








Statistica piețelor financiare

Seminarul 1: Date, randamente și indicatori



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Acronime folosite în acest material

- **AI**: Artificial Intelligence (inteligență artificială)
- **BET**: Bucharest Exchange Trading (index) — indicele de referință al Bursei de Valori București
- **BNR**: Banca Națională a României
- **BVB**: Bursa de Valori București
- **CAGR**: Compound Annual Growth Rate (rata anuală compusă de creștere)
- **EODHD**: EOD Historical Data (market-data provider) — furnizor de date de piață
- **MDD**: Maximum DrawDown (drawdown-ul maxim)
- **OMV**: Österreichische Mineralölverwaltung (Administrația austriacă a uleiurilor minerale, grupul OMV)
- **SE**: Standard Error (eroare standard)
- **SR**: Sharpe Ratio (raportul Sharpe)

Întrebarea de azi și structura seminarului

- Întrebarea seminarului
  - **cum măsurăm, din date reale, cît a crescut o investiție și cît de riscantă a fost?**
- Exercițiile: în ordinea din Harta exercițiilor (slide-ul următor)
- Rezultate de obținut
  - răspunsurile la exercițiile A; tabelul sau figura cerute la fiecare exercițiu B
  - un răspuns scurt și argumentat la C1; erorile găsite în răspunsul AI din C2 și răspunsul corectat
  - frazele de interpretare cerute la fiecare exercițiu
- Seminarul are rol de exercițiu și nu se notează; rezolvările exercițiilor [Propus] se discută la seminar
- Notebook-ul de azi: deschideți notebook-ul seminarului în Google Colab; fiecare cerință indică secțiunea
- Contact: prof. Daniel Traian Pele, danpele@ase.ro

Harta exercițiilor

Cerința	Întrebarea	Tipul	Model
A1, A2	se adună în timp randamentele simple și cele logaritmice?	Rezolvat, Propus	A1
A3, A4	cum schimbă un dividend, un split și o consolidare prețurile trecute?	Rezolvat, Propus	A3
A5	de la momentele zilnice la media anuală, volatilitatea anuală, CAGR și volatility drag	Rezolvat	–
A6, A7	Sharpe, Sortino, MDD și Calmar dintr-o traiectorie scurtă de prețuri	Rezolvat, Propus	A6
B1	ne putem baza pe o serie EUR/RON?	Rezolvat	–
B2, B3	este randamentul mediu al BET (și al altor piețe) semnificativ pozitiv?	Rezolvat, Propus	B2
B4, B5	este semnificativă diferența dintre rapoartele Sharpe ale TLV și BET?	Rezolvat, Propus	B4
B6, B7	ce arată drawdown-urile și volatility drag pe date reale?	Rezolvat, Propus	B6
C1	persistă rapoartele Sharpe?	Propus	B4, B6
C2	ce greșeli conține un răspuns generat de AI?	Propus	–

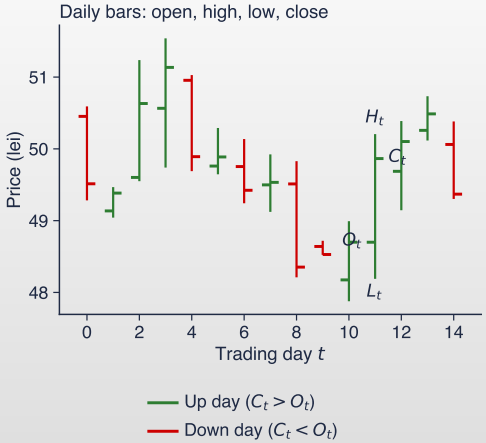
- **[Rezolvat]**: rezolvarea completă în slide-uri și în notebook, un model de urmat; **[Propus]**: îl rezolvați dumneavoastră, după model
- **A**: calcule pe hîrtie; **B**: date reale, în notebook; **C**: întrebări deschise și critica unui răspuns generat de AI

Datele folosite

Seria	Sursa	Prețul folosit	Perioada
BET, S&P 500, DAX	EODHD	close	2015–2026
BET (B6)	EODHD, valorile oficiale BVB	close	1997–2026
Bitcoin	EODHD	close, 7 zile pe săptămînă	2015–2026
TLV, SNP, BRD, TGN, SNG, SNN	EODHD	adjusted close	2015–2026
Cursul de referință EUR/RON	BNR	fixingul zilnic	2005–2026
Seria EUR/RON (doar B1)	EODHD	close	2005–2026

- Weekendurile și închiderile repetate din zilele libere se elimină (cu excepția Bitcoin); fiecare serie se analizează pe propriul calendar, iar analizele comune, pe zilele comune
- În notebook: `load_close('bet')`, `log_returns('sp500')`; nu este nevoie de cont sau de cheie

Noțiuni necesare azi (1/14): bara zilnică



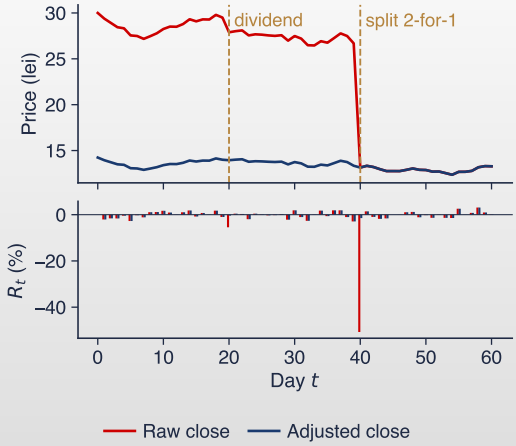
- **Bara zilnică** din ziua t: deschiderea O_t, maximul H_t, minimul L_t, închiderea C_t și volumul
  - O_t: prima tranzacție a zilei; C_t: ultima tranzacție (sau licitația de închidere)
  - volumul: numărul de acțiuni (sau valoarea) tranzacționate în acea zi
- O bară corectă respectă întotdeauna

$$L_t \leq \min(O_t, C_t) \leq \max(O_t, C_t) \leq H_t$$

- Prețul folosit în acest seminar
  - $P_t = C_t$ pentru indici, cursuri de schimb și active cripto
  - $P_t =$ închiderea ajustată pentru acțiuni (slide-ul următor)
- În grafic: barele verzi se închid peste deschidere, cele roșii sub ea

