borak, S., Härdle, W.K., López-Cabrera, B. (2013). *Statistics of Financial Markets: Exercises and Solutions*, 2nd ed. Springer.
- Box, G.E.P., Pierce, D.A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 65(332), 1509–1526.
- Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.
- Choi, I. (1999). Testing the random walk hypothesis for real exchange rates. *Journal of Applied Econometrics*, 14(3), 293–308.
- Chow, K.V., Denning, K.C. (1993). A simple multiple variance ratio test. *Journal of Econometrics*, 58(3), 385–401.
- Dickey, D.A., Fuller, W.A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431.
- Escanciano, J.C., Lobato, I.N. (2009). An automatic Portmanteau test for serial correlation. *Journal of Econometrics*, 151(2), 140–149.
- Fama, E.F. (1965). The behavior of stock-market prices. *Journal of Business*, 38(1), 34–105.
- Fama, E.F. (1970). Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383–417.
- Fama, E.F. (1991). Efficient capital markets: II. *Journal of Finance*, 46(5), 1575–1617.
- Fama, E.F., French, K.R. (2010). Luck versus skill in the cross-section of mutual fund returns. *Journal of Finance*, 65(5), 1915–1947.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets: An Introduction*, 5th ed. Springer.
- French, K.R. (1980). Stock returns and the weekend effect. *Journal of Financial Economics*, 8(1), 55–69.

Bibliografie (2/3)

- FTSE Russell (2019). FTSE Russell announces results of country classification review. Press release, London Stock Exchange Group.
- Granger, C.W.J., Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics*, 2(2), 111–120.
- Grossman, S.J., Stiglitz, J.E. (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *American Economic Review*, 70(3), 393–408.
- Harvey, C.R., Liu, Y., Zhu, H. (2016). . . . and the cross-section of expected returns. *Review of Financial Studies*, 29(1), 5–68.
- Jensen, M.C. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945–1964. *Journal of Finance*, 23(2), 389–416.
- Kendall, M.G. (1953). The analysis of economic time-series, Part I: prices. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 116(1), 11–34.
- Kim, J.H. (2009). Automatic variance ratio test under conditional heteroskedasticity. *Finance Research Letters*, 6(3), 179–185.
- Kim, J.H., Shamsuddin, A., Lim, K.-P. (2011). Stock return predictability and the adaptive markets hypothesis: evidence from century-long U.S. data. *Journal of Empirical Finance*, 18(5), 868–879.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics*, 54(1–3), 159–178.
- Lim, K.-P., Brooks, R. (2011). The evolution of stock market efficiency over time: a survey of the empirical literature. *Journal of Economic Surveys*, 25(1), 69–108.
- Lin, Y., Găman, A., Wang, Y., Pele, D.T. (2025). Market responses to Ethereum development milestones: an event study approach. SSRN Working Paper 5176758.
- Ljung, G.M., Box, G.E.P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65(2), 297–303.
- Lo, A.W. (2004). The adaptive markets hypothesis. *Journal of Portfolio Management*, 30(5), 15–29.
- Lo, A.W. (2017). *Adaptive Markets: Financial Evolution at the Speed of Thought*. Princeton University Press.
- Lo, A.W., MacKinlay, A.C. (1988). Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies*, 1(1), 41–66.
- MacKinlay, A.C. (1997). Event studies in economics and finance. *Journal of Economic Literature*, 35(1), 13–39.

Bibliografie (3/3)

- MacKinnon, J.G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests. *Journal of Applied Econometrics*, 11(6), 601–618.
- Malkiel, B.G. (2003). The efficient market hypothesis and its critics. *Journal of Economic Perspectives*, 17(1), 59–82.
- McLean, R.D., Pontiff, J. (2016). Does academic research destroy stock return predictability? *Journal of Finance*, 71(1), 5–32.
- Newey, W.K., West, K.D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703–708.
- Pele, D.T., Mazurencu-Marinescu, M. (2012). Modelling stock market crashes: the case of Bucharest Stock Exchange. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 58, 533–542.
- Phillips, P.C.B., Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2), 335–346.
- Roberts, H.V. (1959). Stock-market "patterns" and financial analysis: methodological suggestions. *Journal of Finance*, 14(1), 1–10.
- Rozeff, M.S., Kinney, W.R. (1976). Capital market seasonality: the case of stock returns. *Journal of Financial Economics*, 3(4), 379–402.
- Said, S.E., Dickey, D.A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71(3), 599–607.
- Samuelson, P.A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6(2), 41–49; reprinted in the *World Scientific Handbook in Financial Economics Series*, 25–38.
- Tak, A., Schlamp, S., Osterrieder, J., Pele, D.T. (2026). Racing the news: nanosecond market efficiency at Eurex and CME. SSRN Working Paper 7157232.
- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed. Wiley.
- Urquhart, A. (2016). The inefficiency of Bitcoin. *Economics Letters*, 148, 80–82.
- Urquhart, A., McGroarty, F. (2016). Are stock markets really efficient? Evidence of the adaptive market hypothesis. *International Review of Financial Analysis*, 47, 39–49.
- Wald, A., Wolfowitz, J. (1940). On a test whether two samples are from the same population. *Annals of Mathematical Statistics*, 11(2), 147–162.
- Wang, H., Fu, T., Du, Y., Gao, W., et al. (2023). Scientific discovery in the age of artificial intelligence. *Nature*, 620, 47–60.