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (2/14): evenimente corporative și prețuri ajustate



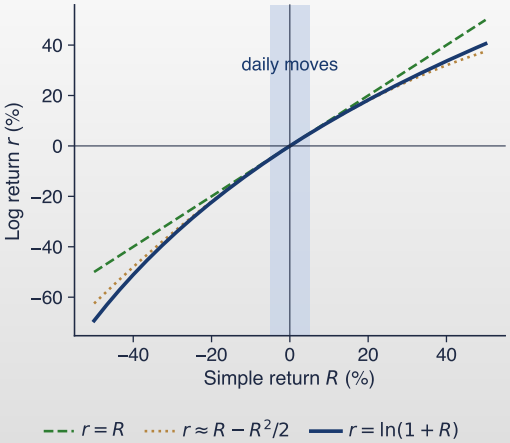
- Un **eveniment corporativ** schimbă prețul, dar nu și valoarea deținerii
  - dividend D în ziua t: $F = 1 - D/P_{t-\mathbf{1}}$, unde $P_{t-\mathbf{1}}$ este închiderea din ziua precedentă
  - split, m acțiuni noi pentru n vechi: $F = n/m$ (2-la-1: $F = 1/2$)
  - consolidarea a n acțiuni vechi într-una: $F = n$
- **Prețul ajustat** dintr-o zi anterioară s

$$P_s^{\mathbf{adj}} = P_s \prod_{e:\ t_e > s} F_e$$

- t_e, F_e: ziua și factorul evenimentului e; produsul se face peste evenimentele de după ziua s
  - prețurile de după ultimul eveniment rămîn neschimbate
- În grafic: închiderea neajustată scade la jumătate la split, o scădere care nu a avut loc; închiderea ajustată nu are salt

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (3/14): randamente simple și logaritmice



- **Randamentul simplu** și **randamentul logaritmic** din ziua t

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, \qquad r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(1 + R_t)$$

- ln: logaritmul natural; de la r_t înapoi la R_t: $R_t = e^{r_t} - 1$
  - $R_t = 0{,}01$: prețul a crescut cu 1% în cursul zilei
- Aproximarea de ordinul doi (dezvoltarea Taylor a lui $\ln(1 + R)$)

$$r_t \approx R_t - \frac{R_t^2}{2}$$

- deci întotdeauna $r_t < R_t$ (pentru $R_t \neq 0$), cu o diferență de circa $R_t^2/2$
  - pentru variațiile zilnice (banda albastră, $|R_t| < 5\%$) cele două sînt aproape egale

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (4/14): randamente în timp și între active

- Pe k perioade: $R_t(k)$ și $r_t(k)$ sînt randamentele de la P_{t-k} la P_t
  - $j = 0, \ldots, k-1$ numără zilele înapoi de la t
- Randamentele simple **se compun**, cele logaritmice **se adună**

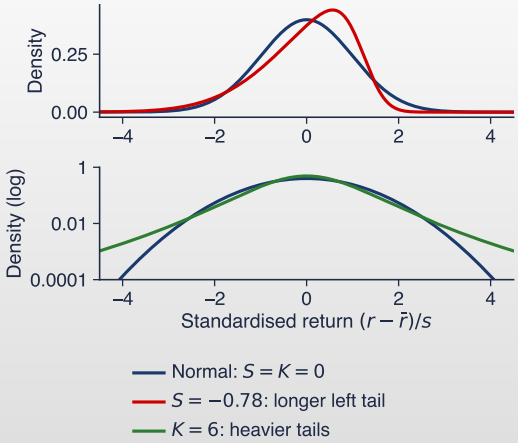
$$1 + R_t(k) = \prod_{j=\mathbf{0}}^{k-\mathbf{1}} (1 + R_{t-j}) = \frac{P_t}{P_{t-k}}, \qquad r_t(k) = \sum_{j=\mathbf{0}}^{k-\mathbf{1}} r_{t-j} = \ln \frac{P_t}{P_{t-k}}$$

- **Portofoliul**: ponderile w_i, părțile din avere investite în activul i, cu $\sum_i w_i = 1$, fixate la începutul perioadei
  - R_i, r_i: randamentul simplu și randamentul logaritmic al activului i în acea perioadă
- Randamentele simple **se adună între active**, cele logaritmice nu

$$R_p = \sum_i w_i R_i, \qquad r_p = \ln(1 + R_p) = \ln \left(\sum_i w_i e^{r_i} \right) \neq \sum_i w_i r_i$$

- Regula: randamente logaritmice pentru sume în timp, randamente simple pentru portofolii

Noțiuni necesare azi (5/14): media, abaterea standard și forma distribuției



- Din n randamente $r_1, \ldots, r_n$: media și abaterea standard de selecție

$$\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} r_t, \qquad s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \bar{r})^2}$$

- Momentele centrate $m_k = \frac{1}{n}\sum_t (r_t - \bar{r})^k$; măsurile formei

$$S = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}, \qquad K = \frac{m_4}{m_2^2} - 3$$

- S: **asimetria**; $S < 0$: o coadă stîngă mai lungă (scăderi mari)
  - K: **excesul de boltire**; $K > 0$: cozi mai groase decît la distribuția Normală
  - pentru distribuția Normală $S = K = 0$; panoul de jos are scară logaritmică, ca să se vadă cozile

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (6/14): anualizarea și CAGR

- A: numărul de observații pe an
  - aproximativ 252 pentru o bursă, 365 pentru Bitcoin, 12 pentru date lunare; din date: $A = n/Y$
  - Y: lungimea eșantionului, în ani
- **Media anuală** și **volatilitatea anuală**

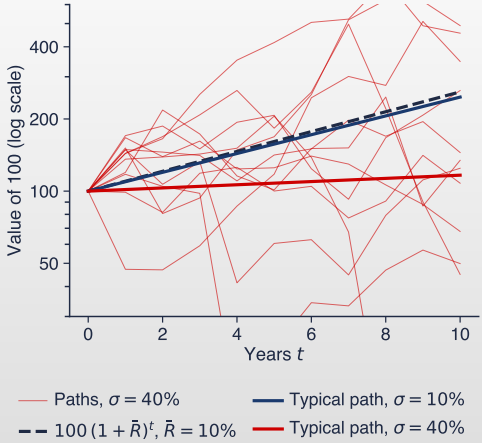
$$\mu_{\mathbf{an}} = A\,\bar{r}, \qquad \sigma_{\mathbf{an}} = \sqrt{A}\,s$$

- pentru randamente necorelate, variațele celor A perioade se adună: $\mathrm{Var}(r_1 + \cdots + r_A) = As^2$
  - deci abaterea standard crește doar cu $\sqrt{A}$
- **CAGR** (compound annual growth rate, rata anuală compusă de creștere)

$$\mathrm{CAGR} = \left(\frac{P_T}{P_0}\right)^{1/Y} - 1 = e^{\mu_{\mathbf{an}}} - 1$$

- P_0, P_T: primul și ultimul preț
  - rata anuală constantă care transformă P_0 în P_T; $\mu_{\mathbf{an}}$ este media anuală a randamentelor logaritmice

Noțiuni necesare azi (7/14): volatility drag



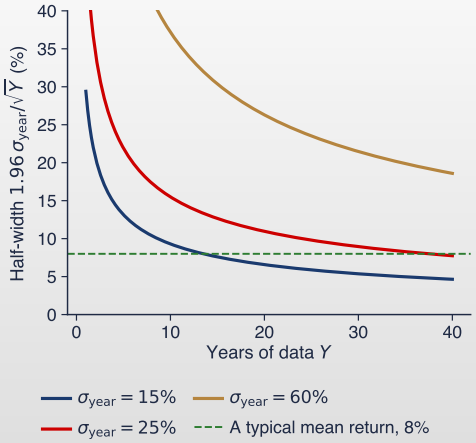
- Media anuală a randamentelor simple $\bar{R}$ și media anuală a randamentelor logaritmice $\mu_{\mathbf{an}}$

$$\bar{R} \approx \mu_{\mathbf{an}} + \frac{\sigma^{\mathbf{2}}}{2}$$

- σ: volatilitatea anuală; $\sigma^{\mathbf{2}}/2$: **volatility drag**
  - rezultă din $r \approx R - R^{\mathbf{2}}/2$, mediată pe parcursul anului
  - creșterea averii (CAGR) urmează $\mu_{\mathbf{an}}$, nu $\bar{R}$
- În grafic: două active cu același $\bar{R} = 10\%$ pe an
  - $\sigma = 10\%$: traiectoria tipică (mediana) crește aproape ca $(1+\bar{R})^t$
  - $\sigma = 40\%$: volatility drag este $0{,}4^{\mathbf{2}}/2 = 8\%$ pe an, iar traiectoria tipică abia crește

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (8/14): eroarea standard și intervalul de încredere



- **Eroarea standard** (SE) a mediei anuale, din Y ani de date

$$\text{SE} = \frac{\sigma_{\mathbf{an}}}{\sqrt{Y}}$$

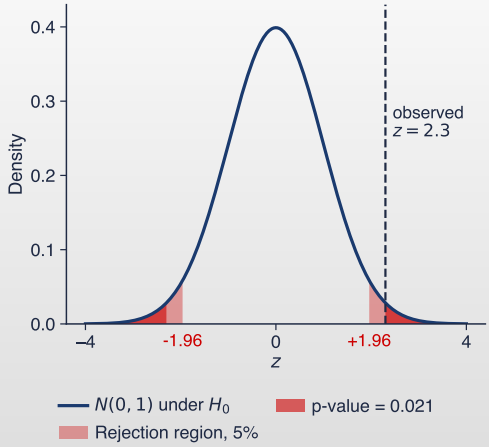
- SE: eroarea tipică a mediei estimate față de media adevărată
  - scade doar cu mai mulți ani, nu cu date mai frecvente
- **Intervalul de încredere 95%**

$$\hat{\mu} \pm 1{,}96\,\text{SE}$$

- $\hat{\mu}$: estimarea; $1{,}96 = \Phi^{-1}(0{,}975)$, cuantila de 97,5% a distribuției Normale standard
  - Φ: funcția de repartiție a distribuției $N(0,1)$
- În grafic: cu $\sigma_{\mathbf{an}} = 25\%$, chiar și 40 de ani dau o semilățime de 7,7%, cît un randament mediu tipic

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (9/14): testul z și p-value



- Testul ipotezei H_0: media $= 0$, față de alternativa media $\neq 0$

$$z = \frac{\hat{\mu}}{\text{SE}}$$

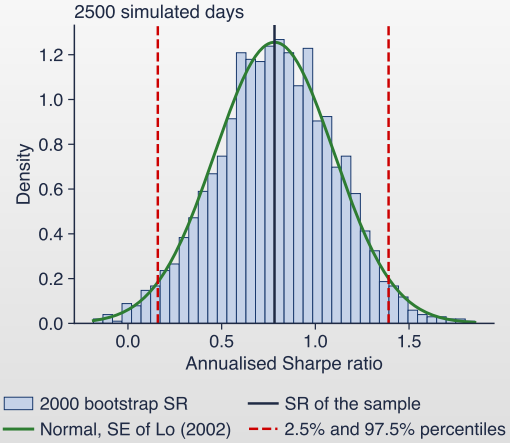
- z: estimarea măsurată în erori standard; în ipoteza H_0, $z \approx N(0, 1)$
  - respingem H_0 la 5% dacă $|z| > 1{,}96$ (regiunile roșii)
- **p-value**: probabilitatea, în ipoteza H_0, de a obține un $|z|$ cel puțin la fel de mare ca cel observat

$$p = 2\left(1 - \Phi(|z|)\right)$$

- $p < 0{,}05$ exact atunci cînd $|z| > 1{,}96$
  - în grafic: $z = 2{,}3$ dă $p = 0{,}021$, deci H_0 este respinsă la 5%

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (10/14): raportul Sharpe și precizia lui



- **Raportul Sharpe** (Sharpe ratio) Sharpe (1994): randamentul în exces pe unitatea de volatilitate

$$\mathrm{SR} = \frac{\mu - r_f}{\sigma}, \qquad \mathrm{SR}_{\mathbf{an}} = \sqrt{A}\,\mathrm{SR}$$

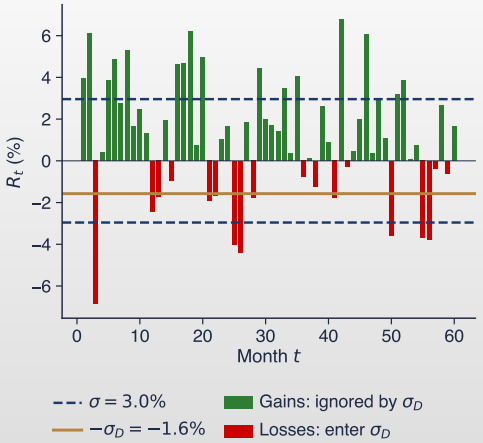
- μ, σ: media și volatilitatea randamentelor; r_f: rata fără risc (aici $r_f = 0$)
  - SR anual este de $\sqrt{A}$ ori SR zilnic (A pentru medie împărțit la $\sqrt{A}$ pentru volatilitate)
- SE a raportului Sharpe pe perioadă, pentru randamente i.i.d. Lo (2002)

$$\mathrm{SE} = \sqrt{\frac{1 + \mathrm{SR}^2/2}{n}}$$

- i.i.d.: independente și identic distribuite; n: numărul de randamente; se înmulțește cu $\sqrt{A}$ pentru SR anual
  - **bootstrap**: extragem n zile cu întoarcere și recalculăm SR; repetăm de B ori; percentilele 2,5% și 97,5% dau intervalul de 95%

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (11/14): raportul Sortino



- **Abaterea negativă** (downside deviation): contează doar pierderile

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \min(R_t, 0)^2}$$

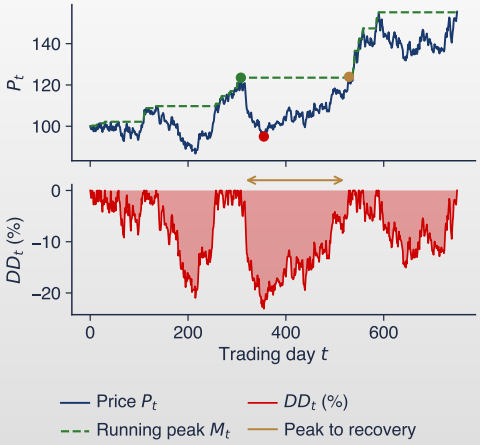
- $\min(R_t, 0)$: este egal cu R_t pentru o pierdere și cu 0 pentru un cîștig
  - σ_D măsoară riscul scăderilor, nu al creșterilor
- **Raportul Sortino** (Sortino ratio) Sortino & van der Meer (1991), anualizat ca raportul Sharpe

$$\text{Sortino} = \sqrt{A}\,\frac{\bar{R}}{\sigma_D}$$

- $\bar{R}$: randamentul mediu pe perioadă ($r_f = 0$)
  - pierderi puține sau mici: $\sigma_D < \sigma$, deci Sortino > Sharpe
  - în grafic: cîștigurile verzi intră în σ, dar nu și în σ_D

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (12/14): drawdown-ul



- **Vîrful curent** și **drawdown-ul** din ziua t

$$M_t = \max_{s \le t} P_s, \qquad \mathrm{DD}_t = \frac{P_t}{M_t} - 1 \le 0$$

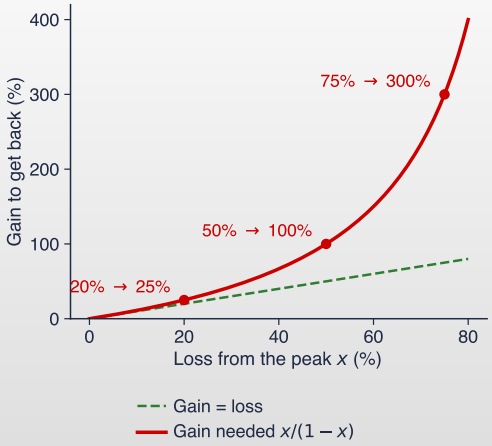
- M_t: cel mai mare preț pînă în ziua t; $\mathrm{DD}_t = 0$ la fiecare nou maxim
  - aria roșie: investitorul este **underwater**, sub vîrful anterior
- **MDD** (maximum drawdown, drawdown maxim): cea mai mare scădere de la vîrf la minim

$$\mathrm{MDD} = \min_t \mathrm{DD}_t$$

- Trei date îl descriu
  - vîrful (verde), minimul (roșu) și revenirea (galben), prima zi cu $P_t \ge$ vechiul vîrf
  - săgeata galbenă: timpul de la vîrf pînă la revenire

SFM_ch1_seminar

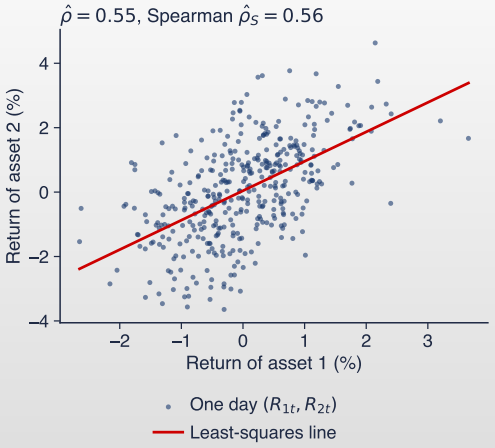
Noțiuni necesare azi (13/14): revenirea și raportul Calmar



- După o pierdere x față de vîrf, cîștigul necesar pentru revenire
$$g = \frac{x}{1-x}$$
- din $(1-x)(1+g) = 1$: cîștigul se aplică unei baze mai mici
  - $x = 20\%$ cere 25%; $x = 50\%$ cere 100%; $x = 75\%$ cere 300%
- **Raportul Calmar** (Calmar ratio): creșterea pe unitatea celei mai mari scăderi
$$\text{Calmar} = \frac{\text{CAGR}}{|\text{MDD}|}$$
- ambele pe aceeași perioadă; o valoare mai mare este mai bună
  - volatilitatea ignoră ordinea randamentelor; MDD și raportul Calmar depind de ea

SFM_ch1_seminar

Noțiuni necesare azi (14/14): corelația și corelația rangurilor



- **Corelația** a două serii de randamente în aceleași zile

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_t (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_t (x_t - \bar{x})^2 \sum_t (y_t - \bar{y})^2}}$$

- $\hat{\rho} \in [-1, 1]$: tăria legăturii liniare; 0 înseamnă nicio legătură liniară
  - serii corelate: în bootstrap, reeșantionăm zilele **în perechi**, ca să păstrăm $\hat{\rho}$
- **Corelația rangurilor Spearman**: aceeași formulă aplicată rangurilor

$$\hat{\rho}_S = 1 - \frac{6 \sum_i d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

- d_i: diferența dintre cele două ranguri ale elementului i; n: numărul de elemente
  - rangul 1 = cea mai mică valoare; $\hat{\rho}_S = 1$: clasamente identice, -1: clasamente inversate

SFM_ch1_seminar

A1: randamente simple și logaritmice pe două zile [Rezolvat]

Cerință

- Prețurile de închidere ale unei acțiuni în trei zile consecutive sînt 50, 55 și 48 de lei.
- 1. Calculați cele două randamente simple zilnice și cele două randamente logaritmice zilnice.
- 2. Calculați randamentul simplu pe două zile din prețuri și prin compunere.
- 3. Verificați dacă suma randamentelor simple și suma randamentelor logaritmice sînt egale cu randamentele pe două zile.
- Raportați: patru randamente zilnice, două randamente pe două zile, o frază care precizează ce randamente se adună.

Rezolvare

- 1. $R_1 = 55/50 - 1 = 10{,}00\%$, $R_2 = 48/55 - 1 = -12{,}73\%$; $r_1 = \ln(55/50) = 9{,}53\%$, $r_2 = \ln(48/55) = -13{,}61\%$
- 2. $48/50 - 1 = -4{,}00\%$; $(1 + R_1)(1 + R_2) - 1 = -4{,}00\%$, același rezultat
- 3. $R_1 + R_2 = -2{,}73\% \neq -4{,}00\%$; $r_1 + r_2 = -4{,}08\% = \ln(48/50)$
- Randamentele logaritmice se adună în timp; cele simple trebuie compuse.

înapoi Lista exercițiilor

A2: o traiectorie pe trei zile [Propus]

Rezolvarea se discută la seminar

Cerință

- Prețurile de închidere ale unei acțiuni în patru zile consecutive sînt 80, 100, 75 și 90 de lei. Model: A1.
- 1. Calculați cele trei randamente simple zilnice și cele trei randamente logaritmice zilnice.
- 2. Calculați randamentul simplu pe trei zile în două moduri: din primul și ultimul preț și prin compunere.
- 3. Explicați de ce suma randamentelor simple supraestimează randamentul pe trei zile.
- Raportați: șase randamente zilnice, randamentul simplu și randamentul logaritmic pe trei zile, o frază de explicație.

înapoi Lista exercițiilor

A3: un dividend și un split [Rezolvat]

Cerință

- Închideri în zilele 0–6: 30; 31; 30,5; 29,2; 29,8; 10,1; 10,3 lei. În ziua 3 se plătește un dividend de 1,5 lei; în ziua 5 are loc un split 3-la-1.
- 1. Calculați factorul de ajustare al fiecărui eveniment.
- 2. Calculați prețurile ajustate din zilele 0–6.
- 3. Comparați randamentul neajustat și cel ajustat din ziua 5.
- Raportați: doi factori, șapte prețuri ajustate, două randamente pentru ziua 5.

Rezolvare

- 1. Dividend: $F = 1 - 1{,}5/30{,}5 = 0{,}9508$; split: $F = 1/3 = 0{,}3333$
- 2. Zilele 0–2 se înmulțesc cu ambii factori, 0,3169: 9,51, 9,83, 9,67; zilele 3–4 cu $1/3$: 9,73, 9,93; zilele 5–6 neschimbate: 10,10, 10,30
- 3. Neajustat: $10{,}1/29{,}8 - 1 = -66{,}1\%$, o scădere care nu a avut loc; ajustat: $10{,}10/9{,}93 - 1 = 1{,}7\%$

înapoi Lista exercițiilor

A4: un dividend și o consolidare [Propus]

Rezolvarea se discută la seminar

Cerință

- Închideri în zilele 0–5: 2,05; 2,10; 1,95; 1,98; 19,90; 20,40 lei. În ziua 2 se plătește un dividend de 0,18 lei; în ziua 4, zece acțiuni vechi se consolidează într-una. Model: A3.
- 1. Calculați factorul de ajustare al fiecărui eveniment.
- 2. Calculați prețurile ajustate din zilele 0–5.
- 3. Calculați randamentul logaritmic neajustat din ziua 4 și explicați ce efect ar avea asupra estimării volatilității dacă ar fi păstrat.
- Raportați: doi factori, șase prețuri ajustate, un randament și o frază.

Înapoi Lista exercițiilor

A5: de la momentele zilnice la indicatori anuali [Rezolvat]

Cerință

- O acțiune are randamente logaritmice zilnice cu media 0,06% și abaterea standard 1,5%; se tranzacționează 250 de zile pe an; aveți 10 ani de date.
- 1. Calculați media anuală a randamentelor logaritmice și volatilitatea anuală.
- 2. Calculați CAGR și media anuală a randamentelor simple implicată de volatility drag.
- 3. Calculați eroarea standard și intervalul de încredere 95% pentru media anuală a randamentelor logaritmice.
- Raportați: cinci valori și o frază despre lățimea intervalului.

Rezolvare

- 1. $250 \times 0{,}06\% = 15{,}0\%$; $\sqrt{250} \times 1{,}5\% = 23{,}7\%$
- 2. CAGR $= e^{\mathbf{0{,}15}} - 1 = 16{,}2\%$; $\sigma^{\mathbf{2}}/2 = 0{,}0563/2 = 2{,}81\%$, deci media aritmetică este $15{,}0\% + 2{,}81\% \approx 17{,}8\%$
- 3. SE $= 23{,}7\%/\sqrt{10} = 7{,}5\%$; intervalul de încredere $[0{,}3\%; 29{,}7\%]$
- Zece ani de date abia exclud zero: randamentele medii sînt imprecise.

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

A6: indicatorii unei traiectorii scurte de prețuri [Rezolvat]

Cerință

- Valorile unui fond la sfîrșit de lună: 100, 104, 101, 107, 99, 103, 110 (șase luni, $A = 12$, $r_f = 0$).
- 1. Calculați cele șase randamente simple lunare, media și abaterea lor standard.
- 2. Calculați rapoartele Sharpe și Sortino anualizate.
- 3. Calculați MDD, CAGR și raportul Calmar.
- Raportați: un tabel cu randamente, cinci indicatori, o frază care explică de ce raportul Sortino depășește raportul Sharpe.

Rezolvare

- 1. Randamente (%): $+4{,}00$; $-2{,}88$; $+5{,}94$; $-7{,}48$; $+4{,}04$; $+6{,}80$; media 1,74%, abaterea std. 5,66%
- 2. $\mathrm{SR} = \sqrt{12} \times 1{,}74/5{,}66 = 1{,}06$; $\sigma_D = 3{,}27\%$, Sortino $= \sqrt{12} \times 1{,}74/3{,}27 = 1{,}84$
- 3. $\mathrm{MDD} = 99/107 - 1 = -7{,}48\%$; CAGR $= 1{,}10^2 - 1 = 21{,}0\%$; Calmar $= 2{,}81$
- Doar două din șase luni sînt pierderi, deci $\sigma_D < \sigma$; cu o jumătate de an de date toate aceste cifre sînt foarte imprecise.

Înapoi Lista exercițiilor

A7: indicatorii altui fond [Propus]

Rezolvarea se discută la seminar

Cerință

- ⊡ Valori la sfîrșit de lună: 200, 190, 205, 215, 180, 196, 210, 222 (șapte luni, $A = 12$, $r_f = 0$). Model: A6.
- ⊡ 1. Calculați randamentele simple lunare, media și abaterea lor standard.
- ⊡ 2. Calculați rapoartele Sharpe și Sortino anualizate.
- ⊡ 3. Calculați MDD, CAGR și raportul Calmar.
- ⊡ 4. Comparați cu fondul din A6: ce indicatori clasează diferit cele două fonduri?
- ⊡ Raportați: cinci indicatori și o frază care compară cele două fonduri.

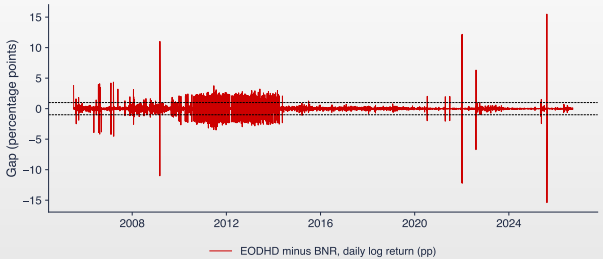
◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B1: ne putem baza pe o serie EUR/RON? [Rezolvat]

- **Întrebarea**: descriu seria EUR/RON de la EODHD și cursul de referință BNR același curs de schimb?
- **Date**: cele două serii zilnice EUR/RON în zilele lor comune, 2005–2026
- **Cerințe**
  1. Calculați randamentele logaritmice zilnice ale ambelor serii în zilele comune.
  2. Numărați zilele în care cele două randamente diferă cu mai mult de un punct procentual.
  3. Calculați volatilitatea anualizată a fiecărei serii și a seriei EODHD fără acele zile.
  4. Interpretare: ce serie este potrivită pentru a măsura riscul valutar al unui credit în euro? Justificați alegerea.
- **Raportați**: numărul de zile, trei volatilități și o frază de interpretare
- Notebook: secțiunea B1

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B1: rezolvare [Rezolvat]



- 5 154 de zile comune; în 412 dintre ele (8,0%) diferența depășește un punct procentual; cele mai multe în 2011 (107 zile)
- Cele mai mari diferențe: 13 august 2025 (EODHD 15,4%, BNR −0,10%), 14 august 2025 (EODHD −15,4%, BNR −0,01%)
- Volatilitatea: BNR 4,5%, EODHD 13,4%, EODHD fără zilele eronate 4,7%
- Interpretare: cursul BNR, sursa primară a cifrei; seria EODHD ar multiplica de 3,0 ori riscul valutar măsurat

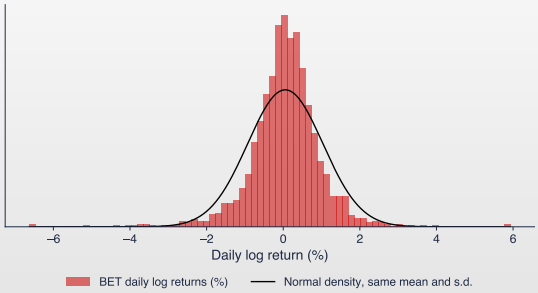
SFM_ch1_seminar

B2: este pozitiv randamentul mediu al BET? [Rezolvat]

- **Întrebarea**: este randamentul zilnic mediu al BET semnificativ diferit de zero în 2015–2026?
- **Date**: închiderile BET, 2015–2026, randamente logaritmice zilnice în %
- **Cerințe**
  1. Calculați media, abaterea standard, asimetria, excesul de boltire, minimul (cu data lui) și maximul randamentelor logaritmice zilnice.
  2. Anualizați media și abaterea standard cu numărul real de observații pe an.
  3. Calculați eroarea standard a mediei anuale, intervalul de încredere 95% și statistica z pentru H_0: media $= 0$.
  4. Interpretare: seamănă histograma cu distribuția Normală?
  5. Interpretare: ce informație îi oferă intervalul de încredere unui investitor?
- **Raportați**: un tabel de statistici, intervalul de încredere, z și p-value, două fraze de interpretare
- Notebook: secțiunea B2

înapoi Lista exercițiilor

B2: rezolvare [Rezolvat]



- $n = 2\,925$ zile, 250 pe an; media 0,053%, abaterea std. 0,98%
- Asimetria $-1{,}41$, excesul de boltire 17,8; cea mai slabă zi $-11{,}9\%$ pe 19 decembrie 2018, cea mai bună 6,8%
- Anual: media 13,2%, volatilitatea 15,5%; SE $= 15{,}5/\sqrt{11{,}7} = 4{,}5\%$
- Intervalul de încredere 95%: [4,3%; 22,1%]; $z = 2{,}91$, p-value 0,004: respingem ipoteza mediei zero la 5%
- Interpretare: centru mai înalt și cozi mai groase decît distribuția Normală; media este pozitivă, dar se poate afla oriunde între 4,3% și 22,1% pe an

SFM_ch1_seminar

B3: încă patru piețe [Propus]

- **Întrebarea**: care dintre S&P 500, DAX, Bitcoin și Banca Transilvania au un randament mediu semnificativ peste zero?
- **Date**: randamente logaritmice zilnice, 2015–2026, fiecare serie pe propriul calendar; model: B2
- **Cerințe**
  1. Repetați pașii 1–3 din B2 pentru fiecare dintre cele patru serii.
  2. Reuniți într-un tabel media anuală, volatilitatea, intervalul de încredere și p-value-ul pentru toate cele cinci serii (inclusiv BET).
  3. Interpretare: de ce intervalul Bitcoin este mult mai larg decît cel al S&P 500, deși ambele acoperă aceiași ani?
- **Raportați**: un tabel și două fraze
- Notebook: secțiunea B3

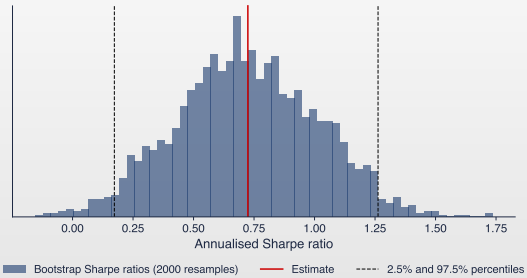
◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B4: cît de precis este raportul Sharpe? [Rezolvat]

- **Întrebarea**: cît de precis se estimează raportul Sharpe al S&P 500 din datele 2015–2026?
- **Date**: închiderile S&P 500, randamente simple zilnice, $r_f = 0$
- **Cerințe**
  1. Calculați media zilnică, abaterea standard și raportul Sharpe zilnic, apoi anualizați raportul Sharpe.
  2. Calculați eroarea standard după Lo (2002) și intervalul de încredere 95%.
  3. Aplicați bootstrap raportului Sharpe, cu 2000 de reeșantionări ale zilelor, și calculați percentilele 2,5% și 97,5%.
  4. Interpretare: ar putea raportul Sharpe adevărat al S&P 500 să fie sub 0,25?
- **Raportați**: raportul Sharpe, două intervale și o frază
- Notebook: secțiunea B4

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

B4: rezolvare [Rezolvat]



- $n = 2\,943$, $A = 251{,}5$; media zilnică 0,0508%, abaterea std. 1,113%, SR zilnic 0,0457
- SR anual $= 0{,}0457 \times 15{,}86 = 0{,}72$
- Lo: SE $= \sqrt{(1 + 0{,}0457^2/2)/2\,943} \times 15{,}86 = 0{,}29$; intervalul de încredere [0,15; 1,30]
- Bootstrap: [0,17; 1,26], foarte apropiat
- Interpretare: da; orice valoare de la 0,17 la 1,26 este compatibilă cu datele

SFM_ch1_seminar

B5: este Banca Transilvania mai bună decît BET? [Propus]

- **Întrebarea**: este raportul Sharpe al TLV semnificativ mai mare decît cel al indicelui BET?
- **Date**: închiderea BET și închiderea ajustată TLV, 2015–2026, aliniate întîi pe zilele comune; model: B4
- **Cerințe**
  1. Aliniați cele două serii de prețuri pe zilele lor comune, apoi calculați randamentele simple zilnice.
  2. Calculați cele două rapoarte Sharpe anualizate, cu erorile standard Lo.
  3. Aplicați bootstrap diferenței dintre cele două rapoarte Sharpe, reeșantionînd aceleași zile pentru ambele serii.
  4. Interpretare: de ce trebuie reeșantionate zilele în perechi?
- **Raportați**: cele două rapoarte Sharpe, diferența cu intervalul ei, o frază
- Notebook: secțiunea B5

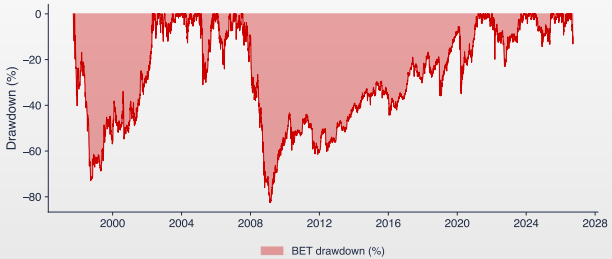
înapoi Lista exercițiilor

B6: cea mai adîncă scădere a BET [Rezolvat]

- **Întrebarea**: care au fost adîncimea și durata celei mai mari scăderi a BET de la lansare?
- **Date**: închiderile oficiale BET din 19 septembrie 1997; pentru raportul Calmar, 2015–2026
- **Cerințe**
  1. Calculați seria drawdown-urilor și drawdown-ul maxim, cu datele vîrfului, minimului și revenirii.
  2. Calculați cîștigul necesar pentru revenirea de la minim și ponderea zilelor petrecute cu peste 20% sub vîrf.
  3. Calculați CAGR, MDD și raportul Calmar pentru 2015–2026.
  4. Interpretare: ce adaugă drawdown-ul la ceea ce ne spune deja volatilitatea?
- **Raportați**: MDD cu trei date, două procente, trei indicatori, o frază
- Notebook: secțiunea B6

înapoi Lista exercițiilor

B6: rezolvare [Rezolvat]



- MDD $-82{,}5\%$: de la 10 814 puncte pe 24 iulie 2007 la 1 887 pe 25 februarie 2009; vechiul vîrf a fost atins din nou pe 16 martie 2021, după 13,6 ani
- De la minim era nevoie de un cîștig de 473%; 56% din toate zilele au fost cu peste 20% sub vîrf
- 2015–2026: CAGR 14,1%, MDD $-31{,}1\%$ (23 ianuarie 2020 – 23 martie 2020), Calmar $= 14{,}1/31{,}1 = 0{,}45$
- Interpretare: volatilitatea ignoră ordinea randamentelor; drawdown-ul arată cît timp rămîne investitorul sub vîrful anterior (underwater)

SFM_ch1_seminar

B7: Bitcoin, OMV Petrom și volatility drag [Propus]

- **Întrebarea**: ce arată drawdown-urile și volatility drag pentru Bitcoin și SNP?
- **Date**: închiderea Bitcoin și închiderea ajustată SNP, 2015–2026; model: B6
- **Cerințe**
  1. Calculați MDD pentru fiecare serie, cu datele vîrfului, minimului și revenirii.
  2. Calculați CAGR și raportul Calmar pentru fiecare serie.
  3. Calculați media anuală aritmetică a randamentelor simple, media anuală a randamentelor logaritmice și diferența lor.
  4. Comparați diferența cu $\sigma^2/2$, folosind volatilitatea anuală a randamentelor simple.
  5. Interpretare: pentru care dintre cele două active este volatility drag important pentru un investitor pe termen lung?
- **Raportați**: un tabel cu MDD, date, CAGR, Calmar, cele două medii, volatility drag și $\sigma^2/2$, o frază
- Notebook: secțiunea B7

înapoi Lista exercițiilor

C1: persistă rapoartele Sharpe? [Propus]

- **Întrebarea**: are o acțiune BVB cu un raport Sharpe mare în 2015–2020 un raport Sharpe mare și în 2021–2026?
- **Date**: închiderile ajustate TLV, SNP, BRD, TGN, SNG, SNN, 2015–2026; modele: B4, B6
- **Cerințe**
  1. Calculați raportul Sharpe anualizat și eroarea lui standard pentru fiecare acțiune în fiecare jumătate.
  2. Calculați corelația rangurilor Spearman între rapoartele Sharpe din cele două jumătăți.
  3. Propuneți o modalitate de a face răspunsul mai robust (mai multe acțiuni, alți indicatori, alte ferestre).
  4. Interpretare: ce ne pot spune șase acțiuni despre persistență?
- **Raportați**: un tabel, corelația rangurilor cu p-value-ul ei, un scurt plan de proiect
- Notebook: secțiunea C1

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

C2: verificarea unui răspuns generat de AI [Propus]

- **Un student a întrebat un asistent AI: „Compară riscul și performanța Bitcoin și ale BET în 2015–2026." Răspunsul:**
- `(a) Volatilitatea zilnică a Bitcoin este 3,49%, deci volatilitatea anuală este 3,49% x sqrt(252) = 55,4%.`
- `(b) Raportul Sharpe al Bitcoin (1,05) este mai mare decît al BET (0,93), ceea ce dovedește că Bitcoin este investiția mai bună.`
- `(c) Drawdown-ul maxim al Bitcoin este cel mai slab randament zilnic, −46,5%.`
- `(d) Pentru un portofoliu 50/50, randamentul logaritmic este exact media celor două randamente logaritmice.`
- `(e) Pentru acțiunile BVB, ca TLV, am folosit coloana close, care este prețul oficial.`
- **Cerințe**
  1. **Pentru fiecare afirmație, precizați dacă este corectă; dacă nu este, formulați afirmația corectă și, unde este posibil, dați cifra corectă din notebook (secțiunea C2).**
- **Raportați: o listă de cinci verdicte, fiecare cu un rînd de justificare.**

◂ Înapoi ▸ Lista exercițiilor

Idei de reținut

- Verificați datele înainte de calcule: sursa, prețurile ajustate, o a doua serie
- Randamentele logaritmice se adună în timp; cele simple se adună între active
- Randamentele medii și rapoartele Sharpe au intervale de încredere largi: raportați-le
- Drawdown-ul și volatility drag arată ceea ce volatilitatea, luată izolat, nu arată
- Un răspuns generat de AI este o ciornă: verificați fiecare factor, definiție și coloană

După seminar

- Cursul 1 dezvoltă fiecare temă de azi: calitatea datelor, randamente, anualizare, statistici descriptive și indicatori de performanță
- C1 poate deveni un proiect de echipă: mai multe acțiuni, ferestre mobile, alți indicatori
- Lectură: Franke, Härdle & Hafner (2019), cap. 11; exerciții rezolvate: Borak, Härdle & López-Cabrera (2013)

Bibliografie

- Borak, S., Härdle, W.K., López-Cabrera, B. (2013). *Statistics of Financial Markets: Exercises and Solutions*, 2nd ed. Springer.
- Franke, J., Härdle, W.K., Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets: An Introduction*, 5th ed. Springer.
- Harvey, C.R., Liu, Y., Zhu, H. (2016). . . . and the cross-section of expected returns. *Review of Financial Studies*, 29(1), 5–68.
- Lo, A.W. (2002). The statistics of Sharpe ratios. *Financial Analysts Journal*, 58(4), 36–52.
- Sharpe, W.F. (1994). The Sharpe ratio. *Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49–58.
- Sortino, F.A., van der Meer, R. (1991). Downside risk. *Journal of Portfolio Management*, 17(4), 27–31.